رحلة التفوق في السادس

ملازم التفوق لمادة

الرياضيات

إعداد الأستاذ : باسم المياحي

موقع رحلة التفوق على برامج التواصل الأجتماعي

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

@rhlt_altafawk

رحلة التفوق في السادس

DeS: MOSTAFA KH

@A_M_Z_F

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿وقل اعملوا فسيرى الله عملكم ورسوله والمؤمنون﴾

انطلاقا من قول المصطفى (ص): ((زكاة العلم نشرهُ وتعليمهُ))

تضع شبكة مواقع رحلة التفوق في السادس التعليمية التربوية الخيرية بيـن ايديكم احدى اعمالها من ملازم مرحلة السادس الاعدادي هذه المرحلة الهامة والمصيرية في حياة اعزائنا الطلبة وخاصة المتعففين منهم ولمن يتعذر عليه اقتناء هذه المساعدات المدرسية في محافظاتنا العراقية العزيزة بهدف النهوض وتطوير الواقع التعليمي ولو بالجزء اليسير.

إذ أن شبكتنا لاتقتصر عاى نشر الملازم المدرسية فقط أنما تقوم بنشـر الدروس المرئية المجانية لاكفأ التدريسيين بالاضافة الـى مجموعة قنواتنا التـدريسية وكذلك الارشادات والنصائح وطـرق الدراسـة الصحيحة هذا من جهة. أما من جهة أخرى فهو كسر لشـوكة بعض المحسـوبيـن علـى الكـادر التدريسي ممن يرفضـون نشـر ملازمهم والتعـاون مع ابنائهم الطلبة ليأخذوا من المال هدفا أهم ويتناسوا مصلحة الطالب والواقع التعليمي المتدني.

علماً ان كـادر الشـبكة والقائمين عليها هم مجموعة من الشـباب العراقي الواعي المثقف بالاضافة الى تعـاون بعض المدرسين الكرام كما واننا غير تابعين لاي جهة كانت رسمية او غير رسـمية انما سر تجمعنا وعملنا هو خيري بحت املين من الله عز وجل ان يوفقنا لتقديم كل ما هو صالح لشعبنا و وطننا الحبيب.

كادر شبكة رحلة التفوق في السادس

٢٠١٥/٨/٢١

ا.د : اشرف الوائلي

ا.د : مينا الاحمد

@A_M_Z_F

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من سبعة اجزاء

الجزء الاول (الاساسيات المعلومات الذهبية)

rermembe

Without this information's you are baby in math

اعداد الاستاذ باسم المياحي

بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

الإحيائي

التطبيقي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...

تتضمن الملزمة

اساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها +

وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية

Basic math

طريقك للإبداع



اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب

عملنا لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكون لي مقاطع فيديو

بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس "

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

07811144165 مشاركة العمل مع الجميع لتعم الفائدة

@A_M_Z_F

Basic math

طريقك للإبداع

Hope and advice

أتمنى أن نكون قدما جزءا من الحل في ضعف اغلب طلبتنا في مادة الرياضيات التي هي ألأساس

في اغلب المواد العلمية مثل الكيمياء والفيزياء .. أنصحكم إخواني بالتركيز على الأساسيات الموجودة في مقدمة الملزمة ومقدمة كل فصل أيضا وبشكل جانبي إمام اغلب المسائل .. وان الطرق والوسائل تنوعت اليوم وبشكل متزايد هدفنا خدمتكم وتقديم الأفضل ومن هذه الطرق التدريس الالكتروني المقطع بشكل فيديو والعرض بطريقة القلم الالكتروني المبسط ويخدم الطلبة الذين لايمتلكون أساسيات وضعف في المهارات الرياضية وبعون الله طرقنا في تنوع وتغيير مستمر بالطموح نحو الأفضل والأبسط لدى الطالب لأنه العنصر الأهم في نجاح العملية التربوية . . . لكن كل هذه الطرق لاتعني ان المشكلة مع الرياضيات انتهت ان لم تكن للطالب أرادة في تغيير مستواه العلمي لان مادة مهمة كالرياضيات تحتاج إلى جهد ذهني وفكري عالي وإرادة نوفرها بوضع خارطة العمل "الحلم الدراسي "

Pray for you

وفقكم الله في عملكم الدراسي وفي مرحلتكم التي تعتبر خارطة حياتكم ومستقبلكم فأنصحكم

ان تتنافسوا نحو الأعلى ولا يوجد شخص يحجمكم سوى أنفسكم انتم باستطاعتكم تحقيق الحلم

أذا ماكان عملكم مرسوما بخارطة عمل مستحقة وان يكون عملكم في هذه المرحلة جديا ومنظما

Direction

اهتم عزيزي الطالب بهذه الأساسيات أولا قبل الشروع في دراسة المنهج المقرر واهتم في مقدمة كل فصل

بعدها توجه الى حل التمارين والمسائل الاخطاء التي تواجهونها في الامتحانات اليومية والشهرية ظللها باللون الأحمر حتى لاتتكرر عليك هكذا تستطيع ان تحقق الدرجة التي تحلم بها . . . الوقت النموذجي لمراجعة الرياضيات ساعة من الليل كافية اذا كانت مصحوبة بالتركيز . . . المراجعة في يوم الامتحان تقتصر اولا على الأسئلة الشاملة والخاصة وبقية الوقت انت من تحدد كيفة التعامل معه

نحن نقدم النصيحة لكم . . . لكنكم انتم من يحدد الأفضل

نسأل الله ان يوفقنا في هذا العمل ويجعله في ميزان حسناتنا

أعداد الأستاذ : باسم الرياحي
@A_M_Z_F

Without this information

you are achild in math

الاساسيات والمعلومات الذهبية

هي اهم المعلومات التي تعتبر أساسك للدخول الى المنهج كأستاذ وليس كطالب . . . افضل طريقة لتخليصك من الخارجي ومن طبيعة الاسئلة التي تعتمد على الفهم والتركيز هي القواعد التي وضعتها لكم لأنها من مقومات المدرس الناجح لايصال الفكرة الى طلابه وتشخيص مواضع الخلل والاهم وضع الحلول التي عمدنا اليها لكي نقدم لكل اعمالنا بافضل صورة

مقدمة كل فصل والتوضيح الانشائي

يضم التوضيح الانشائي في مقدمة كل فصل معلومات وملاحظات هامة تعطيك فكرة شاملة للمنهج تكتمل بحل التمارين والمسائل . . . عليك عزيزي الطالب مراجعة مقدمة الفصل + الاطلاع السريع لحلول التمارين وامثلة الكتاب والتمارين العامة . . . عند وجود صعوبة في فكرة معينة لسؤال محدد فصدقني اننا وضعنا لها اكثر من حلا في الملزمة المتكاملة والمتجددة . . . ركز على التوضيح الانشائي مقابل كل سؤال

اضمن لك الابداع . . . سوف لن تحتاج سوى الله بالتوفيق

المسائل المحلولة في الملزمة

أمثلة الكتاب + تمارين الكتاب جميعها + التمارين العامة + المسائل الاثرائية بعد نهاية الفصل السادس توجد حلول هذه التمارين وبشكل مفصل ونموذجي بحمد الله وشكره أعددت لكم مسائل اثرائية لها علاقة بمنهجكم لكنها تحمل افكار فوق المنهج من حيث المهارات المستخدمة في الحل . . . الاسئلة الاثرائية يجب ان تكون محدودة بافكار المنهج وليس بعيدة كل البعد او انها جاهزة من مناهج الجامعة . . . علينا كأساتذة ان نراعي وقت الطالب الثمين وان لانشتت افكاره باسئلة كثيرة وافكارا جافة لاتحمل متعة رياضية في الحل . . . الاسئلة الاثرائية من اعدادي انا وباطلاعكم عليها ستصبح لديكم فكرة عامة عن المنهج . . . البعض منكم قلق من ناحية الخارجي الوزاري . . . هو بسيط جدا للطالب المتمكن من مفردات المنهج بجميع مفاصله اضمن لكم جميعا الاجابة على جميع اسئلة الوزاري في حال اتقانكم الملزمة بشكلها المستحق

حسابي على الفيس بوك سيكون مسخرا لكم وتقديم الحلول والنصائح للجميع . . . ارسلو لي الموضوع وانا سارسل لكم بدل الحل الواحد الحلول العديدة . . . غايتنا ارضاء الله بخدمتكم ولانرجو منكم سوى الدعاء . . . امانة عليكم ان تشاركو العمل مع من لكم صلة به لتعم الفائدة لنا ولكم جزيل الاجر والثواب

@A_M_Z_F

Basic math

طريقك للإبداع

الحلم والهدف

الحافز الوحيد الذي يجعلك ان تغير من واقعك الدراسي وتحقق المستحيل هدفك وحلمك يرسمان لك خارطة طريق لها علاقة بالجهد المبذول خلال الوقت المتاح . . . اختيارك للحلم اجعله اعلى من المستوى الذي تطمح اليه . . . التفاؤل والإرادة لاتدع أي شخص يعكر مزاجك ويجلب لك السلبيات وان كان مقربا لان الدراسة بحاجة الى تركيز والتركيز بحاجة الى صفاء ذهن . . . كلما كبر حلمك زاد جهدك لانك تستحق اكثر من ذلك بكثير . . . كن مشتري من جميع الطلبة كل معلومة وخاصة من هم قدوتك وأستاذك كوالدك فخذ بكل كلامه لانه لايريد لك الا خيرا وبائعا بإعطاء كل من يحتاج الى معلومة وان كانت صغيرة لعلها تقدم حلا لأصدقائك لاجل التوفيق " لن يوفقك الله مالم تكن موفقا بخدمة من تستطيع " . .

الجدول المنظم للوقت

الجدول المنظم يعتمد على حجم الحلم الذي تطمح اليه . . . المجموعة الطبية بحاجة الى 12 ساعة يوميا و 14 ساعة اثناء الاختبارات . . . المجموعة الهندسية . . . 10 ساعات يوميا و 12 اثناء الاختبارات . . . كليات العلوم واللغات والآداب والتربية والتقنيات بأقسامها العديدة وقتك لايقل عن 8 ساعة يوميا و 10 اثناء الاختبارات جميعها . . . الوقت إمامك فأسعى لتحقيق حلمك فاللحظة الواحدة تغيير خارطة طريقك من كلية الى أخرى ومن قسم الى اخر . . . المجموعة الطبية هي حلمكم الذي نطمح ان تحصلوا عليه جميعا لكنها بحاجة الى جهود كبيرة . . . تنظيمك للوقت يجنبك العشوائية في العمل وإهدار الوقت . . . كل مادة لها وقت محدد لاتهمل مادة على حساب اخرى لان الجميع يجمع ويقسم على العدد

الثقة العالية بالنفس

ثقتك العالية بنفسك تحدد موقعك في مستوى الحلم الدراسي كن واثقا بنفسك انك تستطيع تحقيق ماتطمح اليه وان كان لديك من يقف ضدك بكلام او بفعل فاعلم ان نجاحك سيكون ذو طعم خاص " طعم التحدي" . . الثقة تحتاجها عزيزي الطالب لكي لا تتردد اثناء اجابتك في الامتحان الوزاري فالجميع يعلم اننا احيانا نعرف الاجابة لكننا نتردد بذكرها لسبب هو عدم ثقة البعض بنفسه انه قادر على حل هذا النوع من المسائل وخاصة الخارجية منها كيف ننمي الثقة باطلاعنا على جميع مفردات المنهج واهتمامنا بالاختبارات الفصلية او دونها لكي لايكون الوزاري هو كبش الفداء . . . ثقتكم بالله افضل من كل ذلك فهو الموفق لنا جميعا في الاختيار والعمل وثمرة ذلك العمل . . . دعاء الوالدين والأحبة أفضل شيئ يقدم لك وانت في هذه المرحلة

الاختبارات الصغير بجميع اشكالها هي بداية ناجحة تجنبنا أي اخفاق في الاختبار الوزاري وتعطينا خارطة عمل متكاملة على طبيعة الاسئلة الوزارية . . . عزيزي الطالب لكي لايتكرر الخطا لديك دون ملاحظات بالشكل التالي . . . اسئلة الوزاري المتكررة اللون الاخضر + الشهري والفصلي اللون الازرق + الاخطاء باللون الاحمر لكي لاتتكرر وتتحول من تطبع الى طبع صعوبة الخلاص منه

@A_M_Z_F

المعلومات الذهبية

معلومة 1

حل المعادلة من الدرجة الثانية " لمتغير واحد"

التجربة

اذا كان بإمكاننا ان نحصل على الحد الوسط " ضرب القريب × القريب + البعيد × البعيد "

$$6\ x^2 + x - 2 = 0$$

$$(3x + 2)\ (2x - 1) = 0 \Rightarrow either\ x = \frac{-2}{3} \quad or \quad x = \frac{1}{2}$$

الدستور

الطريقة العامة والشاملة حل المعادلات من الدرجة الثانية وخصوصا المعادلات التي لايمكن حلها بالتجربة . . .

★ خطوات الحل . . . نصفر ونرتب المعادلة " مع مراعاة أشارة الحد المنقول "

+ نعين ثوابت المعادلة + نذكر القانون + نعوض بداخل القانون

احتمالات الحل

⊕ $\sqrt{\text{صفر}}$ ⇐ تحت الجذر = 0 . . . للمعادلة جذران متساويان

⊕ $\sqrt{\text{عدد سالب}}$ ⇐ لايوجد للمعادلة حل في R . . . لكن في مجموعة الإعداد التخيلية بإمكاننا .

نفرض ان كل $i^2 = -1$ ⇐ $\sqrt{-3} = \sqrt{3\, i^2} = \sqrt{3}\ i$

10 ساعات لدراسة هذه المعلومات تكفيك لتغيير مستواك في المواد العلمية . . . من لا يعطيك هذه المعلومات قبل كل معلومة أتمنى ان لا يستمر على هذا النهج لانه لا ينفعك أبدا . . . لاحض انخفاض النتائج سببه أساسكم وليس تغيير عبارة او رقم في سؤال

إعداد الاستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

⊕ عدد مركب بجزأيه أو جزءه التخيلي فقط . . . نذهب إلى طريقة الفرض "السادس العلمي"

$\sqrt{-3-4i} = x + yi$ نربع الطرفين + نكون معادلتين من مساواة الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي + نرتب ونحل المعادلتين لإيجاد قيمة الجذر المركب

هنالك طرق أخرى . . . لكننا نذكر أهمها

Basic math

طريقك للإبداع

معلومة 2

حل المعادلات التي تحوي متغير واحد " من الدرجة الاولى البسيطة + الكسرية + الجذرية "

1. - حل المعادلات البسيطة

خطوات الحل . . . . نجعل المتغير في طرف والثابت في الطرف الأخر "مع مراعاة إشارة الحد لمنقول . . . + المتغير = البعيد / القريب

$$4x - 7 = 2x + 13$$

$$4x - 2x = 13 + 7 \Rightarrow 2x = 20$$

$$x = \frac{20}{2} = 10$$

2 - حل المعادلات الكسرية

$$\frac{(x+6)}{(4)} = \frac{(4)}{(x)} \Rightarrow x^2 + 6x = 16 \Rightarrow x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(x+8)(x-2) = 0 \Rightarrow s = \{-8, 2\}$$

Math advice

لحل المعادلات الكسرية . . . نحلل لغرض الاختصار اولا + ضرب الطرفين = ضرب الوسطين
+ نصفر المعادلة لتحل حسب طبيعة الدرجة لها

أعداد الأستاذ . باسم المباحي

@A_M_Z_F

3 - حل المعادلات الجذرية

اذا كانت معادلة جذرية . . . نربع او نكعب الطرفين قبل الحل " حسب دليل الجذر "

$\sqrt{20x - 100} = x \Rightarrow 20x - 100 = x^2 \Rightarrow x^2 - 20x + 100 = 0$

$(x - 10)(x - 10) = 0 \Rightarrow s = \{10\}$

نربع الطرفين لوجود الجذر التربيعي

نكعب الطرفيين لوجود الجذر التكعيبي

$\sqrt[3]{x^3 + 37} = 4 \Rightarrow x^3 + 37 = 64 \Rightarrow x^3 = 27$

$x = 3 \Rightarrow s = \{3\}$

4 - حل المعادلات ذات الاس المركب . . بسط ومقام ا و أس وجذر

المعادلات ذات الاس المركب " هي الاهم " . . . اغلب الطلبة يعاني من ضعف في خواص الاسس والجذور وهو موضوع جدا هام في هذه المرحلة وللمواد المشتركة "الرياضيات + الفيزياء + الكيمياء " . . . المعلومات والخواص جميعها مذكورة في الملزمة المتكاملة واغلبها في الأساسيات

وفي مقدمة فصلي المشتقة والتكامل . . . أهتم بالأساسيات والتوضيحات الجانبية هي الأهم

Important note

للتخلص من الاس المركب ناخذ مقلوبه للطرفيين

$\sqrt[4]{x^3} = 8$ ⟵ نعرف الجذر ⟵ $x^{\frac{3}{4}} = 8$ ⟵ مقلوب الاس للطرفين ⟵ $\left(x^{\frac{3}{4}}\right)^{\frac{4}{3}} = (8)^{\frac{4}{3}}$

$x = 16$

حولنا الاس من الصيغة الجذرية الى الاسية + اخذنا مقلوب الاس المركب للطرفين + بسطنا الطرف الثاني

Warning

اذا كان المتغير في المقام يرفع وبأس مختلف " خواص الاسس والجذور " معلومة موضحة . . لاحقا بشكل كامل

$\frac{1}{\sqrt[3]{x^5}} = 32 \Rightarrow x^{-\frac{5}{3}} = 32 \Rightarrow \left(x^{-\frac{5}{3}}\right)^{-\frac{3}{5}} = (32)^{-\frac{3}{5}}$

$x = (8)^{-1} \Rightarrow x = \frac{1}{8}$

أ. الاستاذ باسم المياحي
ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

معلومة 3

طريقة الترتيب والتعويض "الافضل"

حل معادلتين بالتعويض " لمتغيرين "

$x^2 + y = 2 \quad . . .$ 1

$x - 3y = -2 \quad . . .$ 2

من الأفضل لنا ان نرتب معادلة 1 وبنفس الطريق نرتب معادلة 2 .. نجعل الطرف الأيسر للمعادلتين يحوي نفس المتغير وبنفس الدرجة ان لم يكن كذلك نجري المهارات الرياضية " بتربيع الطرفين او تكعيبهما او ؟ ؟ ؟ "

$x^2 = 2 - y \quad . . .$ 1

2

نساوي المعادلتين

$2 - y = (-2 + 3y)^2$

$2 - y = 4 - 12y + 9y^2$

$9y^2 - 11y + 2 = 0 \Rightarrow (y-1)(9y-2) = 0$

$y = 1$ or $y = \frac{2}{9}$

If y=1 $\Rightarrow x = -2 + 3 = 1$

If $y=\frac{2}{9} \Rightarrow y = \frac{2}{9}$

$x = -2 + 3 \times \frac{2}{9} = -2 + \frac{2}{3} = \frac{-6+2}{3} = \frac{-4}{3} = \frac{-4}{3}$

للتأكد من صحة الحل ⬅ نعوض الطرف الايسر = الايمن

$x = -2 + 3y \Rightarrow 1 = -2 + 3(1) \Rightarrow 1 = -2 + 3 \Rightarrow 1 = 1$

$x = -2 + 3y \Rightarrow \frac{-4}{3} = -2 + 3\left(\frac{2}{9}\right) \Rightarrow \frac{-4}{3} = -2 + \frac{2}{3} = \frac{-6+2}{3} = \frac{-4}{3}$

كل معلومة تخص الاسس والجذور ركز عليها جيدا ... لايمكنك الحصول على درجة عالية بدون هذه الأساسيات جميعا . .

إعداد الاستاذ ... بسام المياحي
@A_M_Z_F

معلومة 4

خواص الاسس والجذور

★ عند الضرب تجمع الأسس . . . أذا تشابهت الأساسات

$$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 729$$

★ أذا اختلفت الأساسات وتشابهت الأسس . . . نضرب الأساسات ونرفعها لنفس الأس

$$3^2 \times 2^2 = (3 \times 2)^2 = (6)^2 = 36$$

وكذلك الحال بالنسبة للجذور " تمتلك نفس الخواص "

$$\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$$

★ احيانا نحتاج الى تبسيط الاساس او الاس لجعلهما متشابهان من الاعلى او الادنى لنطبق احدى القواعد اعلاه

$$(x+3)^2 \times (3x+9)^3 = (x+3)^2 \times 3^3\,(x+3)^3$$

$$= 27\,(x+3)^{3+2} = 27\,(x+3)^5$$

لاحض عزيزي الطالب انه عندما استخرجنا 3 كعامل مشترك أخذت الاس 3 وخرجت

بالشكل 3^3 " انتبه . . . عند الخروج ناخذ الاس وعند الدخول ناخذ المقلوب لذلك الاس "

★ الاس يصعد ينزل تتغير اشارته " خواص الاسس والجذور "

$$\frac{(x+10)^7}{(x+10)^{\frac{1}{3}}} = (x+10)^7\,(x+10)^{-\frac{1}{3}} = (x+10)^{7-\frac{1}{3}} = (x+10)^{\frac{20}{3}} = \sqrt[3]{((x+10))^{20}}$$

$$\frac{x^4}{x^{-3}} = x^{4+3} = x^7 \quad \ldots \quad \frac{x^{-7}}{x^8} = x^{-7-8} = x^{-15} = \frac{1}{x^{15}}$$

★ الاس " هو البسط " . . . دليل الجذر " مقام " . . . . نحتاج هذه القاعدة لتحويل

من الصيغة الاسية الى الجذرية او بالعكس

too important rule

$$\sqrt[\text{دليل الجذر}]{(\text{الدالة})^{\text{الاس}}} \Leftrightarrow (\text{الدالة})^{\frac{\text{الاس}}{\text{دليل الجذر}}}$$

$$\sqrt[5]{(x+6)^7} \Leftrightarrow ((x+6))^{\frac{7}{5}} \quad \ldots \quad \frac{1}{\sqrt[3]{(x+6)^5}} \Leftrightarrow ((x+6))^{-\frac{5}{3}}$$

@A_M_Z_F

طريقة حل المعادلة الاسية " هي معادلة تحوي متغير في الاساس او الاس او . . . "

اما نساوي الأسس او الأساسات

اذا تساوت الأسس تساوت الأساسات " بشرط الأس لايساوي صفر

$x^5 = 32 \Rightarrow x^5 = 2^5 \Rightarrow x = 5$

$x^{12} = 64 \Rightarrow x^{12} = 2^6 \Rightarrow x^{12} = (\sqrt{2})^{12} \Rightarrow x = \sqrt{2}$

اذا تساوت الأساسات تساوت الأسس بشرط الأساس لايساوي واحد

$3^x = 81 \Rightarrow 3^x = 3^4 \Rightarrow x = 4$

هنالك مهارات كثيرة نتطرق لها في حل التمارين وبشكل مفصل ومبسط

معلومة 5

مهارات عالية في التعويض بداخل الأس المركب

عند التعويض في اس مركب " بسط ومقام ا واس وجذر " . . . ناخذ الجذر ثم الاس لسهولة الحل . . . اذا كان الأس سالبا . . فالناتج يضرب في المقام أو موجبا فالناتج يضرب في البسط

الاس السالب: $\frac{3}{4} \times (16)^{-\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{32}$

الاس الموجب: $\frac{3}{4} \times (16)^{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4} \times 8 = \frac{24}{4} = 6$

نحتاج هذه المهارات في الخامس العلمي + السادس العلمي " المشتقة التكامل + . . . "

أعداد الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

معلومة 6

Rule الأس يتوزع على عمليتي الضرب والقسمة ولا يتوزع على عمليتي الجمع والطرح

$\left(\frac{9}{3}\right)^2 = \frac{9^2}{3^2}$ وكذلك $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$

الأس لايتوزع $(3 \pm 4)^2 \neq 3^2 \pm 4^2$

خير مثال على ذلك الفرق بين قانوني الفرق بين مربعين والمربع الكامل

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ لكنه يساوي $(x-y)^2 \neq x^2 - y^2$

لاحظ الفرق بين مربعين كيف يختلف عن المربع الكامل من حيث عدم وجود الحد الوسط $2xy$ . . . القانون بالشكل

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y)$

Remembe

جمع مربعين لايساوي صفر في R الا في الاعداد التخيلية بعد اضافة i^2

$x^2 - 16i^2 = (x-4i)(x+4i)$ ⬅ غير قابل للتحليل $x^2 + 16$, $x^2 + 16 \neq 0$

Important note

بامكاننا ان نبسط مابداخل الجمع او الطرح لاستخراج العامل المشترك ⬅ بعدها تصبح العملية في الخارج ضرب " اذا كان العامل المشترك من البسط وقسمة اذا كان من المقام "

$$\frac{(5x^3 - 125x)^2}{x-5} = \frac{[(5x)(x^2-25)]^2}{x-5} = \frac{25x^2(x^2-25)^2}{x-5}$$

$$= \frac{25x^2((x-5)(x+5))^2}{x-5} = \frac{25x^2(x-5)^2(x+5)^2}{x-5} = 25x^2(x-5)(x+5)^2$$

كل هذه الأساسيات بين يديك . . . دائما تواجهك اثناء

الحل بدونها كأنك ضائع في صحراء

لاتعلم الى أين وأين تسير . . . استثمرها بالشكل الصحيح وعند امتلاكك هذه الأساسيات

يصبح بامكانك الاجابة على جميع اسئلة الرياضيات الفكرية مجرد اطلاعك على تفاصيل كل موضوع

إعداد الأستاذ . . باسم البياتي

@A_M_Z_F

معلومة 7

نحتاج هاتين المعلومتين في المعادلات الآسية والجذور بأنواعها المختلفة وفي موضوع المشتقة والمتتابعات الهندسية ومواضيع أخرى . . . يجب ان نكون على اطلاع تام بها لسرعة الحل

سلم العدد 5

625	.5
125	.5
25	.5
5	.5
1	.

سلم العدد 3

729	.3
243	.3
27	.3
9	.3
3	.3
.1	

سلم العدد 2

1024	.2
512	.2
256	.2
128	.2
64	.2
32	.2
16	.2
8	.2
4	.2
	.1

ويبدا بالتنازل $2^{10} = 1024$

ويبدا بالتنازل $3^{6} = 729$

ويبدا بالتنازل $5^{4} = 625$

الرياضيات تجربة . . . جرب بقية الإعداد لزيادة المعلومة وسرعة الجواب

@A_M_Z_F

معلومة 8

⊗ لإيجاد الجذر ألتربيعي او التكعيبي أو ؟ ؟ ؟ . . . نحلل العدد الى إعداده الأولية ابتدءا من العدد 2 ان لم يقبل 3 "مجموع مركبات كل عدد يقبل على العدد 3 يعني ان العدد يقبل ايضا .. ان لم يقبل 5 , 7 , 11 فصاعدا

في الجذر ألتربيعي كل عدد مكرر مرتين يخرج منه احتمال واحد

التكعيبي . . . كل عدد مكرر ثلاث مرات يخرج احتمال واحد

البقية كذلك على عدد "دليل الجذر" بشكل عام "

⊗ بعض الإعداد لاتمتلك جذرا مباشرا " أشباه الجذور " .. أحداهما له جذر والاخر اولي نحلل العدد . . . من يحقق خاصية الجذر يخرج والأولي يبقى

$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$ وكذلك $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$

⊗ الجذور التقريبية . . . تكون للإعداد الأولية غالبا او التي لاتمتلك جذرا مباشرا .. نجدها باستخدام الحاسبة او بصورة تقريبية " لها اهمية في الرياضيات والكيمياء والفيزياء بشكل عام" يكون محصور بين عددين يمتلكان جذر تربيعي اذا كان قريب للصغير ياخذ اول احتمالات عشرية . . . اما اذا كان قريبا للكبير يأخذ اخر اربع احتمالات عشرية مثلا $\sqrt{17}$

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$ لاحض العدد 17 قريب للعدد 16

$4 < \sqrt{17} < 5$

ياخذ اول احتمالات له 4.4 , 4.3 , 4.2 , 4.1 والأقرب 4.1 لانه قريب جدا

وكذلك الحال لبقية الجذور . . . جميع الملاحظات موجودة مقابل كل سؤال

$$\sqrt{1 - \frac{25}{100}} = \sqrt{\frac{100 - 25}{100}} = \sqrt{\frac{75}{100}} = \frac{\sqrt{75}}{10} \cong \frac{7.8}{10} \cong \frac{78}{100}$$

أعداد الاستاذ .. باسم البياتي

@A_M_Z_F

معلومة 9

الزوايا الخاصة والمنتسبة وزوايا دائرة الوحدة

قيم الدوال الدائرية موضحة بطريقتين القيم مباشرة او الجدول المتكامل

زوايا دائرة الوحدة

في الدوال الدائرية . . . القيم بالتالي تكون(cos, sin) اما دالة ال tan نحصل عليها

$\csc x = \frac{1}{\sin x}$ وكذلك $\sec x = \frac{1}{\cos x}$ وكذلك $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ وكذلك $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

$0\ , 2\pi\ \ (1,0)$ ⇨ $\frac{\pi}{2} = 90°\ (0,1)$ ⇨ $\pi = 180°\ (-1,0)$ ⇨ $\frac{3\pi}{2} = 270°\ (0,-1)$

إشكال الزاوية $\frac{\pi}{4} = 45°$

$\frac{\pi}{4} = 45°\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ⇨ $\frac{3\pi}{4} = 135°\ \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ⇨ $\frac{5\pi}{4} = 225°\ \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ ⇨ $\frac{7\pi}{4} = 315°\ \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$

إشكال الزاوية $\frac{\pi}{6} = 30°$

$\frac{\pi}{6} = 30°\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⇨ $\frac{5\pi}{6} = 150°\ \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ⇨ $\frac{7\pi}{6} = 210°\ \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ⇨ $\frac{11\pi}{6} = 330°\ \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

إعداد الأستاذ .. باسم المياحي

Important note

لمعرفة قيم الدوال الدائرية لزوايا دائرة الوحدة " نهاية وبداية كل ربع " نعتمد على المسقط السيني والصادي في دائرة الوحدة وتكون قيم cos + sin اما 0 , 1 , -1

والزوايا الخاصة $30° + 45° + 60°$ حفظها واجب لمعرفة القيم لبقية الزوايا

والزوايا المنتسبة . . زوايا تقع في الربع الثاني والثالث والرابع . . . قيمهما تعتمد على الخاصية لكل ربع بالاضافة الى اشارة ذلك الربع كما هو موضح في المخطط ادناه

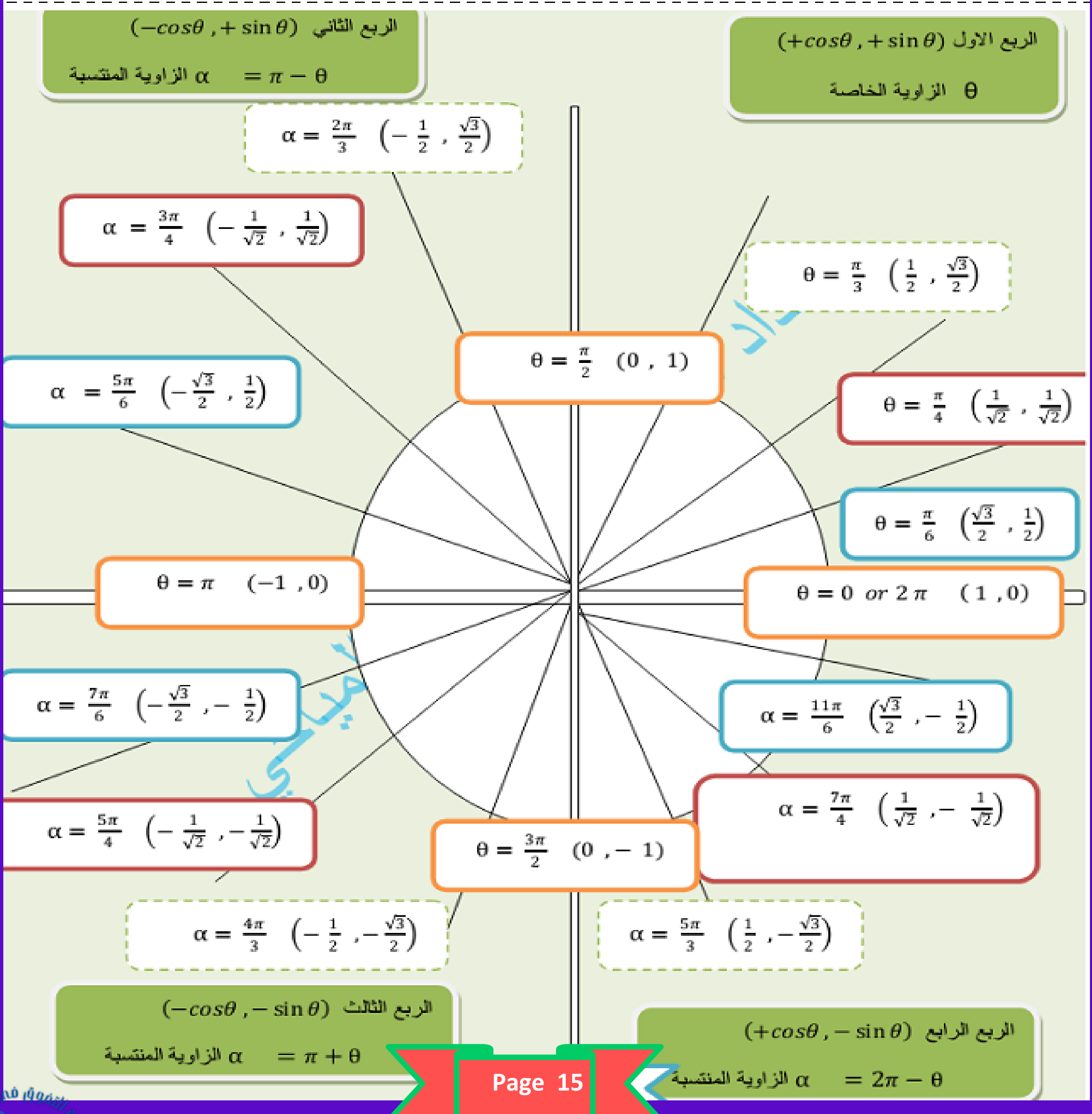
الاول الزاوية الخاصة الربع الثاني $\pi - \theta$ الثالث $\pi + \theta$ الرابع $2\pi - \theta$

@A_M_Z_F

اشكال الزاوية $\frac{\pi}{3} = 60°$

$\frac{\pi}{3} = 60°\ \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ➡ $\frac{2\pi}{3} = 120°\ \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ➡ $\frac{4\pi}{3} = 240°\ \left(-\frac{1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ ➡ $\frac{5\pi}{3} = 300°\ \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

مخطط توضيحي يبين قيم الدوال الدائرية لزوايا دائرة الوحدة والزوايا الخاصة والمنتسبة مع اشارتي الدوال في كل ربع



@A_M_Z_F

معلومات هامة حول الدوال الدائرية

قانون الفرق او الجمع بين زاويتين لكل من دوال tan , cos , sin

قانون دالة Sin

دالة الساين لجمع او طرح زاويتين = ساين الاول× كوساين الثاني (نفس الاشارة) كوساين الاول × ساين الثاني

$$\sin(\theta 1 \pm \theta 2) = \sin\theta 1 \cos\theta 2 \pm \cos\theta 1 \sin\theta 2 .$$

$$\sin(75°) = \sin(45° + 30°) = \sin 45° \cos 30° + \cos 45° \sin 30° .$$

$$\sin(15°) = \sin(45° - 30°) = \sin 45° \cos 30° - \cos 45° \sin 30° .$$

قانون دالة cos

دالة الكوساين لجمع او طرح زاويتين = كوساين الاول× كوساين الثاني (عكس الاشارة) ساين الاول × ساين الثاني

$$\cos(\theta 1 \pm \theta 2) = \cos\theta 1 \cos\theta 2 \mp \sin\theta 1 \sin\theta 2 .$$

$$\cos(75°) = \cos(45° + 30°) = \cos 45° \cos 30° - \sin 45° \sin 30° .$$

$$\cos(15°) = \cos(45° - 30°) = \cos 45° \cos 30° + \sin 45° \sin 30° .$$

Don't forget

تذكر عزيزي الطالب ان هذه المعلومة مهمة في 30 درجة غالبا . . . ديموافر + التكامل المحدد وغير المحدد احيانا + المساحة + التطبيقات الفيزيائية + المعادلات التفاضلية + كذلك الفيزياء + اتمنى ان تركزو على هذه المعلومات التي هي أساسكم فرقك عن الاستاذ هذه المعلومات . . . المشكلة في فقدان هذه المعلومة انك تحتاجها في بداية الحل غالبا وخطأها قاتل

@A_M_Z_F

Important note

الزاوية أما ان تكون من الزوايا الخاصة $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$ قيم دوالها الدائرية معروفة . . . او من زوايا دائرة الوحدة $\left(0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ او من الزوايا المنتسبة وجميعا موضحة حسب اشارة كل ربع . . . الاهم هو وجود حالات مختلفة

اذا كانت الزاوية صغيرة وغير مأهولة لدينا من الممكن ان نجد قيم دوالها الدائرية من قانوني الجمع او الفرق بين زاويتين او من نظرية في فيثاغورس اذا علمت احدى الدوال . . . اما اذا كانت كبير نقسم البسط على المقام وكل عدد زوجي قبل الباي يصفر " اكمل دورة كاملة

$$\frac{38\pi}{3} = 12\pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad or \quad \frac{52\pi}{4} = 12\pi + \frac{4\pi}{4} = \pi$$

$$\frac{13\pi}{2} = 6\pi + \pi = \pi \quad or \quad 7\pi = 6\pi + \pi = \pi$$

باسم المياحي . .

morale

حلمك الدراسي ليس أمرا بسيطا او تجربة ممكن ان تعاد مرتين او ثلاث . . . لا ترسم حلمك على واقع اليوم . . . التعين او الراتب الشهري ليس مقياسا لك ولمكانتك . . . الشهادة هي افضل وسام علمي تناله بعد طول عناء . . . وهذا الوسام لن تناله حتى تتعب نفسك حسب درجة طموحك ومستوى حلمك . . . بدون الارادة وتشخيص مواضع الخلل لايمكنك الشروع بمرحلة المستقبل . . . تذكر ان مستقبلك هو خارطة حياتك فان نجحت في دراستك فانت تستحق كل الاحترام من قبل الجميع والاهم رضاء اهلك وأساتذتك وأصدقائك ومحبيك . . . لن اترك معلومة تنقصكم سوى عليكم المتابعة والمشاركة ولكم جزيل الشكر . . المعلومة للجميع ووقتي لكم جميعا . . . ارسلو مشاكلكم والصعوبات التي تواجهكم على حسابي الخاص

وستجدونني اكثر من اخ لكم . . . عملي لرضاء الله ولايهمني مايفعله البعض من متاجرة واستغلال في هذه

المهنة التي لاتقل شرفا ورفعة عن مهنة الانبياء . . . لانوفق بعملنا الى بعد بذل الجهود المضاعفة من قبلكم اخواني

@A_M_Z_F

معلومة 10

لدالة ال sin علاقة واحدة الغاية منها تقليل الزاوية اثناء التوحيد لغرض الاختصار او الحصول على قيمة زاوية مجهولة باخر معلومة او في المشتقة والتكامل موضحة بشكل مفصل لاحقا

قوانين نصف الزاوية لدالتي ال sin + cos

لدالة sin

sin ضعف الزاوية = 2 sin نصف الزاوية cos نصف الزاوية

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$ or $\sin 8x = 2\sin 4x\cos 4x$.

لدالة cos

cos ضعف الزاوية = $\cos^2$ نصف الزاوية − $\sin^2$ نصف الزاوية .

= $2\cos^2$ نصف الزاوية − 1

= 1 − $\sin^2$ الزاوية

$$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x$$

$$= 2\cos^2 2x - 1$$

$$= 1 - \sin^2 2x$$

الدالة ال cos لها ثلاث قوانين مختلف استخدامها حسب المعطى في السؤال ولها استخدامات كثيرة موضحة لاحقا " لكن عليك فهم العلاقات قبل الشروع بالحل

نحتاج قانوني نصف الزاوية في التكامل وايجاد قيم الدوال الدائرية بدلالة زوايا اخرى او لاثبات صحة متطابقات الدوال الدائرية

مثال1

$$.\int \sqrt{1 - \sin 4x}\; dx$$

$$= \int \sqrt{\sin^2 2x - 2\sin 2x\cos 2x + \cos^2 2x}\; dx$$

$$= \int \left([[\sin 2x - \cos 2x]]^2 \right)^{\frac{1}{2}} dx$$

@A_M_Z_F

$$= \int (\sin 2x - \cos 2x)\, dx = \pm \left(\frac{-\cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{2}\right) + c$$

Remember

الاختلاف في هذا السؤال الزاوية . . . دائما نعتمد قانون نصف الزاوية لدالة sin للتخلص من الجذر التربيعي بعد كمال المربع الكامل بالاعتماد على المتطابقة الذهبية $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 1$

واجب

$$\int \sqrt{1 - \sin 12x}\, dx$$

مثال2

$$\int \frac{\cos 8x}{\cos 4x - \sin 4x}\, dx$$

$$= \int \frac{\cos 4x^2 - \sin 4x^2}{\cos 4x - \sin 4x}\, dx = \frac{(\cos 4x - \sin 4x)(\cos 4x + \sin 4x)}{\cos 4x - \sin 4x}\, dx$$

$$= \int (\cos 4x + \sin 4x)\, dx = \frac{\sin 4x}{4} - \frac{\cos 4x}{4} + c$$

أعداد الاستاذ . . . باسم الـ

واجب

$$\int \frac{\cos 10x}{\cos 5x - \sin 5x}\, dx$$

Important note

خواص هامة للدوال الدائرية   دالة sin تحافظ على الاشارة $\sin(-\theta) = -\sin\theta$

Cos لايحافظ   اما دالتي ال cot , tan تحافظان لانهما دالتان مركبتان تحويان sin , cos ومن خواص الاشارة لقسمة الاعداد النسبية تكون اشارة الناتج سالبة في حال كون البسط او المقام سالبا

@A_M_Z_F

معلومة 11

المتطابقة الذهبية

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

- لها تطبيقات كثيرة " ايجاد دالة sin او cos اذا علم أحداهما
- اثبات صحة القيم الدائرية لاي زاوية
- للتبسيط والتخلص من المقام . . . او تحليل الأس " لغرض التكامل "

مثال1

$$\int \sin^3 x \, dx$$

$$= \int \sin^2 x \ \sin x \ dx = \int (1 - \cos^2 x) \ \sin x \ dx$$

$$= \int (\sin x + \cos^2 x - \sin x) \ dx$$

$$= -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c$$

مثال 2

$$\int \frac{\sin^3 x}{1 - \cos x} dx$$

$$= \int \frac{\sin^2 x \ \ \sin x}{1 - \cos x} dx = \int \frac{(1 - \cos^2 x) \ \sin x}{1 - \cos x} dx$$

$$= \int \frac{(1 - \cos x) \ (1 + \cos x) \ \sin x}{1 - \cos x} dx = \int (1 + \cos x) \ \sin x \ dx$$

$$= \int (\sin x + \sin x \ \cos x) \ dx$$

$$= -\cos x + \frac{\sin^2 x}{2} + c$$

واجب

$$\int \frac{\cos^3 x}{1 - \sin x} dx$$

إعداد الأستاذ .. باسم ال

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس @

توحيد المقامات بين الحدود او الاعداد النسبية

الإعداد . . . نأخذ اقرب عدد يقبل القسمة على جميع المقامات . . . . نقسمه على كل مقام ونضرب ناتجه بالبسط ثم نجري عملية الجمع او الطرح لحدود البسط " نحتاج هذه القاعدة عند جمع وطرح الاعداد النسبية

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{7}{6}-\frac{5}{12}=\frac{2\times4+3\times3-7\times2-5\times1}{12}$$

$$=\frac{8+9-14-5}{12}==\frac{17-14-5}{12}=\frac{-2}{12}=\frac{-1}{6}$$

اما في الحد وديات . . . نجري عملية التحليل ثم يكون المضاعف المشترك الاصغر " هو حاصل ضرب العوامل الاولية بعد التحليل . . . ونقسمه على كل مقام ونضربه في البسط

$$\frac{2}{1+\sin x}-\frac{3}{\cos^2 x}+\frac{4}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}$$

$$=\frac{2}{1+\sin x}-\frac{3}{(1-\sin^2 x)}+\frac{4}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}=\frac{2}{1+\sin x}-\frac{3}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}+\frac{4}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}$$

$$=\frac{2\left((1-\sin x)\right)-3+4}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}=\frac{2-2\sin x+1}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}=\frac{3-2\sin x}{(1-\sin x)\ (1+\sin x)}$$

إعداد الاستاذ : باسم الدباجي

اما عملية الضرب . . . " البسط× البسط و المقام × المقام "

$$\frac{12}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{36}{35}$$

القسمة . . . تتحول الى ضرب مع قلب المقام من " بسط/مقام الى مقام / بسط "

$$\frac{\frac{12}{5}}{\frac{3}{7}}=\frac{12}{5}\times\frac{7}{3}=\frac{84}{15}$$

@A_M_Z_F

Basic math

طريقك للإبداع

الإعداد العشرية

معلومة 13

المراتب قبل الفارزة تعني المقام بدلالة العدد 10 وكل مرتبة إضافية تضيف صفرا الى المقام او نعتمد على خواص الأسس

العدد	تحويله بصورة نسبية	تحويله بصيغة اسية
0.0000 32	$\frac{32}{1000\,000}$	32×10^{-6}
0. 00 17	$\frac{17}{10\,000}$	17×10^{-4}

اما الاصفار على اليمين تعني العدد 10 ومرفوع الى اس موجب

$3000\,000 = 3 \times 10^{6}$

$12000 = 12 \times 10^{3}$

أعداد الأستاذ : باسم المياحي

كيف نتعامل مع الإعداد في العمليات الرياضية

في القسمة والضرب نجرد العدد من الفوارز والاصفار وتحويله الى الصيغة الاسية كما وضحنا اعلاه

اما عمليتي الجمع والطرح نحتاج الى مساوات المراتب او الاس "أي توحيد المقامات ان كنا نتعامل بالصيغة لكسرية "

في عمليتي الضرب والقسمة نتعامل مع الاعداد بجانب والاعشار " الاساس 10 لمختلف الاسس" بجانب اخر

. . . افضل طريقة لحل المسائل في الفيزياء والكيمياء " راجع الاساسيات لكل مادة "

$$\frac{44\,0000}{0.0004} = \frac{44 \times 10^{4}}{4 \times 10^{-4}} = \frac{44}{4} \times 10^{4} \times 10^{4} = 11 \times 10^{8}$$

توحيد المراتب بعمليتي الجمع والطرح . . . نظيف اصفار على يمين العدد العشري دون تاثير

$$0.0022 + 0.000014 = 0.002200 + 0.000014 = 0.002214$$

@A_M_Z_F

معلومة 14

نظرية فيثاغورس . . . لايجاد الضلع المفقود في المثلث . . او لاثبات ان المثلث قائم الزاوية في نقطة معينة . . . أو المسائل الانشائية في المشتقة في تكوين دالة التعويض أو المعدلات المرتبطة بالزمن ولها تطبيقات كثيرة في الفيزياء

$$\text{الوتر}^2 = \text{المقابل}^2 + \text{المجاور}^2$$

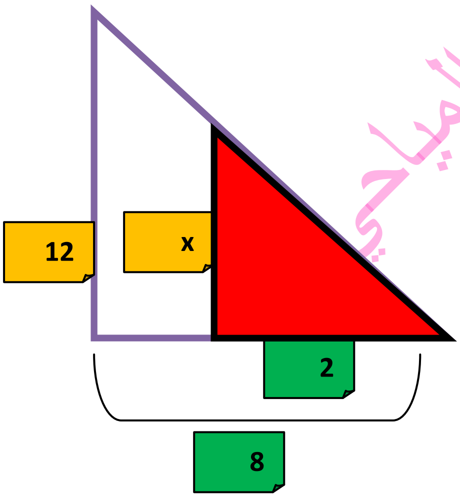
$$z^2 = x^2 + y^2$$

أعداد الاستاذ . باسم المياحي

معلومة 15

تشابه المثلثات . . . . نستخدم هذه العلاقة لايجاد ضلع مجهول او قطعة مستقيم داخل المثلث أو المسائل الانشائية بنوعيها "المشتقة" . . . او تطبيقات واستخدامات اخرى . . . .

$$\frac{\text{الضلع الكبير}}{\text{الضلع الصغير}} = \frac{\text{الكبير الاخر}}{\text{الصغير الاخر}}$$



$$\frac{12}{x} = \frac{8}{2} \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{8} = 3$$

@A_M_Z_F

معلومة 16

قوانين الحجوم.

حجم الكرة $V = \frac{4}{3} r^3 \pi$.

حجم الاسطوانة $V = r^2 h \pi$.

حجم المكعب $V = x^3$.

حجم الهرم $V = \frac{1}{3} b h$.

حجم المخروط $V = \frac{1}{3} r^2 h \pi$.

متوازي المستطيلات $V = x y z$.

A الكلية = A الجانبية + A القاعدتين .

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع

Important note

المساحة الجانبية تعتمد على نوع القاعدة "اسطوانة" ، ، ، القاعدة دائرة" او متوازي مستطيلات له احتمالان قاعدة مستطيل "تعتمد على محيط المستطيل" او مربعة محيط المربع . . كل هذه العلاقات موضحة بشكل مفصل في مقدمة المشتقة

المساحة + المحيط

المساحة $A = r^2 \pi$

المحيط $S = 2r \pi$

المساحة $A = \frac{1}{2} b . h$

$S = 4 X$

$A = x . y$

$S = (x + y) \times 2$

@A_M_Z_F

معلومة 17

معادلة المستقيم الصيغة القياسية . . . . $ax + by + c = 0$

اذا ذكرت نقطة $p(x,y)$ + علم الميل عدد معين $m =$

$$m = \frac{y - y1}{x - x1}$$

نعوض + ضرب الوسطين = الطرفين + نصفر ونرتب المعادلة بالشكل القياسي اعلاه

"مع مراعات اشارة الحد المنقول"

اذا ذكرت نقطتان

$$\frac{y - y1}{x - x1} = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$$ الطرف الايسر "الميل"

اذا ذكرت قيمة x او y . . . . نعوض المعلوم في الدالة نحصل على المجهول

+ نعوض x في المشتقة نحصل على الميل + نعوض ماحصلنا عليه في القانون

نحصل على معادلة المستقيم المطلوبة

$$m = \frac{y - y1}{x - x1}$$

اذا علمت الزاوية . . . . $m = \tan\theta$ والزاوية تعتمد على المخطط السابق "محور الاحداثيات"

اذا علمت معادلة المستقيم . . . " شرط ان تكون مصفرة ومرتبة " . . فأن الميل

$$m = \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$$

علاقتان لايجاد الميل من خلالهما

اذا توازى المستقيمان . . . . تساوى الميلان $m1 = m2$

اذا تعامد المستقيمان . . . . فان الميل الثاني = - مقلوب الميل الأول $m2 = -\frac{1}{m1}$

اذا وازى المستقيم محور السينات . . . . $m=0$

@A_M_Z_F

معلومة 18

كيف تتعامل مع المسألة الرياضية

القانون . . . القانون هو محور المسألة . . . يجب ان نكون على معرفة باستخدامه ووقت استخدامه

التعويض . . . تعوض الثوابت في القانون له حالات . . . اذا كان المجهول واحد نجده بإجراء المهارات الرياضية المختلفة . . . اما اذا كان مجهولان نحتاج الى علاقة او معادلة وتحل المسألة بالمعادلات ا واثبات أحداهما بدلالة الأخر

المهارات الرياضية . . . تحتاج الى معرفة بالأساسيات السابقة جميعا لانه من الممكن ان نتعامل مع اكثر من حالة في خطوة واحدة

التأكد من الحل . . . . نوعان وهو الخطوة الاهم

التأكد الاني . . . . هو ان نتاكد من كل خطوة اثناء عملية الجمع او الطرح او ؟ ؟ ؟ ؟

مثلا لو اجرينا جمع التاكد بالطرح وبالعكس وكذلك الحالة الضرب التاكد عن طريق القسمة

مثلا $9 = 2+7$ . . . لو طرحنا 9 من 7 نحصل على العدد 2

$9 = \frac{144}{36}$ . . . لو ضربنا $144 = 9 \times 36$

اما في المعادلات . . . نعوض المتغيرات التي حصلنا عليها . . . الطرف الايسر = الطرف الايمن

إعداد الأستاذ : باسم المياحي

اخي الطالب انت تستحق الكثير منا . . . نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم ويوفقكم لتحقيق حلمكم الدراسي . . . المعلومات متكاملة لكنها بحاجة الى من يوظفها بالشكل الصحيح

Dream is not what you see in sleep

Dream is something which doesn't make

You sleep

@A_M_Z_F

معلومة 19

من أهم المعلومات في هذه الأساسيات هي المربع الكامل بجميع إشكاله تابع التوضيحات جيدا لانها أساسك في المشتقة والتكامل والانسحاب في القطوع للقسم التطبيقي فقط .. المعادلات التفاضلية .. الخارجي

اما تغيير ارقام او من هذه الأساسيات

المربع الكامل

له تطبيقات واستخدامات كثيرة . . . في موضوع الدائرة والغاية والاهم في المشتقة والتكامل والقطوع المخروطية في ايجاد الحد المفقود و . . .

هو عبارة عن جمع او طرح حدين او مقدارين مرفوعين الى اس تربيعي .. ولتبسيطه نجزء المقدار الى ثلاثة حدود " موضحة بالقانون التالي "

قانون المربع الكامل

$(x \mp y)^2$ → $(x^2 \mp 2xy + y^2)$

- x^2: مربع الاول
- $\mp$: نفس الاشارة
- $2xy$: 2 × الاول × الثاني
- $+$: موجبة دائما
- y^2: مربع الثاني

$(x - 5)^2$ → $(x^2 - 10x + 25)$

$(x - \sqrt{2})^2$ → $(x^2 - 2\sqrt{2}x + 2)$

$(\sqrt{x} + \sqrt{7})^2$ → $(x + 2\sqrt{7x} + 7)$

★ مربع الجذر ألتربيعي . . . ماتحت الجذر $(\sqrt{2})^2 = 2$, $(\sqrt{7})^2 = 7$

@A_M_Z_F

★ كيفية ايجاد الحد المفقود $\text{bx} = 2\sqrt{\text{الاول} \times \text{الثالث}}$ بهذا القانون نجد أي حد اذا علم الآخران

★ مانحتاجه في هذه المرحلة وفي القطوع المخروطية خاصة ايجاد الحد المجهول وتكوين مربع كامل نستخدم هذه العلاقة البسيطة

$$\frac{\left(\frac{\text{الحد الوسط}}{2}\right)^2}{\text{الحد الاول}} = \text{الحد "المطلق}$$

... أي نقسم الحد الوسط على 2 ونربعه ونقسمه على الحد الاول " نحصل على الحد الثالث المجهول . . . ونضيفه للطرفين في القطوع

$$16x^2 + 160x - 9y^2 + 18y = 185$$

$$16x^2 + 160x + ? - (9y^2 - 18y + ?) = 185$$

$$16x^2 + 160x + 400 - (9y^2 - 18y + 9) = 185 + 400 - 9$$

$$\text{الحد "المطلق} = \frac{\left(\frac{160x}{2}\right)^2}{16x^2} = \frac{(80x)^2}{16x^2} = \frac{80 \times 80x^2}{16x^2} = 20 \times 20 = 400$$

$$\text{الحد "المطلق} = \frac{\left(\frac{18y}{2}\right)^2}{9y^2} = \frac{(9y)^2}{9y^2} = \frac{81y^2}{9y^2} = 9$$

بعد ان عرفنا الحد الثالث نضيفه للطرفين للمحافظة على توازن المعادلة

$$(4x + 20)^2 - (3y - 3)^2 = 576$$

$$16(x+5)^2 - 9(y-1)^2 = 576 \quad \div 576$$

$$\frac{(x+5)^2}{\frac{576}{16}} - \frac{(y-1)^2}{\frac{576}{9}} = 1$$

$$\frac{(x+5)^2}{36} - \frac{(y-1)^2}{64} = 1$$

@A_M_Z_F

معلومة 20

قانون الفرق او الجمع بين مكعبين

هو عملية جمع اوفرق بين حدين او مقدارين كلاهما له جذر تكعيبي مباشر و قابل للتبسيط

عند التحليل . . . . قوسان أحداهما صغير "مكون من حدين " الثاني كبير "من ثلاث حدود"

كما موضح أدناه

له تطبيقات كثيرة اهمها التكامل للتخلص من المقام

قانون الفرق او الجمع بين مكعبين

$$x^3 \pm y^3 = (x \pm y)\ (x^2 \mp xy + y^2)$$

- x : الجذر التكعيبي للاول
- $\pm$: نفس الاشارة
- y : الجذر التكعيبي للثاني
- x^2 : مربع الاول
- $\mp$: عكس الاشارة
- xy : الاول × الثاني
- $+$: موجبة دائما
- y^2 : مربع الثاني

حل ماياتي

$$x^3 - 27 = (x - 3)\ (x^2 + 3x + 9)$$

$$x^3 + 64 = (x + 4)\ (x^2 - 4x + 16)$$

$$x^3 + 16 = (x + 2\sqrt[3]{2})\ (x^2 - 2\sqrt[3]{2}\,x + 4\sqrt[3]{4})$$

@A_M_Z_F

قانون الفرق بين مربعين

هو عملية فرق بين حدين او مقدارين كلاهما له جذر تربيعي مباشر او غير مباشر " قابل للتبسيط"

عند التحليل . . . قوسان أحداهما موجب والأخر سالب . . . بعض الإعداد لها جذر تربيعي مباشر

والبعض الاخر اشباه الجذور مثل $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$ او $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3}$

او يكون من الاعداد الاولية وله جذر تقريبي لكن عند التحليل = جذر العدد × جذر العدد

$3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$ او $2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$x^2 - y^2$	$(x + y) \times (x - y)$
$x^2 - 9$	$(x + 3) \times (x - 3)$
$x^2 - 8$	$(x + 2\sqrt{2}) \times (x - 2\sqrt{2})$

أ. باسم المياحي

التحليل بالتجربة

التحليل بالتجربة نحتاجه في الحدوديات او المعادلات من الدرجة الثانية احيانا لمتغير واحد " اذا كان بالامكان الحصول على الحد الوسط" . . بامكاننا تبسيط بعض المعادلات والحدوديات لدرجات اخرى سنذكر بعضها لاحقا

$x^2 - 11x + 30 = 0$	$(x - 6) \cdot (x - 5) = 0$
$x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$	$(\sqrt{x} - 4) \cdot (\sqrt{x} - 3) = 0$
$x^3 - 4x\sqrt{2x} + 8 = 0$	$(x\sqrt{x} - 2\sqrt{2})(x\sqrt{x} - 2\sqrt{2}) = 0$
$6x^6 - 15x^3 + 6 = 0$	$(3x^3 - 6) \cdot (2x^3 - 1) = 0$

قناة التفوق في السادس العلمي
@A_M_Z_F

مهارات متفرقة للأذكياء

مهارات للاذكياء تنفع للتعامل مع المسائل بذكاء . . . الاغلب يواجه صعوبة تحليل البسط واختصاره مع المقام . . .

بهذه المهارة يمكنه التعامل مع مختلف الحدوديات او المقادير ذات الدرجة العالية والتي يصعب او يستحيل تحليلها بالتجربة او الفرق او الجمع بين مكعبين او المربع الكامل او العامل المشترك او . . .

$x^3 - 7x + 6 =$.

القسمة الطويلة للمعادلات ذات الدرجات العالية

$x^2 + x - 6$

$(x-1)$) $x^3 - 7x + 6$

$\mp x^3 \pm x^2$

$x^2 - 7x$

$\mp x^2 \pm x$

$-6x + 6$

$\pm 6x \mp 6$

0

المثقفون يأتون لحل المشاكل بعد وقوعها اما **العباقرة** يسعون لمنعها قبل ان تبدأ انشتاين

ثم نحل المتبقي من القسمة

$x^2 + x - 6 = (x+3)(x-2) = 0$

. . $x = -3$, $x = 2$, $x = 1$

الطريقة اعلاه لحل المعادلة من الدرجات العالية وهي مهارة تخدم الطلبة الاذكياء في الوقت الحالي استخدامها قليل لكنها بديلة لجميع طرق التحليل في حالة الحاجة للتخلص من المقام + لكن الحاجة ظرورية لها مستقبلا لانها الطريقة التي تخلصنا من المقام في حال كون البسط هو الاكبر " اما اذا كانت درجة اس المقام اعلى فب التجزئة يتم التبسيط لغرض الاختصار

نقسم لتقليل الدرجة + نحلل المتبقي + للتأكد من الحل و هي الخطوة الاهم + التعويض في المعادلة . .

الطرف الايسر = الايمن ولجميع القيم

الاستاذ . . باسم الحجي

@A_M_Z_F

مهارة الاضافة والطرح

$$\int \frac{8-v}{v-3}\, dv$$

نرتب البسط لجعله مشابها للمقام لغرض الاختصار لعدم امكانية التكامل بالطرق الاعتيادية . . . -8 = -3 - 5

$$\int \frac{8-v}{v-3}\, dv = \int \frac{-(v-8)}{v-3}\, dv = \int \frac{-(v-3-5)}{v-3}\, dv$$

$$= \int \left[-\frac{(v-3)}{v-3} + \frac{5}{v-3}\right] dv = \int \left[-1 + \frac{5}{v-3}\right] dv$$

$$= -v + 5\, LN\,|v-3| + c$$

مهارات الاضافة والطرح " التعامل بالعنصر المحايد لعملية الجمع هو الصفر . . . وله اشكال عديدة حسب الحاجة مثلا -3 + 3 =0 , -2 +2 =0 او التعامل مع نفس العدد المعطى لجعله مشابه للمقام كما فعلنا في المثال اعلاه $v-8 = v-3-5 = (v-3)-5$

او بخاصية المحايد

$$v-8 = v-3+3-8 = (v-3)+(3-8) = (v-3)-5$$

نحتاج هذه المهارة في التكاملات والمعادلات التفاضلية " كل هذه المعلومات تجعلك متمكنين في الرياضيات والخارجي يصبح " متعة الوزاري "

$$\int \frac{x-1}{(x+1-\sqrt{2x+2})}\, dx$$

نضيف العنصر المحايد لعملية الجمع هو الصفر بالشكل -1 +1 =0 لجعل البسط مقدارا قابلا للتحليل والتخلص من المقام بعد استخراج العامل المشترك

$$\int \frac{x-1}{(x+1-\sqrt{2x+2})}\, dx = \int \frac{x-1+1-1}{(x+1-\sqrt{2x+2})}\, dx$$

$$= \int \frac{x+1-2}{(x+1-\sqrt{2x+2})}\, dx = \int \frac{x+1-2}{(x+1-\sqrt{2}\sqrt{x+1})}\, dx$$

$$= \int \frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{2})(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}{(\sqrt{x+1}\,(\sqrt{x+1}-\sqrt{2}))}\, dx = \int \frac{(\sqrt{x+1}+\sqrt{2})}{\sqrt{x+1}}\, dx$$

$$= \int \left(\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x+1}}\right) dx = \int \left(1 + \sqrt{2}\,(x+1)^{-\frac{1}{2}}\right) dx$$

$$= x + \sqrt{2} \times 2\,(x+1)^{\frac{1}{2}} + c = x + 2\sqrt{2}\,\sqrt{(x+1)} + c$$

@A_M_Z_F

ربي انزع من قلبي حب كل شيء لا تحبه

نرفع ماتبقى من المقام الى البسط مع تغيير اشارة الاس " خواص الأسس والجذور" .
. . نجزء البسط على المقام + نكامل كدالة اسية بعد توفر مشتقة الاس للحد الثاني

مهارة تجزئة البسط على المقام

المهارة ادناه تنفعنا في الكثير من المواضيع لكن اهمها التكامل والمعادلات التفاضلية . . طريقة تجزئة البسط على المقام " عكس القسمة الطويلة " . . . لاحض عزيزي الطالب جزئنا المقام وفرضنا البسط كثوابت A , B حسب درجة المقام + نوحد المقامات ونساوي المقدار المذكور بالمفروض + نساوي الطرفين ويحل كمعادلات بمساواة كلا مع شبيهه لايجاد قيم ? , A , B بعدها نرجع الى تعويض هذه القيم ونكامل كلا حسب قاعدته " ان كانت لديك صعوبة راسلني على حسابي الخاص واوضح لك المهارات والطرق بشكل مفصل"

$$\int \frac{(x+1)}{(x^2+4x+4)}\,dx = \frac{(x+1)}{(x+2)^2} = \frac{A}{X+2} + \frac{B}{(x+2)^2}$$

$$\frac{A(x+2)+B}{(x+2)^2} = \frac{A\,X+2\,A+B}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)}{(x+2)^2} \Rightarrow A\,X+2\,A+B = x+1$$

$$A = 1 \;,\; 2A + B = 1 \Rightarrow 2 + B = 1 \Rightarrow B = -1$$

$$\int \left(\frac{A}{X+2} + \frac{B}{(x+2)^2} \right) dx = \int \left(\frac{1}{X+2} - \frac{1}{(x+2)^2} \right) dx = LN\,|x+2| - \frac{(x+2)^{-1}}{-1} + c$$

$$= LN\,|x+2| + \frac{1}{(x+2)} + c$$

مهارة استخراج العامل المشترك

العامل المشترك هو اكبر مايمكن الاشتراك به بين جميع الحدود لكنه يختلف في الاعداد عنه في الحدوديات حسب طبيعة الجزء المشترك كان يكون عدد " صحيح موجب او سالب او نسبي او . . . "
او متغير مختلف الدرجة

هذه المهارات لزيادة المعلومة وهي إحدى البدائل المهمة لكم في حال وجود صعوبة في مسألة معينة

@A_M_Z_F

Intereset

للتبسيط المقدار او تقليل درجة الحدانية او المعادلة احيانا لغرض الاختصار او الوصول الى ناتج مطلوب كما في حالات الاثبات

عامل مشترك لعدد موجب $(16x + 64y = 16(x + 4y))$

عامل مشترك عدد نسبي . . . نقسم كل معامل كل حد على العامل المشترك بشكل عدد نسبي وفي حال قسمة عدد نسبي على اخر تكون العلاقة كالتالي . . . تتحول القسمة الى ضرب ويقلب العدد الثاني

وكذلك الحال الى بقية الحدود $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{2} \times \frac{12}{1} = 6$

$$\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{12}\right) = \frac{1}{12}(6x^2 + 4x + 1)$$

اذا كان بشكل متغير " لتقليل الدرجة للاس " . . . يساعدنا في تسهيل حل المعادلات غالبا

$$x^6 + 5x^4 + 6x^2 = x^2(x^4 + 5x^2 + 6) = (x^2 + 3)(x^2 + 2) = 0$$

مهارة ضرب أسس مختلفة

$$\sqrt[6]{(x+1)} \times \sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[4]{(3)}$$

نساوي الاسس لضرب الاساسات

$$\sqrt[6]{(x+1)} \times \sqrt[3]{x^2} \times \sqrt[4]{(3)}$$

$$(x+1)^{\frac{1}{6}} \quad (x)^{\frac{2}{3}} \quad (3)^{\frac{1}{4}}$$

ضربنا الاس بالعدد $1 = \frac{1}{12} \times 12$ العنصر المحايد لعملية الضرب لجعل الاسس متشابهة

من اهم الخواص في الاسس والجذور

$$\left[(x+1)^{\frac{1}{6}}\right]^{12\,\frac{1}{12}} \quad \left[(x)^{\frac{2}{3}}\right]^{12\,\frac{1}{12}} \quad \left[(3)^{\frac{1}{4}}\right]^{12\,\frac{1}{12}}$$

$$[(x+1)^2]^{\frac{1}{12}} \quad [(x)^8]^{\frac{1}{12}} \quad [(3)^3]^{\frac{1}{12}}$$

$$= [(x+1)^2 \times x^8 \times 27]^{\frac{1}{12}} = [27x^8(x+1)^2]^{\frac{1}{12}}$$

الفشل . . . هو الفرصة التي تتيح لك البدء من جديد بذكاء اكبر

@A_M_Z_F

$$\left(\frac{1}{1024}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{10} \times (16)^{\frac{5}{2}}$$

نبسط مابالداخل لجعل الاسس متشابهة
+ اذا اختلفت الأساسات وتشابهت الأسس . . . تضرب الأساسات وترفع لنفس الأس

$$= \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{10}\right)^{\frac{1}{2}} \times \left(\left(-\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{5} \times \left((2)^{4}\right)^{\frac{5}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{5} \times \left(\left(\frac{1}{4}\right)\right)^{5} \times \left((2)^{2}\right)^{5}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^{5} \times \left(\left(\frac{1}{4}\right)\right)^{5} \times (4)^{5}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 4\right)^{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{5} = \frac{1}{32}$$

تبسيط أي اس بمبرهنة ذات الحدين

مبرهنة ذات الحدين من اهم المهارات التي تبسط لنا الاس الكبير بطريقة سهلة وسريعة جدا ولها فوائد منها في موضوع التكامل في حال عدم توفر مشتقة الداخل + او ايجاد ناتج عدد كبير بتحويله الى حاصل جمع او فرق بين عددين

$$\int (x^2+1)^4 \ x^2 \ dx$$

$$(x^2+1)^4 = \binom{4}{0}(x^2)^4 + \binom{4}{1}(x^2)^3(1) + \binom{4}{2}(x^2)^2(1)^2 + \binom{4}{3}(x^2)(1)^3 + \binom{4}{4}(1)^4$$

$$= x^8 + 4x^6 + 6x^4 + 4x^2 + 1$$

الان نرجع الى التكامل بعد التبسيط الموضح . . . مبرهنة ذات الحدين تبسط الاس الكبير مهما كانت درجته

$$= \int (x^8 + 4x^6 + 6x^4 + 4x^2 + 1)\ x^2\ dx$$ نجري عملية الضرب

$$= \int (x^{10} + 4x^8 + 6x^6 + 4x^4 + x^2)\ dx$$ نكامل مباشرة " عملية جمع"

$$= \int \left(\frac{1}{11}x^{11} + \frac{4}{9}x^9 + \frac{6}{7}x^7 + \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3\right) + c$$

اما في حالة الاعداد مثلا العدد $(102)^4$

$$(100+2)^4 = \binom{4}{0}(100)^4 + \binom{4}{1}(100)^3(2) + \binom{4}{2}(100)^2(2)^2 + \binom{4}{3}(100)(2)^3 + \binom{4}{4}(2)^4$$

اذا لم تضع أهدافا واضحة ، فلا تلومن الا نفسك على عدم بلوغك لاي شيء

أعداد الأستاذ . باسم المياحي
@A_M_Z_F

التكامل بالتجزئة

نحصل على هذه القاعدة من اشتقاق حاصل ضرب دالتين لكن في التكامل العكس

تستخدم هذه القاعدة في الدوال المركبة التي لاينفع معها التبسيط ولا مبرهنة ذات الحدين و ؟ ؟

كالمثال التالي : $\int x\, e^x\, dx$

القاعدة كالتالي $\int v\, du \quad = uv - \int u\, dv$ وتأتي بالصيغة $uv = \int v\, du + \int u\, dv$

$v = e^x \qquad dv = e^x \quad , \quad u = x \qquad du = dx$

$$\int x e^x\, dx = xe^x - \int e^x\, dx = xe^x - e^x + c$$

مهارة الترتيب في المعادلات

من المهارات المهمة التي نلجأ اليها للتبسيط في حل اغلب المعادلات بعد معرفة درجتها وطبيعة حلها

$(x+1)^{\frac{2}{3}} = (2)^{\frac{3}{2}}$ نعرف الجذر $\sqrt[3]{(x+1)^2} = \sqrt{(2)^3}$

$(x+1)^4 = (2)^9 \Leftarrow \left((2)^{\frac{3}{2}}\right)^6 = \left((x+1)^{\frac{2}{3}}\right)^6$ ناخذ الاس 6 للطرفين " لانه يقبل القسمة على الاس في الطرفين

ناخذ الجذر الرابع للطرفين لجعل الاس يساوي واحد للطرف المتغير بعدها تحل المعادلة للطرفين

$(x+1) = (2)^{\frac{9}{4}} \Rightarrow x+1 = (2^4 \times 2^4 \times 2)^{\frac{1}{4}} \Rightarrow x+1 = 4\sqrt[4]{2} \Rightarrow x = 4\sqrt[4]{2} - 1$

إعداد الأستاذ .. باسم البياتي

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

جميع إعمالي في هذا الرابط وكل جديد سيضاف له بالإضافة الى روابط اخرى في بقية الكروبات الدراسية ... الشكر لله ولكم جميعا ... أتمنى منكم مشاركة العمل لتكون الفائدة أعم واشمل

#	نوع الملف	اسم الملف	عدد التحميلات	آخر تحميل
1		السادس الادبي.pdf	1,282	am 04:03 30-06-2016
2		2 الخامس العلمي.pdf	931	pm 08:18 29-06-2016
3		1 الخامس.pdf	681	pm 12:56 29-06-2016
4		2014 ملزمة الثالث المتوسط.pdf	2,232	am 02:31 30-06-2016
5		قوانين الفيزياء + اهم الاساسيات + طريقة التعامل مع المسألة الفيزيا...	13,768	am 02:05 30-06-2016
6		مشروع التفوق والنجاح في السادس العلمي.pdf	4,222	am 09:12 29-06-2016
7		1 ديموافر.avi	577	am 12:15 30-06-2016
8		2الالومنيكا.avi	133	am 12:18 30-06-2016
9		1 الالومنيكا.avi	150	am 12:15 30-06-2016
10		الكلمات الانكليزية الاكثر استخداما.pdf	4,986	am 02:04 30-06-2016
11		2015 ملزمة حلول مسائل الفيزياء.pdf	13,933	am 04:11 30-06-2016
12		الفصل الخامس + السادس المعادلا+الهندسة.pdf	7,772	am 02:01 30-06-2016
13		الفصل الرابع التكامل.pdf	11,092	am 12:58 30-06-2016
14		الفصل الثالث المشتقة.pdf	11,193	am 12:12 30-06-2016
15		الفصل الثاني القطوع المخروطية.pdf	10,037	pm 06:05 29-06-2016
16		الفصل الاول الاعداد المركبة.pdf	9,660	am 12:35 30-06-2016
17		المقدمة + الاساسيات للمنهج.pdf	15,649	am 02:53 30-06-2016

conclusion

أعمالي وطرق الحل المتبعة تعتمد على الفهم وليس الحفظ الذي يرغبه البعض منكم لاسباب كثيرة منها الاهمال السابق والبحث عن درجة النجاح فقط ... من يتابع ملازمي ومقاطع الفيديو اضمن له ال 100 / ومهما كانت طبيعة الاسئلة ... من يبحث عن النجاح المقدمات تكفيه ومن يبحث عن الابداع فليتابع المشروع بأكمله

@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي
الأحيائي والتطبيقي

الفصل الأول : الأعداد المركبة

إعداد الأستاذ

باسم المياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس

@rhlt_altafawK

@A_M_Z_F

DES : MOSTAFA KH

@A_M_Z_F

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من ستة اجزاء

الجزء الثاني (الاعداد المركبة)



أعداد الاستاذ باسم المياحي

بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

الإحيائي

التطبيقي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...

تتضمن الملزمة

الاساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها+ وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية

اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب عملنا لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكون لي مقاطع فيديو بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس"

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

07811144165 مشاركة العمل مع الجميع لتعم الفائدة

@A_M_Z_F

ملخص توضيحي للفصل الاول

My advice

عزيزي الطالب راجع وأتقن هذه الملاحظات قبل مباشرتك بحل أي سؤال من اسئلة الفصل الاول . . . الملاحظات خارطة عمل متكامل بين يديك

1 كل $i^2 = -1$ علما ان i هو عدد تخيلي نستخدمه في عدة مواضيع للتخلص من العدد السالب تحت الجذر التربيعي كما موضح $\sqrt{-3} = \sqrt{3i^2} = \sqrt{3}\,i$

وكذلك لتغير العملية بين حدين او مقدارين عبارة عن جمع مربعين الى فرق بينهما لإمكانية التحليل كفرق بين مربعين $x^2 + y^2 = x^2 - y^2 i^2$

او لتقليل الاس " عند التبسيط " $i^{124} = [i^2]^{62} = [-1]^{62} = 1 + 0\,i$

2 مرافق العدد المركب a + bi هو a - bi حيث ان a الجزء الحقيقي و b الجزء التخيلي وان حاصل ضرب اي عددين مترافقين = مربع الاول + مربع الثاني

3 ضرب + جمع + طرح الإعداد المركبة كما كنا نفعل سابقا . . . لكن المختلف اننا نتعامل مع كل عدد عبارة عن حدين احدهما تخيلي " يحتوي i والاخر حقيقي خالي من i وعند فقدان أي جزء " معامله = صفر " العنصر المحايد لعملية الجمع

الحقيقي مفقود 0+2i , خالي من التخيلي 3 + 0i , يحتوي الجزئين $3 + 2i$

4 لحل أي معادلة مركبة " تحوي الجزئيين في كل طرف "

نجري العمليات الرياضية للتبسيط + مساواة الحقيقي مع الحقيقي في الطرفيين " نكون معادلة 1" + مساواة الخيالي مع الخيالي في الطرفيين " نكون معادلة 2

+ نرتب + نساوي المعادلتين " لإيجاد مجموعة الحل "

إعداد الاستاذ . باسم المياحي

@A_M_Z_F

5 لتحليل الإعداد . . . . نجزأ العدد المذكور في السؤال . . . الى حاصل جمع عددين كلاهما له جذر تربيعي . . . ثم نغير عملية الجمع الى فرق بين مربعين " بضرب الداخل والخارج بسالب 1-

$$90 = 81 + 9 = 81 - 9\, i^2 = (9 - 3i)\,(9 + 3i)$$

حل المعادلات التربيعية في "c"

1 نجد مجموع الجذرين 2 حاصل ضرب الجذرين

3 نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة التالية :

x^2 − (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما = 0

بعض الجذور لايمكن او يصعب اجراء شروط المعادلة عليها قبل الترتيب نرتبها اولا ثم نطبق شروط المعادلة التربيعية

$\dfrac{\omega^2}{2-\omega}$, $\dfrac{\omega}{2-\omega^2}$ $\dfrac{-3\omega^2}{i}$, $\dfrac{3i}{\omega^2}$	2. كون المعادلة التربيعية التي جذراها m,L حيث: $m = \dfrac{3-i}{1+i}$, $L = (3-2i)^2$

warning

في بعض الاحيان يذكر جذر واحد في السؤال والمطلوب ايجاد الجذر الاخر + حاصل جمعها

من حاصل ضرب الجذرين بعد الترتيب نجد الجذر الاخر . . . . ثم نجمع الجذرين لايجاد حاصل الجمع

@A_M_Z_F

السؤال يختلف عن سابقه . . . . قبل كنا نتعامل مع الجذرين لايجاد المعادلة اما في هذا السؤال من احد الجذرين نكون المعادلة بالاستعانة بالمعطى في داخلها

Important note

من الافضل ان نجعل معامل $x^2 = 1$ لتطبيق الشروط بشكل مباشر في الجمع والضرب " . نقسم طرفي المعادلة على معاملها . . . احيانا نحتاج الى استخراج معاملي x كعامل مشترك مع مراعاة اشارة الحد الوسط " معامل x " سالب كما مذكور في المعادلة

تكملة الملاحظات موجودة مقابل كل سؤال . . . راجع الأساسيات قبل كل معلومة

حل المعادلة من الدرجة الثانية لمتغير واحد بالدستور

تعتبر هذه الطريقة الأعم والاشمل لحل المعادلات من الدرجة الثانية ونلجا اليها في حال عدم امكانيتنا حل المعادلة من هذا النوع بالتجربة او امربع الكامل او . . .

هناك ثلاث احتمالات لمجموعة الحل :

- ماتحت الجذر = 0 ← للمعادلة جذران متساويان .
- ماتحت الجذر = عدد موجب ← للمعادلة جذران مختلفان
- ماتحت الجذر = عدد سالب ← لايوجد للمعادلة حل في R لكنها تحل في مجموعة الاعداد التخيلية .

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

وللتخلص من العدد السالب تحت الجذر ألتربيعي هنالك احتمالين هما :

اذا كان تحت الجذر التربيعي جزء من العدد المركب الجزء الحقيقي فقط

نفرض ان $i^2 = -1$ ونستخرجه خارج الجذر مثل :

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{-4}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{4i^2}}{2a} = \frac{-b \pm 2i}{2a}$$

@A_M_Z_F

اما اذا كان تحت الجذر التربيعي عدد مركب بجزئه التخيلي او كليهما هناك عدة

خطوات لايجاد قيمة ماتحت الجذر :

مثلا : $X = \frac{-b \pm \sqrt{-4+3i}}{2a}$

نفرض ان ماتحت الجذر = x + i y اي

نربع الطرفين للتخلص من الجذر التربيعي ونحلل مربع ك

بعدها نساوي الجزائيين كلا مع شبيهه بالطرف الاخر

الحقيقي مع الحقيقي تكوين معادلة 1

التخيلي مع التخيلي لتكوين م2 "نحل المعادلتين بالتعويض" بعد ذلك نعوض احد الجذرين في القانون

لايجاد مجموعة الحل :

$-4+3i = [x+iy]^2$

$-4+3i = x^2 - y^2 + 2xyi$

$x^2 - y^2 = -4 \quad ...$ (1)

$2xy = 3 \quad ...$ (2)

للتطبيقي فقط حذف هذا الموضوع من قسم الاحيائي

خواص الاوميكا "الجذور التكعيبية للواحد الصحيح" . . . W

1 من خواص الجذور التكعيبية للواحد الصحيح :

$w^2 + w + 1 = 0$

توضيح

نستفيد من الخواص والمتطابقات المذكورة باشكالها

لاثبات صحة علاقات معينة او لتكوين معادلة تربيعية بعد التعويض في العلاقة السابقة او لايجاد قيمة مقادير معينة

$w^2 + w = -1$

$w^2 + 1 = -w$

$w + 1 = -w^2$

2 بالاضافة ان كل $w^3 = 1$ . . . نستفاد من هذه الخاصية للتخلص من المقام اذا كان يحوي الاوميكا + لتبسيط اي اس كبير + التعويض والتبسيط عند الضرب + او للتبسيط ماتحت الجذر مثلا

$\sqrt{w^3} = \sqrt{1} = 1$ or $= \sqrt{w^3 w^3} = \sqrt{w^6} = w^3 = 1$

$\sqrt{w} = \sqrt{w\, w^3} = \sqrt{w^4} = w^2$ + او . . . حالات اخرى لها نفس القواعد

إعداد الأستاذ ... المياحي

@A_M_Z_F

مبرهنة ديموافر وتطبيقاتها

Advice

كيف تتعامل مع ديموافر " موضوع 10 درجة مضمونة " . . تراجع الاساسيات الزوايا ومحور الاحداثيات بشكل مخطط + شرح توضيحي + مقاطع ستنشر بقلم الكتروني لاضعف المستويات + الملاحظات ادناه الشاملة والمبسطة بطريقة الفهم + اطلع بعد كل ذلك على التمارين بشكل سريع ثم بقلم + ورقة لمعرفة مدى استيعابك للموضوع . . . احذرك من الزاوية فأن خطأها قاتل . . . في اخر الملزمة اسئلة للاذكياء ولزيادة المعلومة من أعدادي لتقوية الاساس فقط

مبرهنة ديموافر :

1 اذا كان الاس عدد صحيح موجب يضرب العدد n في الزاوية ثم نجد قيم الدوال الدائرية للزاوية الجديدة " بعد تطبيق المبرهنة "

مثال :

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^{n} = (\cos n\theta + i\sin n\,\theta)$$

2 اذا كان الاس عدد سالب عند تطبيق الاس على العلاقة يغير اشارة دالة sin فقط كما موضح

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^{-n} = (\cos n\theta - i\ \sin n\,\theta)$$

$$\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{-4} = (\cos\pi - i\sin\pi)$$

3 اذا كان الاس عدد نسبي نستخدم نتيجة مبرهنة ديموافر :

مربع التعويض

$$Z^{\text{الجذر}} = r^{\text{الجذر}}\left[\cos\frac{\text{الزاوية} + 2k\pi}{\text{دليل الجذر}} + i\sin\frac{\text{الزاوية} + 2k\pi}{\text{دليل الجذر}}\right]$$

بعد ذلك نفرض قيم k ابتداء من الصفر حسب درجة الجذر المطلوب كان يكون جذر تربيعي يعني هناك جذرين نحصل عليهما بعد فرض (k =0 , k =1) ثم نعوضهما في العلاقة لمعرفة الزاوية ومن ثم نعين قيم دوالها الدائرية التي تعتبر جذور العلاقة .

الاستاذ باسم المالكي
@A_M_Z_F

نحتاج العلاقات التالية لإيجاد جذور معينة لاي عدد مركب بالصيغة $x + iy$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية والربع من اشارة الدوال الدائرية

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} \quad , \quad \sin\theta = \frac{y}{r}$$

4 اذا كان الاس مركبا " عبارة عن بسط "اس" وجذر " مقام"

نضرب الاس في الزاوية + والجذر حسب مربع التعويض "احتمالات حسب دليل الجذر"

5 اذا طلب ايجاد الصيغة القطبية . . . نجد r , sin , cos ثم الزاوية ونعوض في العلاقة

$$Z = r\,(\cos\theta + i\sin\theta)$$

6 اذا طلب منا تبسيط مقدار لوجود زاوية في البسط تختلف عن المقام " نستخدم عكس ديموافر " . . . نضرب الزاوية في الاس لجعل الزوايا متشابهة لغرض الاختصار " حالة خاصة من ديموافر

warning

. . . الاهم في ديموافر معرفة الزاوية " موضح في الاساسيات بشكل متكامل " الزاوية خطأها قاتل لانه يمثل بداية الحل والجذور تعتمد على الزاوية والتعويض بشكل اساس

Attention

احيانا يذكر سؤال مركب يحوي ديموافر مع الاوميكا مع الاعداد المركبة الغير مرتبة

عليك تبسيط العدد وبعدها التعامل مع شروط ديموافر . . . حسب طبيعة الاس "موضح في الاعلى بشكل مفصل وكامل "

Advice

راجع هذه المعلومات الذهبية للموضوع قبل الاطلاع على التمارين + حل الامثلة والمسائل بعدها العامة + الوزارية والاثرائية " معلومة كل سؤال بشكل مقابل لكي لاتنقصك معلومة

اعداد الاستاذ . باسم الساعدي

@A_M_Z_F

حرصا منا على وقت الثمين . . . انت من يستطيع تغيير خارطة العمل نحن نضع لك الحلول فقط

الاساسيات في مقدمة الملزمة هي السبيل الوحيد لخلاصك من الاسئلة الفكرية جميعا

مثال

اذا كان $c_2 = 3 - 2i$, $c_1 = 1 + i$ فتحقق من :

(1) $\overline{c_1 \pm c_2} = \overline{c_1} \pm \overline{c_2}$ (2) $\overline{c_1 \cdot c_2} = \overline{c_1} \cdot \overline{c_2}$

الطرف الايسر

$\overline{(1 + i) + (3 - 2i)} = \overline{(1 + 3) + (i - 2i)}$

$= \overline{4 - i} = 4 + i$

الطرفان متساويان . . . العلاقة صحيحة

الطرف الايمن

$\overline{c1} + \overline{c2} = \overline{(1 + i)} + \overline{(3 - 2i)} = (1 - i) + (3 + 2i)$

$= 1 + 3 - i + 2i = 4 + i$

توضيح

ناخذ المرافق لجمع او طرح او ؟ ؟ العددين = المرافق لناتج جمعهما او طرحهما أو ؟ ؟ ؟

الطرف الايسر = الطرف الايمن . . . الخاصية متحققة

@A_M_Z_F

مثال

جد النظير الضربي للعدد $c = 2 - 2i$ وضعه بالصيغة العادية للعدد المركب.

$$\frac{1}{C1} = \frac{1}{2-2i} \quad \frac{2+2i}{2+2i} = \frac{2+2i}{4+4} = \frac{2+2i}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\,i$$

النضير ألضربي مقلوب العدد . . نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق

2012 الدور الاول

مثال

اذا كان $\frac{3-2i}{i}$, $\frac{x-yi}{1+5i}$ مترافقان فجد قيمة كل من $x, y \in R$.

$$\frac{x+yi}{1-5i} = \frac{3-2i}{i} \Rightarrow xi + y\,i^2 = 3 - 2i - 15i + 10\,i^2$$

$$xi - y = 3 - 2i - 15i - 10 \Rightarrow xi - y = -7 - 17i$$

$$x = -17 \quad , \quad -y = -7 \Rightarrow y = 7$$

توضيح

نساوي العددين + نغير اشارة البسط والمقام لاحد العددين " وللمعامل التخيلي فقط " + ضرب الطرفين = ضرب الوسطين + نساوي الجزئيين لايجاد قيمة كل متغيير

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

مثال

جد المعادلة التربيعية التي جذراها $\pm(2+2i)$.

نطبق شروط ايجاد المعادلة التربيعية "الجذران بسيطان"

مجموع الجذرين

$$(2+2i) + (-2-2i)$$

$$= (2-2) + (2i-2i) = 0+0i$$

حاصل ضربهما

$$(2+2i).(-2-2i) = -4-4i-4i-4i^2$$

$$= -4-4i-4i+4 = -8i$$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة :

x^2 − (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما = 0

$$x^2 - (0)x - 8i = 0$$

$$x^2 - 8i = 0$$

المعادلة التربيعية

أعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

حلول تمارين [١ - ١]

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل

السؤال 1

ضع كلا مما ياتي بالصيغة العادلة للعدد المركب :

$i^5 = i^{4+1} = i^2 . i^2 . i = (-1)(-1)\, i = 0 + i$

$i^{124} = (i^2)^{62} = (-1)^{62} = 1 = 1 + 0i$

$i^{999} = (i^2)^{499} . i = (-1)^{499} . i = -1\, i = 0 - i$

نستخدم خواص i لتبسيط كلا مما ياتي ... نثبت i^2

ونقسم الاس على 2 .. نعوض وناخذ المتبقي

نجزء كمربع كامل

$(2 + 3i)^2 + (12 + 2i)$

توضيح

نجزأ المربع الكامل + نجمع الجزأين كلا على حدة الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي بعد التعويض بدل كل من

$= 4 + 12i + 9i^2 + 12 + 2i$

$= 4 + 12i - 9 + 12 + 2i$

$= 7 + 14i$

$(10 + 3i) . (0 + 6i)$

حاصل ضرب مقدارين جبرين

$= 0 + 60i + 0 + 18i^2$

$= -18 + 60\, i$

أعداد الاستاذ .. بسام الميالي

@A_M_Z_F

مشابه ل 2012 الدور الثاني

$$(1+i)^4 - (1+i)^4$$

نجزأ الأس كي يتسنى لنا أن نجزأ المقدار كمربع كامل

$$= ((1+i)^2)^2 - ((1+i)^2)^2$$

$$= [(1+2i+i^2)]^2 - [(1+2i+i^2)]^2$$

$$= (1+2i-1)^2 - (1+2i-1)^2$$

نجري العمليات الرياضية داخل القوس + نجري ماهو مطلوب خارج القوس ومن المعلوم لدينا ان

$$= (2i)^2 - (2i)^2$$

$$= 4i^2 - 4i^2$$

$$= -4 + 4 = 0 + 0i$$

$$, \frac{12+i}{i}$$

نضرب بسط ومقام المقدار بالعامل المرافق للمقام

$$= \frac{12+i}{i} \times \frac{-i}{-i}$$

$$= \frac{-12i - i^2}{-i^2}$$

نعوض $i^2 = -1$

$$= \frac{1-12i}{1}$$

$$= 1 - 12i$$

الأستاذ ... باسم الصيادي

@A_M_Z_F

$$\frac{3+4i}{3-4i}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام

$$= \frac{3+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i}$$

$$= \frac{9+12i+12i+16i^2}{9+16}$$

نعوض

$i^2 = -1$

$$= \frac{9+12i+12i-16}{9+16}$$

$$= \frac{-7+24i}{25}$$

البسط يتوزع على المقام " معلومة سابقة لدينا"

لكي نفصل الجزأين كلا على حدة

$$= \frac{-7}{25} + \frac{24i}{25}$$

$$\frac{i}{2+3i}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام

$$= \frac{i}{2+3i} \times \frac{2-3i}{2-3i}$$

$$= \frac{2i-3i^2}{4+9}$$

نعوض

$i^2 = -1$

$$= \frac{3+2i}{13}$$

البسط يتوزع على المقام

لكي نفصل الجزأين كلا على حدة

$$= \frac{3}{13} + \frac{2i}{13}$$

أعداد الاستاذ . . . باسم الميالي

@A_M_Z_F

$$\left(\frac{3+i}{1+i}\right)^3$$

نبسط مابداخل القوس بضرب البسط والمقام بالعامل الموافق للمقام

$$= \left(\frac{3+i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i}\right)^3$$

$$= \left(\frac{3-3i+i-i^2}{1+1}\right)^3$$

نعوض $i^2 = -1$

$$= \left(\frac{3-3i+i+1}{2}\right)^3$$

$$= \left(\frac{4-2i}{2}\right)^3$$

نجزأ البسط على المقام

$$= (2-i)^3$$

نجزأ الأس " لسهولة التحليل "

$$= (2-i)^2 \cdot (2-i)^1$$

$$= (4-4i+i^2)\cdot(2-i)$$

يحلل مربع كامل

$$= (3-4i)\cdot(2-i)$$

$$= (6-3i-8i+4i^2)$$

أخيرا نجري مختلف العمليات الرياضية لما تبقى من المقدارين

$$= (6-3i-8i-4)$$

$$= (2-11i)$$

$$\frac{2+3i}{1-i} \cdot \frac{1+4i}{4+i}$$

$$= \frac{2+3i}{1-i} \times \frac{1+4i}{4+i}$$

$$= \frac{2+8i+3i+12i^2}{4+i-4i-i^2}$$

نعوض $i^2 = -1$

$$= \frac{2+11i-12}{4-3i+1}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام

$$= \frac{-10+11i}{5-3i}$$

@A_M_Z_F

$$= \frac{-10 + 11i}{5 - 3i} \times \frac{5 + 3i}{5 + 3i}$$

نعوض $i^2 = -1$ + نجري العمليات الرياضية + نجزا البسط على المقام

$$= \frac{-50 - 30i + 55i + 33i^2}{25 + 9}$$

$$= \frac{-83 + 25i}{34} = \frac{-83}{34} + \frac{25}{34}i$$

$$(1 + i)^3 + (1 - i)^3$$

نجزأ الأس لسهولة التحليل

+نحلل احد المقدارين كمربع كامل + نجري العمليات الرياضية الموجودة بعد التعويض بدل كل $i^2 = -1$

$$= (1 + i)^2 \cdot (1 + i) + (1 - i)^2 \cdot (1 - i)$$

$$= (1 + 2i + i^2) \times (1 + i) + (1 - 2i + i^2) \times (1 - i)$$

$$= (1 + 2i - 1) \times (1 + i) + (1 - 2i - 1) \times (1 - i)$$

$$= 2i \times (1 + i) + (-2i) \times (1 - i)$$

$$= 2i + 2i^2 - 2i + 2i^2$$

$$= 4i^2$$

$$= -4 + 0i$$

السؤال 2

جد قيمتي كل من x , y الحقيقيتين من المعادلات التالية :

$$y + 5i = (2x + i)(x + 2i)$$

⊕ نضرب المقدارين في الطرف الأيمن لجعله مشابه للطرف الأيسر

$$y + 5i = 2x^2 + 4xi + xi + 2i^2$$

$$y + 5i = 2x^2 + 5xi - 2$$

$$y + 5i = 2x^2 - 2 + 5xi$$

⊕ من تساوي الجزأين في كل طرف نكون معادلتين من العلاقة التالية

الجزء الحقيقي للطرف الأيمن = الجزء الحقيقي للطرف الأيسر . . . م1

الجزء التخيلي للطرف الأيمن = الجزء التخيلي للطرف الأيسر . . . م2

أعداد الأستاذ . . . باسم المالكي
@A_M_Z_F

$y = 2x^2 - 2$ . . . 1

$5 = 5x$ . . . 2

من م2 نجد قيمة x

$5 = 5x$ ➡ $X = 1$

نعوض $x = 1$ في م1 لنحصل على y

$y = 2(1)^2 - 2 = 2 - 2 = 0$

$$8i = (x + 2i)(y + 2i) + 1$$

أعداد الأستاذ . باسم المياحي

نبسط الطرف الأيمن بإجراء العمليات الرياضية من جمع وضرب

$8i = xy + 2xi + 2yi + 4i^2 + 1$

$8i = xy + 2xi + 2yi - 4 + 1$

$0 + 8i = xy - 3 + 2xi + 2yi$

نساوي الجزئين كلا مع شبيهه في الطرف الاخر الحقيقي والتخيلي

لتكوين معادلتين م1 , م2

نرتب م1 $Xy - 3 = 0$ ➡ $xy = 3$ ➡ $x = \frac{3}{y}$ . . . 1

نرتب م2 $2x + 2y = 8 \div 2$ ➡ $X + y = 4$

$X = 4 - y$ . . . 2

بعدما كونا ورتبنا م1 و م2 نساوي المعادلتين لنجد قيمة y

$\frac{3}{y} = 4 - y$

نصفر المعادلة

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$3 = 4y - y^2$ ➡ $y^2 - 4y + 3 = 0$

$(y - 3)(y - 1) = 0$ نحلل بالتجربة

@A_M_Z_F

Either

نعوض في م1 لنجد قيمة x $y = 3$

$x = \frac{3}{y} = \frac{3}{3} = 1$

or

نعوض في م1 لنجد قيمة X $y = 1$

$x = \frac{3}{1} = \frac{3}{1} = 3$

شامل

$$\left[\frac{1-i}{1+i}\right] + (x + yi) = (1+2i)^2$$

يجزأ كمربع كامل

يضرب بسطه ومقامه بالعامل المرافق للمقام

$$\left[\frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}\right] + (x + yi) = (1+2i)^2$$

$$\left[\frac{1-2i+i^2}{1+1}\right] + (x + yi) = 1 + 4i + 4i^2$$

$$\left[\frac{1-2i-1}{1+1}\right] + (x + yi) = 1 + 4i - 4$$

$$\left[\frac{-2i}{2}\right] + (x + yi) = -3 + 4i$$

$$-1i + x + yi = -3 + 4i$$

نساوي الجزئين كلا مع شبيهه بالطرف الاخر لايجاد قيمتي المتغيرين

$x = -3$

$-1 + y = 4$ $y = 5$

إعداد الأستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

$$\left[\frac{2-i}{1+i}\right] x + \left[\frac{3-i}{2+i}\right] y = \frac{1}{i}$$

نضرب بسط ومقام كلا مما يأتي بالعامل المرافق لمقامه

$$\left[\frac{2-i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i}\right] x + \left[\frac{3-i}{2+i} \cdot \frac{2-i}{2-i}\right] y = \frac{1}{i} \cdot \frac{-i}{-i}$$

$$\left[\frac{2-2i-i+i^2}{2}\right] X + \left[\frac{6-3i-2i+i^2}{5}\right] y = -i$$

$$\left[\frac{2-3i-1}{2}\right] X + \left[\frac{6-5i-1}{5}\right] y = -i$$

$$\left[\frac{1-3i}{2}\right] X + \left[\frac{5-5i}{5}\right] y = -i$$

$$\frac{1}{2} x - \frac{3}{2} xi + y - yi = 0 - i$$

نساوي الجزئين كلا مع شبيهه بالطرف الاخر لايجاد قيمتي المتغيرين

نساوي الطرفين لتكوين معادلتين + نحل المعادلتين بالتعويض " لايجاد قيم x , y ملاحظات متكررة اكثر من مرة " سابقا

نرتب م1

$$\frac{1}{2} x + y = 0$$

$$x = -2y \quad \ldots \quad (1)$$

نرتب م2

$$-\frac{3}{2} x - y = -1$$

$$-\frac{3}{2} x = -1 + y \Rightarrow -3x = -2 + 2y \times -1 \Rightarrow 3x = 2 - 2y$$

$$x = \frac{2-2y}{3} \quad \ldots \quad (2)$$

نساوي م1 مع م2 لنجد قيمة y

$$-2y = \frac{2-2y}{3} \Rightarrow -6y = 2 - 2y$$

$$4y = -2 \Rightarrow y = \frac{-1}{2}$$

$$x = -2\left(\frac{-1}{2}\right) = 1$$

أعداد الأستاذ ... باسم الباجي

@A_M_Z_F

السؤال 2

اثبت كلا مما يأتي :

$$\frac{1}{(2-i)^2} - \frac{1}{(2+i)^2} = \frac{8}{25} i$$

نأخذ الطرف الأيسر

L H S

نجزئ كل مقام كمربع كامل

$$= \frac{1}{4-4i+i^2} - \frac{1}{4+4i+i^2}$$

$$= \frac{1}{4-4i-1} - \frac{1}{4+4i-1}$$

نضرب بسط ومقام كلا مما ياتي بالعامل المرافق لمقامه + او نوحد المقامات لان حاصل ضرب المقامين = حاصل ضرب عددين مترافقين

$$= \frac{1}{3-4i} - \frac{1}{3+4i}$$

$$= \frac{3+4i-(3-4i)}{(3-4i)(3+4i)}$$

$$= \frac{3+4i-3+4i}{9+16} = \frac{8i}{25}$$

الطرف الايمن

R H S

$$\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} = -2$$

نأخذ الطرف الأيسر

L H S

نجزأ المربع الكامل

$$= \frac{1-2i+i^2}{1+i} + \frac{1+2i+i^2}{1-i}$$

$$= \frac{1-2i-1}{1+i} + \frac{1+2i-1}{1-i}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام + او نوحد المقامات "الافضل"

$$= \frac{-2i}{1+i} + \frac{2i}{1-i}$$

$$= \frac{-2i(1-i)+2i(1+i)}{(1+i)(1-i)}$$

@A_M_Z_F

$$= \frac{-2i + 2i^2 + 2i + 2i^2}{1 + 1}$$

$$= \frac{4i^2}{2} = 2i^2 = 2 \times -1 = -2$$

الطرف الأيمن

R H S

2013 الدور الاول

$$(1-i)\ (1-i^2)\ (1-i^3) = (1-i)\ (1+1)\ (1-i^2\, i)$$

$$= (1-i)\ (1+1)\ (1+i) = 2 \times 2 = 4$$

سؤال خاص " يحمل قاعدة ثابتة

السؤال 4

حلل كلا من الإعداد 85 , 41 , 29 إلى حاصل ضرب عاملين من الصورة $a + bi$ حيث أن a , b عددان نسبيان .

نجزئ العدد 29 إلى عملية جمع عددين لهما جذر تربيعي هما 4 , 25

$$29 = 25 + 4$$

$$= 25 - 4i^2$$

$$= (5 - 2i)\ (5 + 2i)$$

ثم نحلل المقدار إلى فرق بين مربعين بعد ضرب الخارج ب -1 والداخل ب i^2 لجعل المقدار فرق بين مربعين

نتبع نفس الخطوات السابقة لبقية الأعداد

$$41 = 25 + 16$$

ثم نحلل المقدار إلى فرق بين مربعين

$$= 25 - 16i^2$$

$$= (5 - 4i)\ (5 + 4i)$$

إعداد الأستاذ ... باسم المياحي

@A_M_Z_F

ثم نحلل المقدار إلى فرق بين مربعين

$85 = 81 + 4$

$= 81 - 4i^2$

خاص

$= (9 - 2i)(9 + 2i)$

2015 الدور الثالث

السؤال 5

جد قيمة x , y الحقيقيتين إذا علمت أن : $\frac{6}{x + yi}$, $\frac{3+i}{2-i}$ مترافقان

العددان مترافقان . . نساوي العددين + نغير اشارة البسط والمقام للمعامل التخيلي لاحد العددين + نكمل بقية المهارات الرياضية

$$\frac{6}{x + yi} = \frac{3-i}{2+i}$$

حاصل ضرب الوسطين = حاصل ضرب الطرفين

$$(3 - i)(x + yi) = 6(2 + i)$$

نثبت المقدار الذي يحوي المتغيرين إلى اليسار والبقية إلى اليمين

العدد المركب = البعيد / القريب

$$(x + yi) = \frac{12 + 6i}{3 - i}$$

$$(x + yi) = \frac{12 + 6i}{3 - i} \times \frac{3+i}{3+i}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام " للتخلص من i في المقام

$$(x + yi) = \frac{36 + 12i + 18i + 6i^2}{9 + 1}$$

$$(x + yi) = \frac{36 + 30i - 6}{10} = \frac{30 + 30i}{10}$$

$$(x + yi) = 3 + 3i$$

نساوي الجزأين الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي " لإيجاد قيم x , y"

$X = 3 \quad , \quad y = 3$

الأستاذ . . . باسم الغياجي

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 1 -2

السؤال 1

حل المعادلات التالية وبين إي منهما يكون جذريها مترافقين :

$Z^2 = -12$

$Z = \pm\sqrt{-12}$

الجذر ألتربيعي للطرفين

$Z = \pm\sqrt{12\ i^2}$

نعوض $i^2 = -1$

للتخلص من الإشارة السالبة تحت الجذر ألتربيعي

$Z = \pm\sqrt{4 \times 3 .\ i^2}$

$Z = \pm 2\sqrt{3}\ i$

نحلل العدد 12 إلى حاصل ضرب عددين أحداهما على الأقل له جذر تربيعي

مجموعة الحل $s = \{\pm 2\sqrt{3}\ i\}$

الجذران مترافقان

$Z^2 - 3z + 3 + i = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 3 + i$

نعين قيم ثوابت المعادلة

$Z = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

نذكر قانون الدستور

نعوض قيم الثوابت في القانون " لمعرفة الجذور"

$Z = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(3+i)}}{2(1)}$

$= \dfrac{3 \pm \sqrt{9 - 12 - 4i}}{2}$

@A_M_Z_F

$$= \frac{3 \pm \sqrt{-3 - 4i}}{2}$$

توضيح

نفرض ماتحت الجذر = $x + yi$ " نجد قيمته

ثم نعوضه في القانون

$\sqrt{-3 - 4i} = X + yi$ ← بتربيع الطرفين

$-3 - 4i = (x + yi)^2$ ← مربع كامل

$-3 - 4i = x^2 + 2xyi + y^2 i^2$

$-3 - 4i = x^2 - y^2 + 2xyi$

نساوي الجزأين في طرفي المعادلة " الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي "

نكون م1 $x^2 - y^2 = -3$ . . . 1

نرتب م1 $x^2 = -3 + y^2$ . . . 1

نكون م2 $2xy = -4$ ← $x = \frac{-2}{y}$ . . . 2

نرتب م2 $x^2 = \frac{4}{y^2}$ . . . 2

نربع الطرفين مقارنة مع م1

نساوي م1 مع م2 لإيجاد قيمة y

$-3 + y^2 = \frac{4}{y^2}$ $\times y^2$

$-3y^2 + y^4 = 4$ ← $y^4 - 3y^2 - 4 = 0$ ← نحلل بالتجربة

@A_M_Z_F

$(y^2 - 4)(y^2 + 1) = 0$

Either $y^2 = 4$ ⟹ $Y = \pm 2$

Or $y^2 = -1$ تهمل

لايوجد جذر تربيعي لاي عدد سالب ؟ ؟ ؟

When y = 2 نعوض في م2 $x = \frac{-2}{2} = -1$ ⟹ $-1 + 2i$ الجذر الاول

When y =- 2 $x = \frac{-2}{-2} = 1$ ⟹ $1 - 2i$ الجذر الثاني

نأخذ قيم المتغيرين ونعوضها في القانون لإيجاد الجذرين ثم نبين فيما إذا كانا مترافقين أم لا $1 - 2i$.

الجذران

$$Z = \begin{cases} \frac{3+(1-2i)}{2} = \frac{4}{2} - \frac{2}{2}i = 2 - i \\ \frac{3-(1-2i)}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2}i = 1 + i \end{cases}$$

الجذران غير مترافقان

$$S = \{2 - i \;,\; 1 + i\}$$

إعداد الأستاذ ... المياحي

@A_M_Z_F

$$2Z^2 - 5z + 13 = 0$$

نعين قيم ثوابت المعادلة

$a = 2 \quad , \quad b = -5 \quad , \quad c = 13$

نذكر قانون الدستور

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نعوض قيم الثوابت في القانون " لمعرفة الجذور"

$$Z = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(13)}}{2(2)}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 104}}{4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{-79}}{4}$$

بعد ان وجدنا تحت الجذر التربيعي عدد سالب . . عوضنا بدل عنه i^2 واخذنا له الجذر التربيعي .

$$= \frac{5 \pm \sqrt{79\, i^2}}{4} = \frac{5}{4} \pm \frac{\sqrt{79}\, i}{4}$$

الجذران مترافقان

شامل

$$Z^2 + 2z + i(2 - i) = 0$$

تبسيط

$$Z^2 + 2z + 1 + 2i = 0$$

نعين قيم ثوابت المعادلة

$a = 1 \quad , \quad b = 2 \quad , \quad c = 1 + 2i$

نذكر قانون الدستور

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نعوض قيم الثوابت في القانون " لمعرفة الجذور"

$$Z = \frac{-(2) \pm \sqrt{(2)^2 - 4(1)(1 + 2i)}}{2(1)}$$

تحت الجذر التربيعي i . . . . نجد قيمة ماتحت الجذر باستخدام طريقة الفرضية x+yi

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 - 8i}}{2}$$

@A_M_Z_F

$$= \frac{-2 \pm \sqrt{-8i}}{2}$$

نفرض ماتحت الجذر = $x + yi$ " نجد قيمته ثم نعوضه في القانون

$$\sqrt{0 - 8i} = X + yi$$

بتربيع الطرفين

مربع كامل

$$0 - 8i = (x + yi)^2$$

$$0 - 8i = x^2 + 2xyi + y^2 i^2$$

$$0 - 8i = x^2 - y^2 + 2xyi$$

نساوي الجزأين في طرفي المعادلة " الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي "

نكون م1 $x^2 - y^2 = 0$ . . . 1

نرتب م1 $x^2 = y^2$ . . . 1

نكون $2xy = -8$ ⟹ $x = \frac{-4}{y}$ . . . 2

نرتب م2 $x^2 = \frac{16}{y^2}$ . . . 2

نربع الطرفين مقارنة مع م1

نساوي م1 مع م2 لايجاد قيمة y

$$y^2 = \frac{16}{y^2} \quad \times y^2$$

$$y^4 = 16 \Rightarrow Y = \pm 2$$

عبد الاستاذ باسم البياتي

@A_M_Z_F

نعوض $y = \pm 2$ في م1

لايجاد قيمة x

When y = 2 $x = \frac{-4}{2} = -2$ ➡ $-2 + 2i$ الجذر الاول

When y = - 2 $x = \frac{-4}{-2} = 2$ ➡ $2 - 2i$ الجذر الثاني

نعوض احد الجذرين عن قيمة $\sqrt{0 - 8i}$

$$Z = \frac{-2 \pm \sqrt{0 - 8i}}{2} = \begin{cases} \frac{-2 + (2 - 2i)}{2} = \frac{-2i}{2} = 0 - i \\ \frac{-2 - (2 - 2i)}{2} = \frac{-4 + 2i}{2} = -2 + i \end{cases}$$

الجذران هما $S = \{-2 + i \ , 0 - i\}$

الجذران غير مترافقان

$$4 Z^2 + 25 = 0$$

نحول العملية إلى فرق بين مربعين

مع إضافة i^2 الى الحد الثاني

لتغير العملية من $i^2 = -1$

جمع إلى فرق لكي نتمكن من التحليل

$$4 Z^2 - 25 i^2 = 0$$

$$(2z - 5i)(2z + 5i) = 0$$

Either $2z - 5i = 0$ ➡ $z = \frac{5i}{2}$

Or $2z + 5i = 0$ ➡ $z = \frac{-5i}{2}$

$$S = \left\{ 0 + \frac{5i}{2} \ , 0 - \frac{5i}{2} \right\}$$

الجذران مترافقان

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

$$Z^2 - 2iz + 3 = 0$$

نعين ثوابت المعادلة

$a = 1 \quad , \quad b = -2i \quad , \quad c = 3$

نذكر قانون الدستور

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

نعوض قيم الثوابت في القانون " لمعرفة الجذور"

$$Z = \frac{-(-2i) \pm \sqrt{(-2i)^2 - 4(1)(3)}}{2(1)}$$

$$= \frac{2i \pm \sqrt{-4 - 12}}{2}$$

$$= \frac{2i \pm \sqrt{-16}}{2}$$

للتخلص من الاشارة $i^2 = -1$ السالبة تحت الجذر ألتربيعي

$$= \frac{2i \pm \sqrt{16\, i^2}}{2}$$

$$= \frac{2i \pm 4i}{2}$$

$$= i \pm 2i = \begin{cases} i + 2i = 3i \\ i - 2i = -i \end{cases}$$

$$S = \{0 + 3i \;,\; 0 - i\}$$

الجذران غير مترافقان

رحلة التفوق في السادس

إعداد الأستاذ ... باسم الراجي

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال 2

كون المعادلة التربيعية التي جذراها m , L حيث :

$M = 1 + 2i \quad , \quad L = 1 - i$

لإيجاد المعادلة التربيعية نتبع الخطوات التالية:

1 – نجد مجموع الجذرين

2- نجد حاصل ضرب الجذرين

3- نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة التالية :

$$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\,x + \text{حاصل ضربهما} = 0$$

مجموع الجذرين

$M + L = 1 + 2i + 1 - i = 2 + i$

حاصل ضربهما

$M \cdot L = (1 + 2i)(1 - i)$

$= 1 - i + 2i - 2i^2 = 1 + i + 2 = 3 + i$

المعادلة التربيعية

$$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\,x + \text{حاصل ضربهما} = 0$$

$$x^2 - (2 + i)\,x + 3 + i = 0$$

الجذران بسيطان . . . نجري الخطوات بشكل مباشر

أ. باسم المياحي

@A_M_Z_F

شامل

$$m = \frac{3 - i}{1 + i} \quad , \quad L = (3 - 2i)^2$$

الجذران غير بسيطان . . .
نجري عملية التبسيط . . .
بعدها نرجع لتطبيق شروط
المعادلة التربيعية الثلاث

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام
لوجود i في المقام . .

نبسط الجذر الأول

$$m = \frac{3 - i}{1 + i} \cdot \frac{1 - i}{1 - i} = \frac{3 - 3i - i + i^2}{2}$$

$$= \frac{3 - 3i - i - 1}{2} = \frac{2 - 4i}{2} = 1 - 2i$$

نبسط الجذر الثاني

$$L = (3 - 2i)^2 = 9 - 12i + 4 i^2$$

$$= 9 - 12i - 4 = 5 - 12 i$$

نحلل المقدار كمربع كامل ونعوض $i^2 = -1$

بعد ان بسطنا الجذرين . . . نطبق
الشروط الثلاث لتكوين المعادلة
التربيعية

مجموع الجذرين

$$M + L = 1 - 2i + 5 - 12i = 6 - 14i$$

حاصل ضربهما

$$M \cdot L = (1 - 2i) \cdot (5 - 12i) = 5 - 12i - 10i + 24 i^2$$

$$= 5 - 12i - 10i - 24 = -19 - 22 i$$

نعوض ماحصلنا عليه
في العلاقة التالية :

$$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\, x + \text{حاصل ضربهما} = 0$$

المعادلة التربيعية

$$x^2 - (6 - 14i)\, x + (-19 - 22i) = 0$$

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 3

- 6i

جد الجذور التربيعية للإعداد المركبة:

نفرض ماتحت الجذر = x + yi

لان ماتحت الجذر عدد تخيلي

$$\sqrt{0 - 6i} = x + yi$$

$$0 - 6i = (x + yi)^2$$

نربع طرفي المعادلة "للتخلص من الجذر ألتربيعي في طرف اليسار

$$0 - 6i = x^2 + 2xyi + y^2 i^2$$

$$0 - 6i = x^2 + 2xyi - y^2$$

$$0 - 6i = x^2 - y^2 + 2xyi$$

نساوي الجزأين في طرفي المعادلة " الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي"

نكون م1

$$x^2 - y^2 = 0 \quad \ldots \quad 1$$

نرتب م1

$$x^2 = y^2 \quad \ldots \quad 1$$

نكون م2

$$2xy = -6 \Rightarrow x = \frac{-3}{y} \quad \ldots \quad 2$$

نرتب م2

$$x^2 = \frac{9}{y^2} \quad \ldots \quad 2$$

نساوي م1 مع م2 لإيجاد قيمة y

$$\frac{9}{y^2} = y^2 \quad \times y^2$$

$$y^4 = 9 \Rightarrow Y = \pm\sqrt{3}$$

When $y = \sqrt{3}$

نعوض في م2 $x = \frac{-3}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = -\sqrt{3}$

الاستاذ باسم البياجي

@A_M_Z_F

when $y = -\sqrt{3}$ $\quad x = \frac{-3}{-\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{-\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

الجذران التربيعيان هما

$S = \{-\sqrt{3} + \sqrt{3}\,i \quad , \quad \sqrt{3} - \sqrt{3}\,i\}$

7 + 24 i

$\sqrt{7 + 24\ i} = x + yi$

نربع طرفي المعادلة

نحلل المقدار كمربع كامل

$7 + 24\ i = (x + y\,i)^2$

$7 + 24\ i = x^2 + 2xy\,i + y^2\ i^2$

$7 + 24\ i = x^2 + 2\,x\,y\ i - y^2$

$7 + 24\ i = x^2 - y^2 + 2\,x\,y\,i$

نساوي الجزأين في طرفي المعادلة " الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي

نكون م1 $\quad x^2 - y^2 = 7 \quad . . \quad$ 1

نرتب م1 $\quad x^2 = 7 + y^2 \quad . . . \quad$ 1

نكون م2 $\quad 2\,x\,y = 24 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{12}{y} \quad . . . \quad$ 2

نرتب م2 $\quad x^2 = \frac{144}{y^2} \quad . . . \quad$ 2

نساوي م1 مع م2 لإيجاد قيمة y

$\frac{144}{y^2} = y^2 + 7 \ ] \times y^2$

$y^4 + 7\,y^2 - 144 = 0$

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

$(y^2 + 16)\ .\ (y^2 - 9) = 0$

لايوجد جذر تربيعي للعدد السالب في R جمع مربعين لايساوي صفر $y^2 + 16 \neq 0$

Either $y^2 = -16$ يهمل

or $y^2 = 9$ ⟹ $y = \pm 3$

نعوض في م2 لنحصل على قيمة x

When $y = 3$: $x = \frac{12}{3} = 4$

When $y = -3$: $x = \frac{12}{-3} = -4$

الجذران هما $\{4 + 3i\ ,\ -4 - 3i\}$

شامل

$$\frac{4}{1 - \sqrt{3}\,i}$$

المطلوب الجذر التربيعي لكن توجد مشكلة وجود i في المقام . . . نبسط اولا ثم نجد الجذر التربيعي

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام للتخلص من العدد التخيلي في المقام

$$\frac{4}{1 - \sqrt{3}\,i} \cdot \frac{1 + \sqrt{3}\,i}{1 + \sqrt{3}\,i}$$

$$\frac{4 + 4\sqrt{3}\,i}{4} = 1 + \sqrt{3}\,i$$

نفرض ماتحت الجذر = x + yi لان ماتحت الجذر عدد تخيلي

$$\sqrt{1 + \sqrt{3}\,i} = x + yi$$

نربع طرفي المعادلة + نحلل المقدار مربع كامل

$$1 + \sqrt{3}\,i = (x + yi)^2$$

$$1 + \sqrt{3}\,i = x^2 + 2xyi + y^2 i^2$$

$$1 + \sqrt{3}\,i = x^2 + 2xyi - y^2$$

$$1 + \sqrt{3}\,i = x^2 - y^2 + 2xyi$$

أعداد الاستاذ ... المياحي

@A_M_Z_F

نساوي الجزأين في طرفي المعادلة " الحقيقي مع الحقيقي والتخيلي مع التخيلي

نكون م1 $x^2 - y^2 = 1 \quad . . .$ 1

نرتب م1 $x^2 = 1 + y^2 \quad . . .$ 1

نكون م2 $2xy = \sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2y} \quad . . .$ 2

نرتب م2 $x^2 = \frac{3}{4y^2} \quad . . .$ 2

نساوي م1 مع م2 لإيجاد قيمة y

$$\frac{3}{4y^2} = (y^2 + 1) \quad \times 4y^2$$

$$4y^4 + 4y^2 - 3 = 0$$

$$(2y^2 + 3) \cdot (2y^2 - 1) = 0$$

جمع مربعين $2y^2 + 3 \neq 0$

Either $2y^2 = -3$ يهمل

or $2y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow Y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

نعوض في م2 لنحصل على قيمة x

When $y = \frac{1}{\sqrt{2}}$: $x = \frac{\sqrt{3}}{2 \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

When $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}$: $x = \frac{\sqrt{3}}{2 \times -\frac{1}{\sqrt{2}}} = -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

الجذران هما $\left\{ \pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \pm \frac{1}{\sqrt{2}} i \right\}$

أعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 4

ما المعادلة التربيعية ذات المعاملات الحقيقية وإحدى جذريها هو :

i

الجذر الأول i ⬅ الجذر الأخر $-i$

مجموع الجذرين: $i + (-i) = 0$

حاصل ضربهما: $i \cdot (-i) = -i^2 = -(-1) = 1$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة:

$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\,x + \text{حاصل ضربهما} = 0$

$x^2 - (0)\,x + 1 = 0$

$x^2 + 1 = 0$

المعادلة التربيعية هي

5 - i

الجذر الأول $5 - i$ ⬅ الجذر الأخر $5 + i$

مجموع الجذرين: $5 - i + 5 + i = 10$

حاصل ضربهما: $(5 - i).(5 + i) = 25 + 5i - 5i - i^2$

$= 25 + 1 = 26$

او ضرب مقدارين مترافقين = مربع الاول + الثاني

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة:

$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\,x + \text{حاصل ضربهما} = 0$

المعادلة التربيعية: $x^2 - 10x + 26 = 0$

أ/ الاستاذ ... باسم المياحي

@A_M_Z_F

شامل

$$\frac{\sqrt{2}\;+3\,i}{4}$$

الجذر الأول $\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3\,i}{4}$

الجذر الأخر $\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{3\,i}{4}$

لان الجذران مترافقان

مجموع الجذرين

المقامات متوحدة نجري عمليتي الجمع والطرح للبسط

$$=\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{3\,i}{4}+\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{3\,i}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{2}+3\,i+\sqrt{2}-3\,i}{4}=\frac{2\sqrt{2}}{4}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

حاصل ضربهما

$$=\left(\frac{\sqrt{2}+3i}{4}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{2}-3i}{4}\right)$$

$$=\frac{2+9}{16}=\frac{11}{16}$$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة

x^2 − (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما = 0

المعادلة التربيعي

$$x^2-\frac{1}{\sqrt{2}}x+\frac{11}{16}=0$$

رحلة التفوق في السادس
عطاء بلا حدود
A .M. Z

إعداد الاستاذ ... ... المياحي

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

خاص

إذا كان $3 + i$ هو احد جذري المعادلة $x^2 - a\,x + (5+5i) = 0$

فما قيمة a وما الجذر الأخر ؟

$x^2 - (\text{مجموع الجذرين})\,x + \text{حاصل ضربهما} = 0$

الجذر الأول $x1 = 3 + i$ نفرض أن الجذر الأخر هو $x2$

معامل $x^2 = 1$ ان لم يكن نقسم طرفي المعادلة عليه " لتطبيق الشروط مباشرة "

$$(3 + i) \cdot x2 = 5 + 5i$$

$$X2 = \frac{5 + 5i}{3 + i}$$

نضرب البسط والمقام بالعامل المرافق للمقام

$$= \frac{5 + 5i}{3 + i} \cdot \frac{3 - i}{3 - i} = \frac{15 - 5i + 15i - 5i^2}{10}$$

$$= \frac{15 - 5i + 15i + 5}{10} = \frac{20 + 10i}{10} = 2 + i$$

الجذر الأخر

لإيجاد قيمة a بعد معرفة الجذرين ← مجموع الجذرين في هذه المعادلة $= a$

$$a = (3 + i) + (2 + i) = 5 + 2i$$

أعداد الاستاذ . . . باسم المياحي

Important note

لهذا السؤال اكثر من صيغة واحدة كرر في الوزاري سابقا ومن المحتمل ان يكرر مستقبلا . . . صيغة المعادلة التربيعية معروفة + نجعل معامل x^2 يساوي واحد + اذا ذكر الجذر الاول مع الجمع او الضرب

في حال الجمع معلوم ← من الجمع نجد الجذر الثاني ← ثم نجد الضرب

في حال الضرب معلوم ← من الضرب نجد الثاني ← ثم نجد الجمع

الملاحظة الشاملة موجودة في مقدمة الفصل الاول راجعها لزيادة المعلومة لديك

عملنا متكامل بعون الله . . . لكن عليك بالجد والمتابعة فقط

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

حلول تمارين S 1 -3

موضوع الاوميكا للتطبيقي فقط

في هذه المجموعة من التمارين نستخدم خواص الاوميكا للتبسيط . . . كما موضح في الملخص لهذا الفصل . . . الغاية منها الحصول على المطلوب + التبسيط للاس قدر الامكان + حل المعادلة التربيعية + ايجاد ناتج مقدار معين + . . .

السؤال 1

W^{64} ⟵ $(W^3)^{21} \times W^1 = (1)^{21} \times W^1 = W$

W^{-325} ⟵ $(W^3)^{-108} \times W^{-1} = (1)^{-108} \times W^{-1}$

$= \frac{1}{W} = \frac{W^3}{W} = W^2$

$\frac{1}{[1 + W^{-32}]^{12}}$ ⟵ $\frac{1}{[1 + (W^3)^{-10} \times W^{-2}]^{12}}$

$= \frac{1}{[1 + (1)^{-10} \times W^{-2}]^{12}} = \frac{1}{[1 + W^{-2}]^{12}}$

$= \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{W^2}\right]^{12}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{W^3}{W^2}\right]^{12}}$

$= \frac{1}{[1+w]^{12}} = \frac{1}{[-W^2]^{12}} = \frac{1}{W^{24}}$

$= \frac{1}{[(w)^3]^8} = \frac{1}{1} = 1$

$(1 + W^2)^{-4}$ ⟵ $= (-W)^{-4} = W^{-4} = \frac{1}{W^4}$

$= \frac{1}{W^3 \times W} = \frac{1}{W^3 \times W} = \frac{1}{W} = \frac{W^3}{w} = W^2$

أعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

W^{9n+5}

$= (W^3)^{3n} \times W^5 \quad = (1)^{3n} \times W^5 \quad = W^5$

$= W^3 \times W^2 \quad = 1 \times W^2 \quad = W^2$

عند الضرب تجمع الاسس . . . هنا نحتاج العكس من ذلك " لاجل التبسيط" . .
نطبق خواص الاوميكا لايجاد المطلوب . .

السؤال 2

كون المعادلة التربيعية التي جذراها :

$1 + W^2 \quad , \quad 1 + W$

مجموع الجذرين

$1 + W^2 + 1 + W = W^2 + W + 2 = -1 + 2 = 1$

حاصل ضربهما

$(1 + W^2).(1 + W) = 1 + W + W^2 + W^3$

$= 1 + W + W^2 + 1 = 2 - 1 = 1$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة :

$x^2 -$ (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما $= 0$

المعادلة التربيعية

$x^2 - x + 1 = 0$

شامل

$\frac{W}{2 - W^2} \quad , \quad \frac{W^2}{2 - W}$

نجري عملية توحيد المقامات

مجموع الجذرين

$\frac{W}{2 - W^2} + \frac{W^2}{2 - W} = \frac{W(2 - W) + W^2(2 - W^2)}{(2 - W^2).(2 - W)}$

$= \frac{2W - W^2 + 2W^2 - W^4}{4 - 2W - 2W^2 + W^3} = \frac{2W + W^2 - W}{4 - 2W - 2W^2 + 1}$

$= \frac{W + W^2}{4 + 2 + 1}$

$= \frac{-1}{7}$

@A_M_Z_F

حاصل ضربهما

$$\frac{w}{2-w^2} \cdot \frac{w^2}{2-w} = \frac{w^3}{4-2w-2w^2+w^3}$$

$$= \frac{1}{4+2+1} = \frac{1}{7}$$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة :

x^2 − (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما = 0

$$x^2 - \left(\frac{-1}{7}\right)x + \frac{1}{7} = 0 \quad \Big] \times 7$$

$$7x^2 + x + 1 = 0$$

المعادلة التربيعية

شامل

2011 الدور الاول

2014الدور الثالث

$$\frac{3i}{w^2} \quad , \quad \frac{-3w^2}{i}$$

مجموع الجذرين

نضرب البسط والمقام في i للتخلص من i في المقام

$$\frac{3i}{w^2} + \frac{-3w^2}{i} \times \frac{-i}{-i}$$

$$= \frac{3i \cdot w^3}{w^2} + \frac{3w^2 i}{-i^2}$$

$$= 3wi + 3w^2 i = 3i(w + w^2)$$

$$= 3i(-1) = -3i$$

حاصل ضربهما

$$\frac{3i}{w^2} \cdot \frac{-3w^2}{i} = \frac{-9w^2 i}{w^2 i} = -9$$

نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة :

x^2 − (مجموع الجذرين) x + حاصل ضربهما = 0

$$x^2 + 3ix - 9 = 0$$

المعادلة التربيعية

أعداد الاستاذ : باسم المراحي

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

نرتب لجذر الاول

نرتب الجذر الثاني

مجموع الجذرين

حاصل ضربهما

"الطريقة الثانية " الافضل"

$$\frac{3i}{w^2} = \frac{3i\ w^3}{w^2} = 3wi$$

$$\frac{-3\ w^2}{i} = \frac{-3\ w^2}{i} \cdot \frac{-i}{-i} = \frac{3w^2\ i}{-i^2} = 3\ w^2\ i$$

$$3\ w\ i + 3\ w^2\ i = -3i$$

$$3\ w\ i\ .\ 3\ w^2\ i = 9\ w^3\ i^2 = -9$$

$$x^2 + 3i\,x - 9 = 0$$

السؤال 3

نأخذ الجذر ونجد قيمته بدلالة w للتبسيط واستخدام اغلب خواص الاوميكا ... بقانون الدستور

خاص

اذا كانت $Z^2 + z + 1 = 0$ فجد قيمة

$$\frac{1 + 3\ z^{10} + 3\ Z^{11}}{1 - 3\ Z^7 - 3Z^8}$$

نذكر قانون الدستور ومن خلاله نجد قيمة z

$$Z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4\ a\ c}}{2a}$$

نعين ثوابت المعادلة "لنعوضها في القانون

$$a = 1 \quad , \quad b = 1 \quad , \quad c = 1$$

$$Z = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$= \frac{-1 \pm \sqrt{3}\ i}{2}$$

$$Z_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}\ i}{2} \quad , \quad Z_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}\ i}{2}$$

either $Z1 = W \quad , \quad Z2 = W^2$ Or $Z1 = W^2 \quad , \quad Z2 = W$

when $Z = W$

بعدما عوضنا في العلاقة المعطاة في السؤال بدل كل Z = w علما ان كل $W^3 = 1$ مع تطبيق العلاقة $W^2 + W + 1 = 0$

$$\frac{1 + 3\ w^{10} + 3\ w^{11}}{1 - 3\ w^7 - 3w^8} = \frac{1 + 3\ (\ w^3\ )^3 .w + 3\ (\ w^3\ )^3\ .\ w^2}{1 - 3\ (\ w^3\ )^2 .\ w - 3(\ w^3\ )^2\ .\ w^2}$$

$$= \frac{1 + 3\ (1)^3\ .w + 3\ (1)^3\ .\ w^2}{1 - 3\ (1)^2\ .\ w - 3(1)^2\ .\ w^2}$$

أعداد الاستاذ .. باسم الميالي

@A_M_Z_F

$$= \frac{1 + 3w + 3w^2}{1 - 3w - 3w^2} \quad = \frac{1 + 3(w + w^2)}{1 - 3(w + w^2)}$$

$$= \frac{1 - 3}{1 + 3} = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$$

علما ان

2011 الدور الاول

2013الدور الثاني

السؤال 4

اثبت أن :

$$\left[\frac{1}{2+w} - \frac{1}{2+w^2}\right]^2 = \frac{-1}{3}$$

L H S

نجري عملية توحيد المقامات

نبسط الداخل

$$\left[\frac{(2+w^2) - (2+w)}{(2+w)\,.\,(2+w^2)}\right]^2$$

$$\left[\frac{2 + w^2 - 2 - w}{(2+w)\,.\,(2+w^2)}\right]^2 = \left[\frac{w^2 - w}{4 + 2w^2 + 2w + w^3}\right]^2$$

عامل مشترك علما ان

$$\left[\frac{w^2 - w}{4 + 2(w^2 + w) + 1}\right]^2 = \left[\frac{w^2 - w}{4 - 2 + 1}\right]^2$$

الأس يتوزع على البسط والمقام

$$= \left[\frac{w^2 - w}{3}\right]^2 = \frac{(w^2 - w)^2}{9}$$

$$= \frac{w^4 - 2w^3 + w^2}{9} = \frac{w - 2 + w^2}{9} = \frac{w^2 + w - 2}{9}$$

$$= \frac{-1 - 2}{9} = \frac{-3}{9} = \frac{-1}{3}$$

R H S

أ. باسم المياحي

@A_M_Z_F

$$\frac{w^{14} + w^{7} - 1}{w^{10} + w^{5} - 2} = \frac{2}{3}$$

كل $w^3 = 1$

نستفاد من العلاقات السابقة لتبسيط السؤال واثبات تساوي الطرفين

L H S

$$= \frac{(w^3)^4 . w^2 + (w^3)^2 . w - 1}{(w^3)^3 . w + w^3 w^2 . -2}$$

$$= \frac{(1)^4 \times w^2 + (1)^2 \times w - 1}{(1)^3 \times w + 1 \times w^2 - 2}$$

$$= \frac{w^2 + w - 1}{w + w^2 - 2} = = \frac{-1 - 1}{-1 - 2} = \frac{-2}{-3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

R H S

عامل مشترك علما ان

2014 الدور الاول

$$\left[1 - \frac{2}{w^2} + w^2\right] . \left[1 + w - \frac{5}{w}\right] = 18$$

L H S

نتخلص من المقام بتعوض " في البسط $w^3 = 1$ للاختصار" + نجري عملية التبسيط والضرب لاثبات تساوي الطرفيين

$$\left[1 - \frac{2 w^3}{w^2} + w^2\right] . \left[1 + w - \frac{5 w^3}{w}\right]$$

$$= [1 - 2w + w^2] . [1 + w - 5 w^2]$$

$$= [1 + w^2 - 2w] . [1 + w - 5 w^2]$$

$$= [-w - 2w] . [-w^2 - 5 w^2] = (-3w)(-6 w^2)$$

$$= 18 w^3 = 18$$

R H S

أعداد الاستاذ باسم العبايجي

@A_M_Z_F

$$(1 + W^2)^3 + (1 + W)^3 = -2$$

L H S

$$= (-W)^3 + (-W^2)^3$$

$$= -w^3 + (-W^2)^3$$

$$= -1 - W^6 = -1 - (W^3)^2$$

$$= -1 - (1)^2 = -1 - 1 = -2$$

R H S

نطبق خواص الاوميكا في التعامل مع المقدار ثم نتعامل مع الاس الفردي " يحافظ على الاشارة"

رحلة التفوق في السادس

إعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

@A_M_Z_F

الدور الثاني2011

مثال

احسب باستخدام مبرهنة ديموافر $(1+i)^{11}$

نجد r من العلاقة

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$X = 1 \quad , \quad y = 1$

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\begin{cases} \sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

مربع التعويض

$$z^{11} = (\sqrt{2})^{11} \left[\left[\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right]\right]^{11}$$

$(\sqrt{2})^{11}$ يضرب 11 مرة ولعلمنا جميعا ان ضرب كل

$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

$$= 32\sqrt{2}\left[\left[\cos\frac{11\pi}{4} + i \sin\frac{11\pi}{4}\right]\right]$$

$$= 32\sqrt{2}\left[\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i \sin\frac{3\pi}{4}\right]\right]$$

$$= 32\sqrt{2}\left[\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}}\right]\right] = -32 + 32i$$

نقسم البسط على المقام وكل

π معامل زوجي $= 0$

وناخذ المتبقي لايجاد قيم الدوال الدائرية للزاوية البسيطة

الملاحظات في مقدمة الفصل بشكل كامل ومفصل

Important note

$$\frac{11\pi}{4} = 2\pi + \frac{3\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

في حال الزوايا الكبيرة نقسم البسط على المقام وكل عدد زوجي قبل الباي = صفر " اكمل عدد كامل من الدورات وناخذ المتبقي فقط الزاوية البسيطة . . . "

$$\frac{35\pi}{6} = 4\pi + \frac{11\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$$

@A_M_Z_F

مثال

حل المعادلة $x^3 + 1 = 0$ حيث $x \in \mathbb{C}$

باخذ الجذر التكعيبي للطرفين

$$x^3 = -1 = -1 + 0i = \cos\pi + i\sin\pi$$

$$x = 1\ [\cos\pi + i\sin\pi]^{\frac{1}{3}}$$

مربع التعويض

$$x = (1)^{\frac{1}{3}} \left[\left[\cos\frac{\pi + 2k\pi}{3} + i\sin\frac{\pi + 2k\pi}{3}\right]\right]$$

K= 0 $\quad x1 = \left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right] = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

K= 1 $\quad x2 = [\cos\pi + i\sin\pi] = -1 + 0i$

K= 2 $\quad x3 = \left[\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right] = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

$$\left\{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\ ,\ -1\ ,\ \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$$

نجد الجذور التكعيبية حسب نتيجة ديموافر + وتكون ثلاث حسب مربع التعويض + بعد ان عوضنا قيم k وجدنا الجذور الثلاث + هنالك طريقة ثانية باستخدام التحليل الجمع بين مكعبين احداهما مباشر والاخران بالدستور معلومة سابقة راجع جذور الواحد التكعيبية

ديموافر حل خاص متى ماشرط منا ذلك اما بقية الطرق عامة

اعداد الاستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

اوجد الصيغة القطبية للمقدار $[\sqrt{3}+i]^{\frac{2}{5}}$

توضيح

في هذا المثال الزاوية غير موجودة نجدها بعد ايجاد قيمة r والتي sin , cos على الترتيب بعدها نتعامل مع . . . الاس المركب عبارة عن بسط ومقام البسط اس والمقام دليل الجذر

الاس يضرب في الزاوية اما الجذر له خمس احتمالات لقيمة k = o , 1 , 2 , 3 , 4

فنحصل على تلك الجذور بعد التعويض

$$r=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(1)^2}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$$

$$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \theta=\frac{\pi}{6}$$

$$\cos\theta=\frac{x}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

مربع التعويض1 للاس

$$Z^2=2^2\left[\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right]^2=4\left[\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$Z^{\frac{2}{5}}=4^{\frac{1}{5}}\left[\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right]^{\frac{1}{5}}$$

مربع التعويض2 للجذر

$$Z^{\frac{2}{5}}=4^{\frac{1}{5}}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{5}+i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+2k\pi}{5}\right]$$

K=0

$$Z1=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}}{5}+i\sin\frac{\frac{\pi}{3}}{5}\right]=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}}{5}+i\sin\frac{\frac{\pi}{3}}{5}\right]$$

$$=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15}\right]$$

K=1

$$Z2=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi}{5}+i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+2\pi}{5}\right]=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{7\pi}{15}+i\sin\frac{7\pi}{15}\right]$$

K=2

$$Z3=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+4\pi}{5}+i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+4\pi}{5}\right]=\sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{13\pi}{15}+i\sin\frac{13\pi}{15}\right]$$

@A_M_Z_F

K=3 $.Z4 = \sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+6\pi}{5} + i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+6\pi}{5}\right] = \sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{19\pi}{15} + i\sin\frac{19\pi}{15}\right]$

K=4 $Z5 = \sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{3}+8\pi}{5} + i\sin\frac{\frac{\pi}{3}+8\pi}{5}\right] = \sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{25\pi}{15} + i\sin\frac{25\pi}{15}\right],$

$. = \sqrt[5]{4}\left[\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right] = \sqrt[5]{4}\left[\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

ان لم يكن لديك هدف .. فليس لديك حياة

أعداد الاستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

حلول تمارين 5- 1 s

advice

عزيزي الطالب راجع الملاحظات في مقدمة الفصل + الاساسيات لمعرفة الزاويا + اسئلتي الاثرائية في اخر الملزمة اضمن لك الدرجة الكاملة مع اتقان الموضوع

السؤال 1

احسب ماياتي :

$$\left[\cos\frac{5\pi}{24}+i\sin\frac{5\pi}{24}\right]^4$$

حسب مبرهنة ديموافر اذا كان الاس عدد صحيح موجب يضرب في الزاوية ثم نجد قيم الدوال الدائرية لها . . . يحق لنا ان نختصر بين البسط والمقام لتبسيط الزاوية

$$=\cos\frac{20\pi}{24}+i\sin\frac{20\pi}{24}$$

$$=\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}$$

توضيح للزاوية

ألان بقي أن نجد قيم الدوال الدائرية للزاوية $\frac{5\pi}{6}=150^\circ$

ومن المعلوم لدينا سابقا أن الزاوية تقع في الربع الثاني لإيجاد قيم دوالها الدائرية نستخدم العلاقة التالية الخاصة بهذا الربع

$150^\circ = 180^\circ - 30^\circ$ Or $\frac{5\pi}{6}=\pi-\frac{\pi}{6}$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية $\frac{\pi}{6}$ وباشارة الربع الثاني

للزاوية 150° $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\ ,\ \frac{1}{2}\right)$ 150°

Cos 150° | Sin 150°

$$=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$$

الأستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

$$\left[\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right]^{-3}$$

$$[\cos\theta + i\sin\theta]^{-n} = \cos\theta - i\sin\theta$$

العلاقة السابقة تعني أذا كان الأس سالبا تتغير إشارة دالة sin اما cos تبقى ثابتة "

$$= \cos\frac{21\pi}{12} - i\sin\frac{21\pi}{12}$$

$$= \cos\frac{7\pi}{4} - i\sin\frac{7\pi}{4}$$

توضيح للزاوية

الان بقي ان نجد قيم الدوال الدائرية للزاوية $\frac{7\pi}{4} = 315°$

ومن المعلوم لدينا سابقا أن الزاوية تقع في الربع الرابع لايجاد

قيم دوالها الدائرية نستخدم العلاقة التالية الخاصة بهذا الربع

$315° = 360° - 45°$ or $\frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية $\frac{\pi}{4}$ وباشارة الربع الرابع

للزاوية $315°$ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

Cos $315°$ | Sin $315°$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)i = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

Goal , , , need hard work

الصبر على تحقيق الهدف الذي تحبه نجاح

الصبر على تحمل الواقع الذي لاتحبه فشل

اعداد الاستاذ باسم المالكي
@A_M_Z_F

السؤال 2

2012 الدور الاول

احسب باستخدام مبرهنة ديموافر ما يأتي :

$$(1 - i)^7$$

نجد r من العلاقة

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$X = 1 \quad , \quad y = -1$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}} , -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \Rightarrow \theta = \frac{7\pi}{4}$$

توضيح للزاوية

بعدما وجدنا قيم الدوال الدائرية يمكننا معرفة الربع الذي تقع الزاوية فيه من أشارتي الداليتين $-\sin\theta \ , +\cos\theta$ الزاوية تقع في الربع الرابع ولمعرفتها نستخدم خاصية الربع الرابع

$$315^\circ = 360^\circ - 45^\circ \quad or \quad \frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

ثم نعوض الزاوية في العلاقة :

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$z^7 = r^7\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)^7$$

$$= (\sqrt{2})^7 . \left(\cos\frac{49\pi}{4} + i\sin\frac{49\pi}{4}\right)$$

$$= 8\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$

$$= 8\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} i\right) = 8 + 8i$$

نقسم البسط على المقام وكل عدد زوجي يصفر اما المتبقي من القسمة يضرب في باي و نعتبره الزاوية الجديدة

ملاحظة شاملة

$$\frac{37\pi}{4} = 8\pi + \frac{5\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$ وكذلك $$\frac{27\pi}{3} = 8\pi + \pi = \pi$$

اذا كانت الزاوية غير متداولة بيننا ليس من " الخاصة او المنتسبة او دائرة الوحدة " . . . نقسم البسط على المقام " وكل عدد زوجي يصفر وناخذ المتبقي " . . . اما اذا كانت الزاوية صغير أي المقام هو الاكبر من البسط " نجد قيمها بقانوني الجمع او الفرق بين زاويتين " الخامس العلمي " والطالب غير مطالب بها

أعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

2014الدور الثاني

$$(\sqrt{3} + i)^{-9}$$

$X = \sqrt{3}$, $y = 1$

نجد r من العلاقة

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2}$$

$$= \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{1}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$

توضيح للزاوية

بعدما وجدنا قيم الدوال الدائرية يمكننا معرفة الربع الذي تقع

الزاوية فيه من إشارتي الداليتين $+\sin\theta$, $+\cos\theta$ الزاوية تقع

في الربع الأول وهي إحدى الزوايا الخاصة هي $\frac{\pi}{6}$ or $30°$

ثم نعوض الزاوية في العلاقة : $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$

$$z^{-9} = (2)^{-9}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{-9}$$

$$z^{-9} = \frac{1}{512}\left[\cos\frac{9\pi}{6} - i\sin\frac{9\pi}{6}\right]$$

$$z^{-9} = \frac{1}{512}\left[\cos\frac{3\pi}{2} - i\sin\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{512}[0 - i(-1)]$$

$$= \frac{i}{512}$$

يضرب الأس بالزاوية

لكن لأنه سالب يغير

إشارة دالة sin فقط

كما تطرقنا لذلك سابقا

إعداد الأستاذ : باسم البياتي

@A_M_Z_F

السؤال 3

بسط كلا مما يأتي :

$$\frac{[\cos 2\theta + i \sin 2\theta]^5}{[\cos 3\theta + i \sin 3\theta]^3}$$

$$= \frac{[\,[\cos\theta + i \sin\theta]^2\,]^5}{[\,[\cos\theta + i \sin\theta]^3\,]^3}$$

$$= \frac{[\cos\theta + i \sin\theta]^{10}}{[\cos\theta + i \sin\theta]^9}$$

$$= \cos\theta + i \sin\theta$$

للتبسيط في هذا السؤال نعمل على عكس ماقمنا به في مبرهنة ديموافر

" تضرب الزاوية في الأس وليس الأس

في الزاوية كما كنا نفعل سابقا

لتوحيد الزوايا من اجل الاختصار

عند القسمة تطرح الأسس اذا تشابهت الأساسات

او نختصر المتشابه بين البسط والمقام

$$[\cos\theta + i \sin\theta]^8 \;.\; [\cos\theta - i \sin\theta]^4$$

$$[\cos\theta + i \sin\theta]^8 \;.\; [\cos\theta + i \sin\theta]^{-4}$$

$$= \frac{[\cos\theta + i \sin\theta]^8}{[\cos\theta + i \sin\theta]^4}$$

$$= [\cos\theta + i \sin\theta]^4$$

$$= \cos 4\theta + i \sin 4\theta$$

إذا كانت إشارة دالة sin سالبة عند تبسيط المقدار تضرب الزاوية في الأس لكن بإشارة سالبة على عكس ماقمنا به في مبرهنة ديموافر سابقا " نضرب الأس في الزاوية " + المقدار الذي اسه سالب في البسط عند نقله إلى المقام يصبح موجبا

نختصر بين البسط والمقام

نطرح أس البسط من أس المقام

" تشابه الأساس بينهما

بعد ما أكملنا عملية التبسيط نضرب الأس في الزاوية " مبرهنة ديموافر "

باسم المياحي . . .

@A_M_Z_F

السؤال 4

عزيزي الطالب . . . اذا لم يحدد الطريقة في ايجاد الجذر التربيعي نستخدم الفرضية x + yi اما ديموافر حالة خاصة . . . الان نحاول بديموافر لان الفرضية اصبحت معلومة لديكم سابقا

جد الجذور التربيعية للعدد المركب :

$$z = -1 + \sqrt{3}\ i$$

$X = -1 \quad , \quad y = \sqrt{3}$

نجد r من العلاقة

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}\ \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2$$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-1}{2} \rightarrow \left(\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \theta = \frac{2\pi}{3}$$

توضيح لايجاد الزاوية

بعدما وجدنا قيم الدوال الدائرية يمكننا معرفة الربع الذي تقع

الزاوية فيه من إشارتي الداليتين $+\sin\theta$, $-\cos\theta$ الزاوية تقع

في الربع الثاني ولمعرفة الزاوية نستخدم خاصية الربع الثاني

$$120° = 180° - 60° \quad or \quad \frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية °60

لكن بإشارة الربع الثاني " الربع الذي تقع فيه الزاوية °120

نعوض في العلاقة التالية اذا كان المطلوب جذر معين :

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left[\cos\frac{\theta + 2k\pi}{n} + i\ \sin\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right]^{\frac{1}{n}}$$

قيم k حسب الجذر المطلوب

في هذا السؤال الجذر ألتربيعي

قيمتان ل k عندما $k = 0 \ , \ 1$ نعوض كل قيمة ل k

في العلاقة أعلاه لمعرفة الجذر

اعداد الاستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

مربع التعويض

$$Z^{\frac{1}{2}} = (2)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{2} + i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2k\pi}{2}\right]$$

When k = 0

$$z1 = \sqrt{2}\left[\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+0}{2} + i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+0}{2}\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

When k = 1

$$z2 = (2)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\frac{2\pi}{3}+2\pi}{2} + i\sin\frac{\frac{2\pi}{3}+2\pi}{2}\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{8\pi}{6} + i\sin\frac{8\pi}{6}\right]$$

$$= \sqrt{2}\left[\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right]$$

توضيح لايجاد الزاوية

أن الزاوية $\frac{4\pi}{3}$ هي $240°$ تقع في الربع الثالث تأخذ قيم الدوال الدائرية

للزاوية $\frac{\pi}{3}$ or $60°$ لكن باشارة الربع الثالث (- cos , - sin)

$\frac{4\pi}{3}$ → $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\frac{\pi}{3}$ → $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ لاحظ الفرق

$$= \sqrt{2}\left[-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

الجذران التربيعيان هما : $\mp\frac{1}{\sqrt{2}} \mp i\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

أعداد الاستاذ : باسم المباجي

@A_M_Z_F

مجرد تغيير في العدد 125 i ⟵ 27i
مجرد تغيير في العدد 8 i ⟵ 27i

مشابه 2015 الدور الاول
2016 الدور الاول مشابه

السؤال 5

باستخدام مبرهنة ديموافر جد الجذور التكعيبية للعدد : **27 i**

العدد المركب $0 + 27\ i$

$X = 0 \quad , \quad y = 27$

نجد r من العلاقة $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= \sqrt{(0)^2 + (27)^2}$$

$$= \sqrt{(27)^2} = 27$$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{27}{27} = 1$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{27} = 0 \Rightarrow (0\ ,1) \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$$

توضيح للزاوية

الزاوية التي قيم دوالها الدائرية أعلاه هي من زوايا دائرة الوحدة هي

نعوض الزاوية في العلاقة : 90° or $\frac{\pi}{2}$

مربع التعويض

$$z^{\frac{1}{3}} = r^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\pi}{2} + i\ \sin\frac{\pi}{2}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$z^{\frac{1}{3}} = (27)^{\frac{1}{3}}\left[\cos\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3} + i\ \sin\frac{\frac{\pi}{2} + 2k\pi}{3}\right]$$

When k = 0

$$z1 = 3\left[\cos\frac{\frac{\pi}{2}}{3} + i\ \sin\frac{\frac{\pi}{2}}{3}\right]$$

$$= 3\left[\cos\frac{\pi}{6} + i\ \sin\frac{\pi}{6}\right]$$

$$= 3\left[\frac{\sqrt{3}}{2} + i\ \frac{1}{2}\right] = \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}\ i$$

أعداد الاستاذ : باسم البياتي

@A_M_Z_F

When k = 1

$$z2 = 3\left[\cos\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3} + i\ \sin\frac{\frac{\pi}{2}+2\pi}{3}\right]$$

$$= 3\left[\cos\frac{5\pi}{6} + i\ \sin\frac{5\pi}{6}\right]$$

الزاوية $\frac{5\pi}{6}$ تقع في الربع الثاني لمعرفة قيم دوالها الدائرية نستخدم خاصية الربع

الثاني $\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$ or $150° = 180° - 30°$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية 30°

لكن بإشارة الربع الثاني للزاوية 150°

$$= 3\left[-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\ \frac{1}{2}\right] = -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}\ i$$

When k = 2

$$z3 = 3\left[\cos\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3} + i\ \sin\frac{\frac{\pi}{2}+4\pi}{3}\right]$$

$$= 3\left[\cos\frac{9\pi}{6} + i\ \sin\frac{9\pi}{6}\right]$$

$$= 3\left[\cos\frac{3\pi}{2} + i\ \sin\frac{3\pi}{2}\right]$$

الزاوية $\frac{3\pi}{2}$ هي 270°

$$= 3\,[\,0 + i\ (-1)\,] = -3i$$

الجذور الثلاثة هي :

$$\left\{-3\,i\ ,\ -\frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i\ ,\ \frac{3\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}\,i\right\}$$

Important note

السؤال مكرر كثيرا بالوزاري . . . الاختلاف في العدد فقط . . .
مثلا بدل
($27\,i$ يذكر $1\,i\ ,\ 8i\ ,\ 64\ i\ ,125\,i$)

او بشكل اخر . . . لايوجد اختلاف نتبع نفس المهارات لكن علينا ان نكون على علم بجميع انواع الجذور فان واجهتنا صعوبة نلجا الى طريقة التحليل

أعداد الأستاذ . باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 6

جد الجذور الاربعة للعدد (- 16) باستخدام مبرهنة ديموافر

:

- 16

نجد r من العلاقة

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$-16 + 0\, i$ العدد المركب

$X = -16 \quad , \quad y = 0$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \sqrt{(-16)^2 + (0)^2} = \sqrt{(-16)^2} = 16$$

نجد الزاوية بعد معرفة قيم الدوال الدائرية من العلاقتين

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{0}{16} = 0$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-16}{16} = -1 \Rightarrow (-1, 0) \Rightarrow \theta = \pi$$

توضيح للزاوية

الزاوية التي قيم دوالها الدائرية أعلاه هي من زوايا دائرة الوحدة هي

$180°$ or π نعوض الزاوية في العلاقة :

مربع التعويض

$$z^{\frac{1}{4}} = 2\left[\cos\frac{\pi + 2k\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi + 2k\pi}{4}\right]$$

When k = 0

$$z1 = 2\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + i\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \sqrt{2} + \sqrt{2}\ i$$

When k = 1

$$z2 = 2\left[\cos\frac{\pi + 2\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi + 2\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{3\pi}{4} + i\ \sin\frac{3\pi}{4}\right]$$

@A_M_Z_F

توضيح للزاوية

الزاوية $\frac{3\pi}{4}$ هي $135°$ تقع في الربع الثاني لايجاد

قيم دوالها الدائرية نستخدم خاصية الربع الثاني

$$135° = 180° - 45° \quad or \quad \frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4}$$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية° 45

لكن بإشارة الربع الثاني للزاوية° 135

$$= 2\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = -\sqrt{2} + \sqrt{2}\, i$$

When k = 2

$$z3 = 2\left[\cos\frac{\pi + 4\pi}{4} + i\sin\frac{\pi + 4\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{5\pi}{4} + i\sin\frac{5\pi}{4}\right]$$

توضيح للزاوية

الزاوية $\frac{5\pi}{4}$ هي $225°$ تقع في الربع الثالث لإيجاد

قيم دوالها الدائرية نستخدم خاصية الربع الثالث

$$225° = 180° + 45° \quad or \quad \frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$$

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية° 45

لكن بإشارة الربع الثالث للزاوية° 225

$$= 2\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\, i$$

When k = 3

$$z4 = 2\left[\cos\frac{\pi + 6\pi}{4} + i\sin\frac{\pi + 6\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right]$$

توضيح للزاوية

الزاوية $\frac{7\pi}{4}$ هي $315°$ تقع في الربع الرابع لإيجاد

قيم دوالها الدائرية نستخدم خاصية الربع الرابع

$$315 = 360° - 45° \quad or \quad \frac{7\pi}{4} = 2\pi - \frac{\pi}{4}$$

إعداد الأستاذ . باسم المياحي

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

نأخذ قيم الدوال الدائرية للزاوية ° **45**

لكن بإشارة الربع الرابع للزاوية ° **315**

$$= 2\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \sqrt{2} - \sqrt{2}\, i$$

الجذور الثلاثة هي: $\{\sqrt{2} + \sqrt{2}\, i, -\sqrt{2} + \sqrt{2}\, i, -\sqrt{2} - \sqrt{2}\, i, \sqrt{2} - \sqrt{2}\, i\}$

Important note

السؤال مكرر كثيرا بالوزاري . . . الاختلاف في العدد فقط . . .
مثلا بدل (-16) يذكر $-1, -81, -625$)

او بشكل اخر . . . لايوجد اختلاف نتبع نفس المهارات لكن علينا ان نكون على علم بجميع انواع الجذور فان واجهتنا صعوبة نلجا الى طريقة التحليل

اعمالي في هذا الملف

#	نوع الملف	اسم الملف	عدد التحميلات	آخر تحميل
1	pdf	السادس الادبي.pdf	1,282	am 04:03 30-06-2016
2	pdf	الخامس العلمي 2.pdf	931	pm 08:18 29-06-2016
3	pdf	الخامس 1.pdf	681	pm 12:56 29-06-2016
4	pdf	ملزمة الثالث المتوسط 2014.pdf	2,232	am 02:31 30-06-2016
5	pdf	قوانين الفيزياء + اهم الاساسيات + طريقة التعامل مع المسألة الفيزيا...	13,768	am 02:05 30-06-2016
6	pdf	مشروع التفوق والنجاح في السادس العلمي.pdf	4,222	am 09:12 29-06-2016
7	avi	ديمو1.avi	577	am 12:15 30-06-2016
8	avi	الاوميكا2.avi	133	am 12:18 30-06-2016
9	avi	الاوميكا1.avi	150	am 12:15 30-06-2016
10	pdf	الكلمات الانكليزية الاكثر استخداما.pdf	4,986	am 02:04 30-06-2016
11	pdf	ملزمة حلول مسائل الفيزياء 2015.pdf	13,933	am 04:11 30-06-2016
12	pdf	الفصل الخامس + السادس المعادلات+الهندسة.pdf	7,772	am 02:01 30-06-2016
13	pdf	الفصل الرابع التكامل.pdf	11,092	am 12:58 30-06-2016
14	pdf	الفصل الثالث المشتقة.pdf	11,193	am 12:12 30-06-2016
15	pdf	الفصل الثاني القطوع المخروطية.pdf	10,037	pm 06:05 29-06-2016
16	pdf	الفصل الاول الاعداد المركبة.pdf	9,660	am 12:35 30-06-2016
17	pdf	المقدمة + الاساسيات للمنهج.pdf	15,649	am 02:53 30-06-2016

@A_M_Z_F

$(-64\,i)^{\frac{1}{6}}$

او النجاح التفاؤل ومستقبل التشاؤم الفشل الذريع . . . في حياتي اكره سماع المتشائمين لانهم مضرة لانفع بهم

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(0)^2 + (-64)^2} = 64$

$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-64}{64} = -1$

$\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{0}{64} = 0 \Rightarrow (0, -1) \Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{2}$

مربع التعويض

$$= 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2} + 2k\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2} + 2k\pi}{6}\right]$$

When k = 0

$$z1 = 2\left[\cos\frac{3\pi}{12} + i\ \sin\frac{3\pi}{12}\right] = 2\left[\cos\frac{\pi}{4} + i\ \sin\frac{\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \sqrt{2} + \sqrt{2}\ i$$

When k = 1

$$z2 = 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2} + 2\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{7\pi}{12} + i\ \sin\frac{7\pi}{12}\right]$$

توضيح للزاوية

الزاوية $\frac{7\pi}{12}$ من الزوايا الغير شائعة . . . نتركها ولاحاجة لذكر قيمها " في المراحل السابقة "

When k = 2

$$z3 = 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2} + 4\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{11\pi}{12} + i\ \sin\frac{11\pi}{12}\right]$$

@A_M_Z_F

When k = 3

$$z4 = 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2}+6\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2}+4\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{15\pi}{12} + i\ \sin\frac{15\pi}{12}\right] = 2\left[\cos\frac{5\pi}{4} + i\ \sin\frac{5\pi}{4}\right]$$

$$= 2\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} - i\frac{1}{\sqrt{2}}\right] = \left[-\sqrt{2} - i\sqrt{2}\right]$$

When k = 4

$$z5 = 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2}+8\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2}+8\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{19\pi}{12} + i\ \sin\frac{19\pi}{12}\right]$$

When k = 5

$$z6 = 2\left[\cos\frac{\frac{3\pi}{2}+10\pi}{6} + i\ \sin\frac{\frac{3\pi}{2}+10\pi}{6}\right]$$

$$= 2\left[\cos\frac{23\pi}{12} + i\ \sin\frac{23\pi}{12}\right]$$

افضل طريق لمرضاة الله عملك . . . الكلام دون عمل
كمن يتعلم السباحة في اليابسة

Briefing

الفصل الاول مضمون رغم أن مواضيعه متعددة ودرجته في الوزاري 20 درجة

10 على الاعداد المركبة او الاوميكا او المعادلة التربيعية " احيانا وغالبا سؤال مركب خارجي على هذه المواضيع من اجل شمولها بفرع مشترك" . . . 10 على ديموافر بجميع اشكاله

انصحكم ان لاتضيعو وقتكم في الفصل الاول الذي لايحتاج الى جهد سوى اعتمادك على الملاحظات في مقدمة الفصل . . . راجع اسئلتي الاثرائية في نهاية الملزمة تعطيك فكرة تفوق المنهج

@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي

التطبيقي و الأحيائي

الفصل الثاني : القطوع

إعداد الأستاذ

باسم العياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

@rhit_altafawK

DES : MOSTAFA KH

@A_M_Z_F

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من سبعة اجزاء

الجزء الثالث (القطوع المخروطية)

أعداد الاستاذ باسم المياحي

بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

الإحيائي

التطبيقي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...

تتضمن الملزمة

الاساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها + وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية



اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب علما لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكون لي مقاطع فيديو بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس"

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

حذف

موضوع الانسحاب للتطبيقي فقط حذف من الاحيائي

07811144165

@A_M_Z_F

ملاحظات هامة حول مواضيع الفصل الثاني

أعداد الأستاذ .. باسم المياحي

★ معادلة القطع الذي بؤرته على محور السينات

فتحة القطع نحو اليمين $y^2 = 4px$

فتحة القطع نحو اليسار $y^2 = -4px$

★ معادلة القطع الذي بؤرته على محورا لصادات

فتحة القطع نحو الأعلى $x^2 = 4py$

فتحة القطع نحو الأسفل $x^2 = -4py$

★ معادلة القطع المكافئ الذي راسه النقطة c (h , k) وبؤرته كانت تقع على

★ محور السينات ⬅ $(y-k)^2 = 4p(x-h)$

محورالصادات ⬅ $(x-h)^2 = 4p(y-k)$

★ اذا ذكرت نقطة بالشكل (x,y) وقيل انها تحقق معادلة القطع الناقص . . . تعوض هذه النقطة لايجاد البؤرة . . . اما اذا ذكرت نقطتان فالتشابه اما سيني او صادي " المتشابهات في الاشارة هي موقع البؤرة مثلا الاختلاف سيني $(-1,2)$, $(1,2)$ المعادلة بالشكل $x^2 = 4py$ . . . اما اذا كانت النقاط بالشكل التالي $(1,-2)$, $(1,2)$ فالمعادلة $y^2 = 4px$

بقية الملاحظات موجودة مقابل جواب كل سؤال وبشكل مفصل . . . الملاحظات خارطة عمل متكاملة لكم

@A_M_Z_F

القطع الناقص

تكرار



★ معادلة القطع الذي بؤرتاه على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

★ معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور الصادات

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

★ علما ان الاختلاف المركزي للقطع الناقص

$$e = \frac{c}{a}$$

★ العلاقة الثابتة في القطع الناقص هي :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

تطبق هذه العلاقة لإيجاد أي مجهول من المتغيرات الثلاثة اذا علما الآخران او احداهما

عندئذ تطبق كمعادلة " حسب معطيات ومطلوب السؤال "

★ معادلة القطع الناقص الذي بؤرته على محور السينات عند انسحاب بمقدار c (h , k)

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

★ معادلة القطع الناقص الذي بؤرته على محورالصادات عند انسحاب بمقدار c (h , k)

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

بقية الملاحظات موجودة بالشكل المفصل في حلول التمارين . . . اهتم بالملاحظات وحاول ان تفهم وقت استخدامها جيدا

أعداد الأستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

القطع الزائد

معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه على محور الصادات

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

علما ان الاختلاف المركزي للقطع الزائد $e = \frac{c}{a}$

العلاقة الثابتة في القطع الزائد هي :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

معادلة القطع الزائد الذي بؤرته على محور السينات عند انسحاب بمقدار c (h , k)

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

معادلة القطع الزائد الذي بؤرته على محورالصادات عند انسحاب بمقدار c (h , k)

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1$$

علاقات مشتركة بين القطعيين الناقص والزائد

- 2a تعني طول المحور الكبير " العدد الثابت " . . " في الزائد 2a الحقيقي "
- 2b طول المحور الصغير . . . في الزائد " 2b طول المحور المرافق "
- 2c المسافة بين البؤرتين

Important note

الطرف الأيمن للقطعيين = 1 دائما ان لم يكن نقسم طرفي المعادلة على العدد الموجود على اليمين مقارنة مع المعادلة القياسية بالإضافة الى ان معامل كل من x^2, y^2 يساوي واحد

إعداد الأستاذ ... البياتي

@A_M_Z_F

ايضا ان لم يكن نقسم بسط ومقام كل حد على معامل الحد المعني (هذا يعني الطرف الايمن مقام والمعامل مقام المقام " وان كان الطرف الايمن واحدا فله تاثير ايضا راجع التمارين وتحقق من ذلك ").

الفرق بين القطع الناقص والزائد

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$ موجبة في القطع الناقص

الاشارة

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$ سالبة في القطع الزائد

القطع الناقص : الكبير هو a وتكون العلاقة كما يلي :

$$a^2 = b^2 + c^2$$

العلاقة الثابتة

القطع الزائد : الكبير هو c والعلاقة كما يلي :

$$c^2 = a^2 + b^2$$

القطع الناقص يكون اصغر من واحد لان المقام a هو الاكبر " ومن خلاله نعين نوع القطع " في بعض الاسئلة يذكر الاختلاف دون تعيين نوع القطع " important note

الاختلاف المركزي

القطع الزائد يكون اكبر من واحد لان الكبير البسط هو c والصغير هو a

اذا ذكر في السؤال نقطتان تحققان معادلة القطع .... بعد معرفة موقع البؤرتان ... . نعوض النقطة الاولى لنكون معادلة 1 + النقطة الثانية معادلة 2 + بالتعويض نحل المعادلتين

في القطع الناقص مجموع العددين = 2a .... الفرق بينهما = 2c

في القطع الزائد مجموع العددين = 2c .... الفرق بينهما = 2a

أعداد الاستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

بعد ان وجدنا كلا من a ,c للقطعين نجد b من العلاقة الثابتة لكل قطع " للحصول على المعادلة . . . ان عينت البؤرة نأخذ احتمال واحد ان لم تعين ناخذ احتمالين

ابتعاد احد رأسيه بالعددين k` 1 , k2 عن البؤرتين . . . موضح مقابل كل سؤال من خلال الرسم

- اذا ذكرت ثوابت مثل h , k وطلب ايجاد قيمته كل مهما . . . . يجب ان يعطي في السؤال علاقتين لايجاد a, b , c ، ، ، في بعض الأحيان نعبر عن العلاقة بمعادلة ، ، ، مع العلاقة الثابتة للقطع المعني نكون معادلة 2 ، ، ، من خلالهما نجد قيم a ,b ، ، ، لتساعدنا في ايجاد h , k

- الاختلاف المركزي + النسبة بين طولي المحورين ، ، ، تعتبر معلومة مشتركة ، ، ، وكل معلومة مشتركة ، ، ، ، عبارة عن معادلة

وله أهمية في تحديد نوع القطع $e = \frac{c}{a}$

في القطع الناقص $e < 1$ اما في الزائد $e > 1$ . . . . اعتمادا على قيمة c , a , لكل قطع

- قانوني المساحة والمحيط للقطع الناقص

المساحة $A = ab\pi$

احيانا يذكر لنا المحيط والمساحة نكون معادلة 1 من المساحة ومعادلة 2 من المحيط " وتحل المعادلتين بالتعويض

المحيط $s = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$

ملاحظة شاملة

- دائما في القطع نحتاج الى مهارات عالية في حل المعادلات لاننا اغلب الاحيان نواجه متغيران في علاقة ما

عند وجود متغيران . . . يجب ان تكون هنالك علاقتان "معادلتان " او معلومتنان "حل مباشر" . . . . . يفضل ان نرتب ونساوي المعادلتين لسهولة وسرعة الحل + التعويض . . . وهذه الطريقة الافضل في حل اغلب المعادلات "حالة خاصة من التعويض"

- طول نصف القطر البؤري . . . . المسافة بين أي بؤرة و نقطة . . . " قانون المسافة"

$$pc = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

@A_M_Z_F

معلومة هامة . . . البؤرة والراس على موقع واحد . . . اما سينات معا او صادات معا من خلال الرسم " في بعض الاسئلة تكون البؤرة على السينات ومعلومة اخرى على الصادات فانها b وليس a . . .

النسبة بين طولي محوريه في القطع الزائد ⬅ $\frac{2a}{2b}$

اما في القطع الناقص لها احتمالين

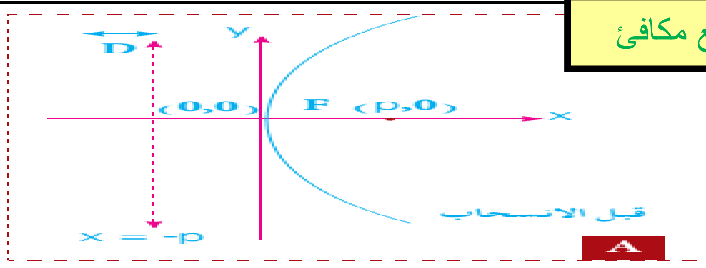
⬅ $\frac{2a}{2b}$ " في حالة القيمة المعطاة اكبر من واحد" او الاحتمال الاخر ⬅ $\frac{2b}{2a}$ " في حالة القيمة المعطاة اقل من واحد" " الغاية منها ان تكون قيمة a هي الاكبر

advice بقية الملاحظات البسيطة موجودة مقابل حل كل سؤال وبشكل مفصل " هنا المقدمة لحل المسائل وفهم شفرات الموضوع"

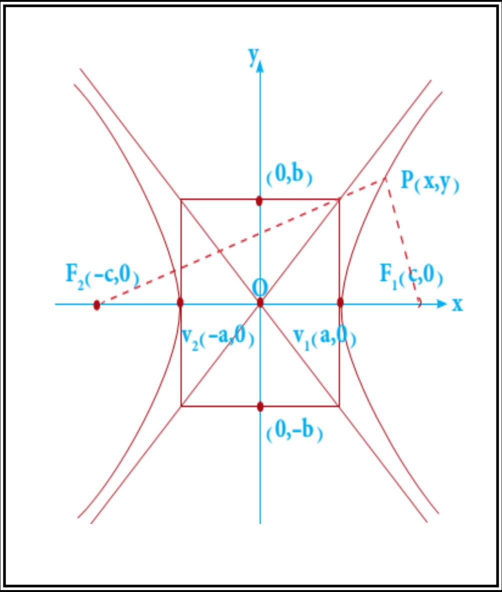
important note

المحور البؤري . . . هو المسافة بين البؤرتين للقطع الناقص + البعد البؤري هو المسافة من البؤرة للمركز ومن المركز للدليل " أي ضعف البؤرة " مفاهيم خاصة بالقطوع الرسم يوضح ذلك اكثر

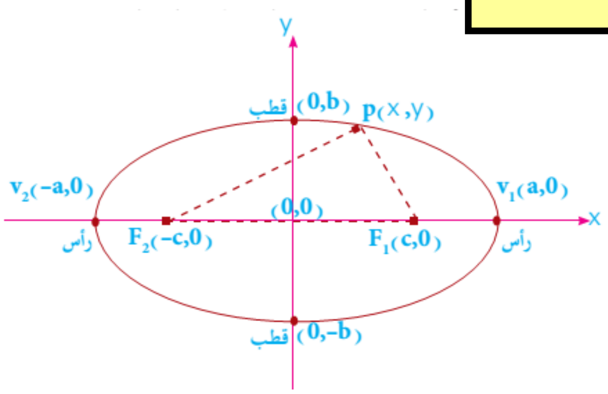
قطع مكافئ



قطع زائد



قطع ناقص



لاحض عزيزي الطالب الرسم يبين الاختلاف بين القطوع . . . الناقص هو عبارة عن جمع قطعيين مكافئين . . . الزائد هو عبارة عن طرح قطعيين مكافئين . . . الرسم + الملاحظات تكفي لإتقانك المنهج وبطريقة الفهم . . . راجع التمارين وستجد الفرق

@A_M_Z_F

ملاحظات إضافية

- مجموع طولي محوريه نكون منها معادلة $(2a + 2b = ?)$ وكذلك الفرق بينهما $(2a - 2b = ?)$ في القطع الناقص اذا كان ناتج الفرق سالب "معطى" فان العلاقة تكون بالشكل $(2b - 2a = -?)$ لان a هي الاكبر في القطع الناقص .

- اذا ذكر علاقة مجموع مربعي طولي محوريه فالعلاقة تكتب بالشكل $(2a)^2 + (2b)^2 = ?$ وكذلك الحال بالنسبة للفرق . . . اما اذا ذكر علاقة مربع مجموع طولي محوريه فالعلاقة تكتب بالشكل التالي $(2a + 2b)^2 = ?$ ويحلل كمربع كامل لتكوين معادلة

- القطوع المخروطية موضوع بسيط جدا يعتمد على الرسم والملاحظات الموجودة في مقدمة الفصل . . . راجع المسائل الاثرائية التي وضعتها لك في اخر الملزمة وستجد الفرق بعدها في طريقة التعامل مع المسائل بانواعها المختلفة وافكارها المتعددة

- الاختلاف المركزي يحدد لك نوع القطع معلومة هامة مثلا $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} < 1$ القطع ناقص اما اذا كان العكس مثلا $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} > 1$ القطع زائد . . . اما النسبة بين طولي محوريه ثابتة للزائد $\frac{2a}{2b}$ ولها احتماليان للناقص الاحتمال الذي يجعل a هي الاكبر

- اذا ذكر في السؤال ان قطع ناقص يقطع جزءا من محور السينات عدد من الوحدات ومن محور الصادات عدد اكبر من الوحدات . . . الاكبر $2a$ والاصغر $2b$ اما البؤرة يحددها موقع a صادات او سينات متشابهان في الموقع دائما ، ، ، في القطع الزائد يحدث التقاطع في محور واحد اما سينات او صادات التدقيق في الرسم يجعلك تميز وتعرف خواص كل قطع

- النسبة بين طولي المحورين من الممكن ان تساوي واحدا للقطع الزائد فقط. . . اذا ذكرت هذه العلاقة فانها تحدد لك القطع
+ مثلا جد معادلة القطع الذي يكون فيه النسبة بين طولي محوريه يساوي 1 وطول محوره الاخر $(4\ unit$ . . .

$$\frac{2a}{2b} = 1 \Rightarrow 2a = 2b \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2$$

ثم نكمل الحل باستخدام العلاقة الثابتة

@A_M_Z_F

مثال

جد البؤرة ومعادلة الدليل للقطع المكافئ $3x^2 - 24y = 0$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية نجد البؤرة والدليل عكسها + البؤرة والدليل صادي من المعادلة المعطاة

$3x^2 - 24y = 0 \Rightarrow 3x^2 = 24y \Rightarrow x^2 = 8y$

$x^2 = 8y$

$x^2 = 4py \Rightarrow 4p = 8 \Rightarrow p = 2 \quad F(0,2)$

$y = -2$

مثال

جد معادلة القطع المكافئ

1. بؤرته (0,5) ⇐ المعادلة $x^2 = 4py = 4(5)y = 20y$

2. معادلة الدليل $y = 7$ وراسه نقطة الاصل

المعادلة $x^2 = -4py = -4(7)y = -28y \Leftarrow y = 7$

مثال

جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين (2 , 4) , (2 ,-4) وراسه نقطة الاصل

$y^2 = 4px \Rightarrow (4)^2 = 4p(2) \Rightarrow 16 = 8p \Rightarrow p = 2$

$y^2 = 4px = 4(2)x = 8x \Rightarrow$ المعادلة $y^2 = 8x$

توضيح

الاختلاف حول المحور الصادي المعادلة تكون $y^2 = 4px$ البؤرة سينات " بامكانك ان تعين النقطتين على محور الاحداثيات لتوضيح ذلك . . . وان ا y^2 صاحبة الاحتمالين دائما . . . في مجموعة التمارين تمرين مشابه للمثال راجعه لزيادة المعلومة . . . اهتما بالملاحظات في مقدمة الفصل دائما

أعداد الأستاذ . . . باسم الطائي

@A_M_Z_F

مثال

جد معادلة القطع المكافئ الذي راسه نقطة الاصل ويمر دليله بالنقطة (3 , -5)

السينات

الدليل X = 3

المعادلة $y^2 = -4px$

$y^2 = -4(3)x$

المعادلة $y^2 = -12x$

الصادات

الدليل Y= -5

المعادلة $x^2 = 4py$

$x^2 = 4(5)y$

المعادلة $x^2 = 20y$

توضيح

يمر دليله بالنقطة (3 , -5) هذا يعني ان الدليل اما سيني او صادي . . . ومن خلال الدليل نحدد البؤرة ومن البؤرة نحدد نوع المعادلة . . . سؤال يحمل فكرة الاحتمالين فقط . . . الجواب اعلاه والتركيز يكفي لفهمك في حل هذا السؤال

احذر من هذه النقاط



@A_M_Z_F

مستقبل العراق بين أيديكم

توضيحات للخارجي

كن حذرا في قراءة المنطوق في اسئلة القطوع من حيث موقع البؤرة من حيث خواص كل قطع وخاصة الفرق بين الناقص والزائد من حيث الاشارة (+ , −) العلاقة الثابتة لكل قطع . . . الاختلاف المركزي يكفيك لمعرفة نوع القطع . . . نقاط التقاطع ماذا تعني وكيف تتعامل معها . . . . بدون معرفة الفرق لايمكنك الاجابة على الاسئلة الفكرية والخارجية منها

أحيانا يأتيك سؤالا مترابطا بين جميع انواع القطوع " سؤال شامل" . . . من الممكن ربط علاقات خارجية داخل فصل القطوع تعتمد على أساسك . . . مثلا تغيير في الصياغة الإنشائية لسؤال محدد " يعتمد على مستوى ذكاءك في تحديد المطلوب بالاستفادة من المعطى والعلاقات الجاهزة للقطع المذكور

الحل . . . انك تركز على قراءة كل سؤال والصيغة الإنشائية قبل شروعك بالجواب" لان الخطأ في البداية قاتل وغير مسموح به "

التأكد من الحل من أهم المهارات التي يجب ان تمتلكها عزيزي الطالب لتخلصك من كل خطأ كبير في بدء الحل

او صغير في الجواب . . . بعد إيجادك المطلوب اجعله مجهولا لتثبت انه احد معطيات السؤال . . . والاهم من ذلك كيفية صياغة السؤال لاي موضوع وهذا الامر يتطلب منا أتقانا تاما واطلاعا شاملا للمنهج ومعرفة الخطوط الحمراء لكل موضوع من حيث الخواص

@A_M_Z_F

سؤال1

حلول تمارين s 2 -1

جد معادلة القطع المكافئ في كلا مما ياتي موضحا الرسم البياني أذا علمت أن:

0 البؤرة (5 , 0) والرأس نقطة الأصل

F (5 ,0) البؤرة على محور السينات

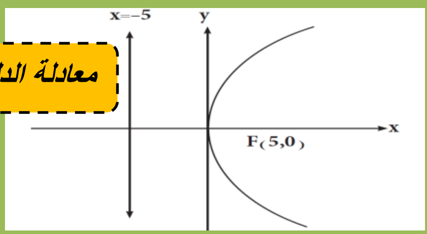
البؤرة(5 , 0)

المعادلة القياسية $y^2 = 4px$

$y^2 = 4px = 4(5)X = 20X$ ← معادلة الدليل $x = -5$

المعادلة القياسية المطلوبة

معادلة الدليل



البؤرة على السينات

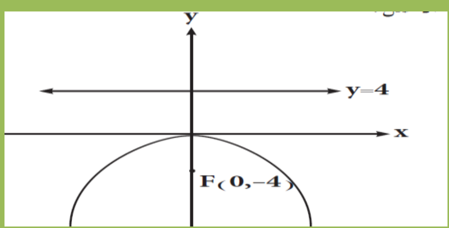
0 البؤرة (0 , -4) والرأس نقطة الأصل

F (0 , - 4) البؤرة على محور الصادات

$x^2 = -4py = -4(4)y = -16y$ ← معادلة الدليل $y = 4$

معادلة الدليل

المعادلة القياسية المطلوبة



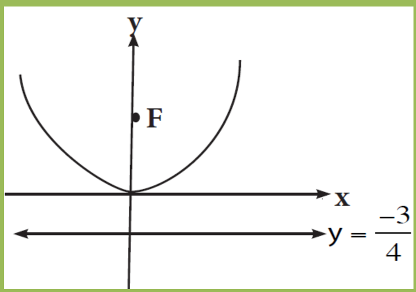
البؤرة على الصادات

@A_M_Z_F

معادلة دليل القطع المكافئ $4y + 3 = 0$ والرأس في نقطة الأصل

$4y = -3$ ⟵ $y = \frac{-3}{4}$ الدليل ⟵ $p = \frac{3}{4}$ البؤرة $f\left(0, \frac{3}{4}\right)$

$x^2 = 4py = 4\left(\frac{3}{4}\right)y = 3y$ ⟵ $x^2 = 3y$ المعادلة



سؤال 2

جد البؤرة والراس ومعادلتي المحور والدليل للقطع المكافئ لكل مما يأتي :

$x^2 = 4y$

$x^2 = 4y$

$x^2 = 4py$ ⟵ $4p = 4$ ⟵ $p = 1$ $f(0, 1)$ البؤرة

$v(0,0)$ الراس ، $y = -1$ الدليل

نرتب معادلة القطع بجعل المتغير من الدرجة الثانية إلى اليسار والبقية إلى اليمين ومعامله موجب واحد دائما ان لم يكن كذلك نقسم طرفي المعادلة على معامله

$2x + 16y^2 = 0$

$2x + 16y^2 = 0$ ⟵ $16y^2 = -2x$ $\div 16$ ⟵ $y^2 = \frac{-1}{8}x$

$y^2 = \frac{-1}{8}x$

$y^2 = -4px$ ⟵ $4p = \frac{1}{8}$ ⟵ $p = \frac{1}{32}$ ⟵ $F\left(\frac{-1}{32}, 0\right)$

$X = \frac{1}{32}$ معادلة الدليل

أعداد الاستاذ ... باسم الباجي

@A_M_Z_F

ترتب بالصيغة $(y-k)^2 = -4p(x-h)$

لتعين قيم h , k

$$y^2 = -4(x-2)$$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية لمعرفة البؤرة

$(y-0)^2 = -4p\ (x-2)$

$(y-k)^2 = -4p\ (x-h)$ ⟵ $-4p = -4$ ⟵ $p = 1$

قبل الانسحاب $f\ (-1,0)$ ⟵ $V(2,0)$ اضافة ⟵ بعد الانسحاب $\bar{f}\ (1,0)$

⟵ $x = p + h = 1 + 2 = 3$ الدليل

$y = k = 0$ المحور

$$(x-1)^2 = 8\ (y-1)$$

$(x-1)^2 = 8\ (y-1)$

$(x-h)^2 = 4p\ (y-k)$ ⟵ $4p = 8$ ⟵ $p = 2$

قبل الانسحاب $f\ (0,2)$ ⟵ $V(1,1)$ اضافة ⟵ بعد الانسحاب $\bar{f}\ (1,3)$

$y = k - p = 1 - 2 = -1$ ⟵ $y = -1$ معادلة الدليل

$x = h$ ⟵ $x = 1$ معادلة المحور

2012 الدور الاول

$$y^2 + 4y + 2x = -6$$

رتبنا المعادلة حيث نقلنا في الحدود وأضفنا العدد 4 إلى طرفي المعادلة لنحصل على المربع الكامل في الطرف الأيسر لجعلها بالصيغة

$y^2 + 4y = -2x - 6$

$y^2 + 4y + 4 = -2x - 6 + 4$

$(y+2)^2 = -2x - 2$

$(y+2)^2 = -2(x+1)$

الراس $\bar{V}\ (h,k) = \bar{V}\ (-1,-2)$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية

$-4p = -2$ ⟵ $p = \frac{2}{4}$ ⟵ $p = \frac{1}{2}$

أعداد الاستاذ : ياسر الياجي
@A_M_Z_F

قبل الانسحاب $F\left(-\frac{1}{2},0\right)$ ➡ $V(-1,-2)$ اضافة ➡ بعد الانسحاب $\overline{F}\left(-\frac{3}{2},-2\right)$

$x = p + h = \frac{1}{2} - 1$ ➡ $x = \frac{-1}{2}$ معادلة الدليل

$y = k$ ➡ $y = -2$ معادلة المحور

$$x^2 + 6x - y = 0$$

رتبنا المعادلة حيث نقلنا في الحدود

وأضفنا العدد 9 إلى طرفي المعادلة

لنحصل على المربع الكامل في الطرف الأيسر لجعلها بالصيغة

$$x^2 + 6x = y$$

$$x^2 + 6x + 9 = y + 9$$

$$(x + 3)^2 = y + 9$$

$$\overline{V}(h, k) = \overline{V}(-3, -9)$$

$$(x + 3)^2 = 1\,(y + 9)$$

$(x - h)^2 = 4p\,(y - k)$ ➡ $4p = 1$ ➡ $p = \frac{1}{4}$

قبل الانسحاب $F\left(0,\frac{1}{4}\right)$ ➡ $V(-3,-9)$ اضافة ➡ بعد الانسحاب $\overline{F}\left(-3,-\frac{35}{4}\right)$

$y = p + h = -\frac{1}{4} - 9$ ➡ $y = -\frac{37}{4}$ معادلة الدليل

$x = h$ ➡ $x = -3$ معادلة المحور

advice

افضل لكم أخواني ان تجدو البؤرة قبل الانسحاب ثم بعد الانسحاب باضافة الرأس + بعدها نتعامل بنفس الطريقة مع معادلة الدليل والمحور

الأستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

سؤال 3

جد معادلة القطع المكافئ الذي يمر بالنقطتين p1 (2 , 5) , p2 (2 , -5) والرأس في نقطة الأصل .

بما أن النقطتان متناظرتان حول محور السينات فان البؤرة تقع على محور السينات أيضا " احتماليان ل y فانها y^2 او من الرسم

$y^2 = 4px$

نأخذ إحدى النقطتين ونعوضها في المعادلة القياسية لإيجاد البؤرة

$25 = 4\ (p)\ \times 2 \rightarrow 25 = 8\,p \rightarrow p = \frac{25}{8}$

أخيرا نعوض البؤرة في المعادلة

$y^2 = 4 \times \frac{25}{8}\ x$

$y^2 = \frac{25}{2}\ x$ معادلة القطع المكافئ

سؤال 4

أذا كان دليل القطع المكافئ يمر بالنقطة (4 , -3) p والرأس في نقطة الأصل جد معادلة القطع المكافئ علما أن بؤرته تنتمي لأحد المحورين .

لان البؤرة تنتمي للمحورين "معطى" للمعادلة احتماليان

	البؤرة تنتمي لمحور السينات	البؤرة تنتمي لمحور الصادات
الدليل من النقطة	$x = -3$	$y = 4$
البؤرة من الدليل "موجبة في الخارج دائما	$p = 3$	$p = 4$
المعادلة من البؤرة المعادلة عكس اشارة الدليل	$y^2 = 4\,p\,x$	$x^2 = -4\,p\,y$
نعوض البؤرة في المعادلة	$y^2 = 4 \times 3\,x$	$x^2 = -4 \times 4\ y$
معادلة القطع	$y^2 = 12\ x$	$x^2 = -16\ y$

@A_M_Z_F

سؤال 5

قطع مكافئ معادلته $A x^2 + 8Y = 0$ ويمر بالنقطة (1 , 2) جد قيمة p

A ثم جد بؤرته ودليله ثم ارسم القطع .

نعوض النقطة في المعادلة لإيجاد قيمة A لأنها تحقق المعادلة

+ نعوض A في المعادلة المعطاة لكي نقارنها مع القياسية

$A(1)^2 + 8(2) = 0 \Rightarrow A + 16 = 0 \Rightarrow A = -16$

$-16x^2 + 8Y = 0 \Rightarrow -16x^2 = -8Y \;] \div -8$

$2x^2 = y \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} y$

$x^2 = \frac{1}{2} y$

$x^2 = 4py$

$\Rightarrow 4p = \frac{1}{2} \Rightarrow p = \frac{1}{8}$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية نجد البؤرة

البؤرة $F\left(0, \frac{1}{8}\right)$

الدليل $Y = -\frac{1}{8}$

اعداد الاستاذ ... باسم المياحي

رحلة التفوق في السادس
عطاءٌ بلا حدود

@A_M_Z_F

سؤال 6

باستخدام التعريف جد معادلة القطع المكافئ .

البؤرة (0 , 7) والرأس في نقطة الأصل

X= -7

المسافة بين البؤرة ونقطة = المسافة بين الدليل والنقطة

المسافة بين نقطتين

$$MF = MQ$$

معادلة الدليل

$$\sqrt{(X-7)^2 + Y^2} = |X+7|$$

نربع الطرفين للتخلص من الجذر

$$(X-7)^2 + Y^2 = (x+7)^2$$

نحلل المربع الكامل

$$x^2 - 14x + 49 + Y^2 = x^2 + 14x + 49$$

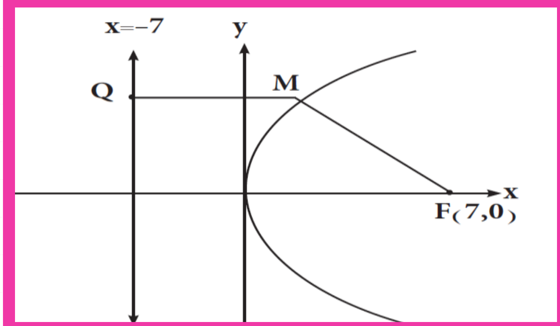
نجعل المتغير من الدرجة الثانية إلى اليسار والبقية إلى اليمين مع مراعاة الإشارة للحد المنقول

$$Y^2 = 14x + 14x$$

$$Y^2 = 28x$$

المعادلة القياسية

الرسم



بأمكاننا التأكد بشكل مباشر من التعويض بالعلاقة التالية

$$Y^2 = 4px = 4(7)x = 28x$$

@A_M_Z_F

البؤرة $(0, -\sqrt{3})$

معادلة الدليل $y = \sqrt{3}$ والرأس في نقطة الأصل

المسافة بين البؤرة ونقطة = المسافة بين الدليل والنقطة

$$MF = MQ$$

معادلة الدليل

$$\sqrt{x^2 + (y+\sqrt{3})^2} = \frac{|y-\sqrt{3}|}{1}$$

نربع الطرفين للتخلص من الجذر

$$x^2 + (y+\sqrt{3})^2 = (y-\sqrt{3})^2$$

نحلل المربع الكامل

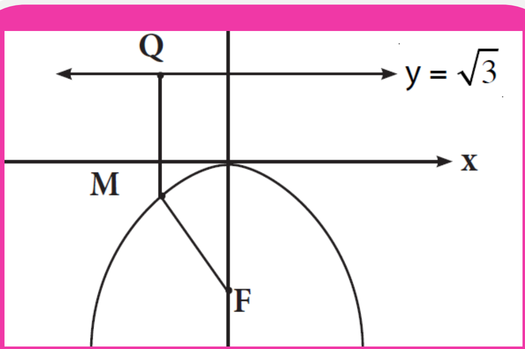
$$x^2 + y^2 + 2\sqrt{3}\,y + 3 = y^2 - 2\sqrt{3}\,y + 3$$

$$x^2 = -2\sqrt{3}\,y - 2\sqrt{3}\,y$$

$$x^2 = -4\sqrt{3}\,y$$

نجعل المتغير من الدرجة الثانية إلى اليسار والبقية إلى اليمين مع مراعاة الإشارة للحد المنقول

المعادلة القياسية



الرسم

بأمكاننا التأكد بشكل مباشر من التعويض بالعلاقة التالية

$$x^2 = -4py = -4(\sqrt{3})\,y = -4\sqrt{3}\,y$$

$y = \sqrt{3}$ هذا يعني ان البؤرة $p(0, -\sqrt{3})$

@A_M_Z_F

مثال

جد البؤرتين والراسين والاختلاف المركزي للقطع الذي معادلته

نجعل الطرف الايمن يساوي 1 بجعله مقام والمعامل 1 ايضا "مقام المقام " . . نجد c^2

من العلاقة الثابتة . . . نعين البؤرتين او الراسين

$$4x^2 + 3y^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{4}{\frac{3}{4}}} + \frac{y^2}{\frac{4}{\frac{3}{3}}} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{1}{3}} + \frac{y^2}{\frac{4}{9}} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{4}{9} \quad , \quad b^2 = \frac{1}{3} \quad , \quad c^2 = ?$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\frac{4}{9} = \frac{1}{3} + c^2 \Rightarrow c^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{3} = \frac{1}{9} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow c = \frac{1}{3}$$

البؤرتان $F1\left(0, \frac{1}{3}\right) \ , \ F2 \ \left(0, -\frac{1}{3}\right)$ الراسان $V1\left(0, \frac{2}{3}\right) \ , V2 \ \left(0, -\frac{2}{3}\right)$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} \qquad < 1$$

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نفطة الاصل وبؤرتاه على محور السينات والمسافة بين البؤرتين 6 وحدات والفرق بين طولى محوريه يساوي 2 وحدة

$$2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow c^2 = 9$$

$$2a - 2b = 2 \Rightarrow a - b = 1 \Rightarrow a = 1 + b \Rightarrow a^2 = (1+b)^2 \ \ldots \quad 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 9 \ \ . \ . \ . \quad 2$$

$$(1+b)^2 = b^2 + 9 \Rightarrow 1 + 2b + b^2 = b^2 + 9$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$a^2 = 16 + 9 = 25$$

@A_M_Z_F

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه بؤرة القطع المكافئ $y^2 - 12x = 0$ وطول محور الصغير 10 وحدات

$y^2 = 12x \Rightarrow 4p = 12 \Rightarrow p = 3 \Rightarrow c^2 = 9$ للقطع الناقص ايضا

$y^2 = 4px$

$2b = 10 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$

توضيح

من القطع المكافئ نجد البؤرتين للقطع الناقص " معطى" بالمقارنة مع المعادلة القياسية + طول محوره الصغير = 10 نجد من خلالها $b^2 = 25$

ومن العلاقة الثابتة نجد $a^2 = 34$ . . . نذكر المعادلة والبؤرة على محور السينات من معادلة القطع المكافئ في السؤال

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 25 + 9 = 34$$

معادلة القطع $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$

رحلة التفوق في السادس .. أ. باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

لتكن $kx^2 + 4y^2 = 36$ معادلة قطع ناقص مركزه نقطة الاصل واحدى بؤرتيه $(\sqrt{3},0)$ جد قيمة $K \in R$.

توضيح

نرتب المعادلة بجعل الطرف الايمن = 1 . . . نعوض المعلومات في العلاقة الثابتة . . نجد قيمة k الموجودة في داخل a^2 "البؤرة سينات معطى في السؤال "

$$k x^2 + 4y^2 = 36 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{\frac{36}{4}} = 1$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{k}} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \frac{36}{k} = 9 + (\sqrt{3})^2$$

$$\frac{36}{k} = 9 + 3 \Rightarrow \frac{36}{k} = 12 \Rightarrow k = \frac{36}{12} = 3$$

مشابه 2012 الدور الثاني

مثال

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الاصل وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ويقطع من محور السينات جزءاً طوله 8 وحدات ومن محور الصادات جزءاً طوله 12 وحدة، ثم جد المسافة بين البؤرتين ومساحة منطقته ومحيطه.

الكبير في القطع الناقص $2a = 12$ الصغير $2b = 8$ نجد من العلاقتين a^2 , b^2 ومن العلاقة الثابتة نجد c^2 . . . ثم نذكر قانوني المساحة والمحيط + نعوض في القانونين لايجاد المطلوب

$$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 36 = 16 + c^2 \Rightarrow c^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$$

معادلة القطع $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$

المسافة بين البؤرتين $2c = 4\sqrt{5}$

توضيح مهم . . . بما ان الجزء الاكبر على محور الصادات 2a فان البؤرة صادات ايضا . . . البؤرة والراس على محور واحد دائما

مساحة القطع $A = ab\pi = 6 \times 4\pi = 24\pi \ unit^2$

المحيط $s = 2\pi \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 2\pi \sqrt{\frac{36+16}{2}} = 2\pi \sqrt{\frac{52}{2}} = 2\pi\sqrt{26} \ unit$

اعداد الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

حلول تمارين 2- 2 S

السؤال 1

عين كل من البؤرتين والرأسين والقطبين والمركز ثم جد طول ومعادلة كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطوع الناقصة المبينة معادلتها في كل مما يأتي :

$x^2 + 2y^2 = 1$

$\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ نقارنها مع المعادلة القياسية

$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$

$b^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$a^2 = b^2 + c^2$

$1 = \frac{1}{2} + c^2 \Rightarrow c^2 = 1 - \frac{1}{2} \Rightarrow c^2 = \frac{1}{2}$

$c = \frac{1}{\sqrt{2}}$

البؤرتان: $F1\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right) , F2\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

الرأسان: $V1\,(1, 0) , V2\,(-1, 0)$

القطبان: $P1\left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) , P2\left(0, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

طول المحور الكبير: $a = 1 \Rightarrow 2a = 2$ unit

طول المحور الصغير: $b = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2b = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ unit

المسافة بين البؤرتين: $c = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 2c = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

الاختلاف المركزي: $e = \frac{c}{a} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

أعداد الاستاذ ... باسم المياحي

@A_M_Z_F

$$9x^2 + 13y^2 = 117$$

نقسم طرفي المعادلة على العدد 117

لجعل الطرف الايمن = 1 و ونجعل معاملي المتغيرين = 1 بقسمة بسط ومقام كل حد على معامل متغيره

$$9x^2 + 13y^2 = 117 \quad \div \ 117$$

$$\frac{x^2}{\frac{117}{9}} + \frac{y^2}{\frac{117}{13}} = 1$$

$$\frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$a^2 = 13 \Rightarrow a = \sqrt{13}$

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

علاقة ثابتة في القطع الناقص تطبق لإيجاد c^2

$\Rightarrow 13 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 13 - 9 = 4 \Rightarrow c = 2$

البؤرتان: $F1\,(2\ ,\ 0)\ ,\ F2\,(-2\ ,\ 0)$

الرأسان: $V1\,(\sqrt{13}\ ,\ 0)\ ,\ V2\,(-\sqrt{13}\ ,\ 0)$

القطبان: $P1\,(0\ ,\ 3)\ ,\ P2\,(0\ ,-3)$

طول المحور الكبير: $a = \sqrt{13} \Rightarrow 2a = 2\sqrt{13}$ unit

طول المحور الصغير: $b = 3 \Rightarrow 2b = 2 \times 3 = 6$ unit

المسافة بين البؤرتين: $c = 2 \Rightarrow 2c = 2 \times 2 = 4$ unit

الاختلاف المركزي: $e = \frac{c}{a} = \frac{2}{\sqrt{13}}$

اعداد الاستاذ ... باسم الهيتي

@A_M_Z_F

$$\frac{(x-4)^2}{81}+\frac{(y+1)^2}{25}=1$$

2013 الدور الثاني

موضوع الانسحاب للتطبيقي فقط

بالمقارنة مع المعادلة الأساسية

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

$c\ (h\ ,k)=(4\ ,-1)$ المركز

نعين المركز + نجد قيم a , b , c
من العلاقات المجاورة + نعين البؤرتين
والرأسين وطول المحورين ...

$a^2=81 \Rightarrow a=9$

$b^2=25 \Rightarrow b=5$

علاقة ثابتة في القطع الناقص تطبق لإيجاد c^2

$$a^2=b^2+c^2$$

$81=25+c^2 \Rightarrow c^2=81-25=56 \Rightarrow c=2\sqrt{14}$

البؤرتان

$F1\ (c+h\ ,k)=(2\sqrt{14}+4\ ,-1)$

$F2\ (-c+h\ ,k)=(-2\sqrt{14}+4\ ,-1)$

الرأسان

$V1\ (a+h\ ,k)=(9+4\ ,-1)=(13\ ,-1)$

$V2\ (-a+h\ ,k)=(-9+4\ ,-1)=(-5\ ,-1)$

طول المحور الكبير: $a=9 \Rightarrow 2a=18$ unit

طول المحور الصغير: $b=5 \Rightarrow 2b=10$ unit

المسافة بين البؤرتين: $c=2\sqrt{14} \Rightarrow 2c=4\sqrt{14}$ unit

الاختلاف المركزي: $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{14}}{9}$ unit

توضيح

طريقة سريعة لمعرفة الانسحاب نضيف الراس الى البؤرتين والراسين

$f1(2\sqrt{14}\ ,0)\ ,\ f2\ (-2\sqrt{14}\ ,0)$ $v(4,-1)$ الراس اضافة

كذلك الحل للراسين نجدهما قبل الانسحاب كما كنا نفعل سابقا ثم نظيف الراس لكلاهما

$v1(9\ ,0)\ ,\ v2\ (-9\ ,0)$ $v(4,-1)$ الراس اضاف

$v1(13\ ,-1)\ ,\ v2\ (-5\ ,-1)$ بعد الانسحاب المحور الصادي لم يتغير البؤرة سينات

مكتبة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

2013 الدور الاول

$$\frac{(x+3)^2}{9} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$$

نقارن المعادلة مع المعادلة القياسية لتعيين المركز و b^2 , a^2 , ,

البؤرة على محور الصادات لان $b^2 > a^2$ دائما في القطع الناقص

$$\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$$

المركز $c(h, k) = (-3, -2)$

$a^2 = 25 \Rightarrow a = 5$

$b^2 = 9 \Rightarrow b = 3$

علاقة ثابتة في القطع الناقص تطبق لإيجاد c^2

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow c = 4$

البؤرتان

$F1(h, c+k) = (-3, 2)$

$F2(h, -c+k) = (-3, -6)$

الرأسان

$V1(h, a+k) = (-3, 3)$

$V2(h, -a+k) = (-3, -7)$

طول المحور الكبير: $a = 5 \Rightarrow 2a = 10$ unit

طول المحور الصغير: $b = 3 \Rightarrow 2b = 6$ unit

المسافة بين البؤرتين: $c = 4 \Rightarrow 2c = 8$ unit

الاختلاف المركزي: $e = \frac{4}{5}$

توضيح

طريقة سريعة لمعرفة الانسحاب نضيف الراس الى البؤرتين والراسين

اضافة الراس $v(-3,-2)$ $f1(0,4)$, $f2(0,-4)$

كذلك الحال للراسين نجدهما قبل الانسحاب كما كنا نفعل سابقا ثم نظيف الراس لكلاهما

اضاف الراس $v(-3,-2)$ $v1(0,5)$, $v2(0,-5)$

بعد الانسحاب $v1(-3,3)$, $v2(-3,-7)$ " المحور السيني لم يتغير البؤرة صادات

@A_M_Z_F

السؤال 2

2015 الدور الاول

- جد المعادلة القياسية للقطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل في كل مما يأتي :

البؤرتان هما النقطتان (0, 5) , (0, 5-) وطول محوره الكبير = 12 وحدة .

من البؤرتان و المحور الكبير
نجد قيم a^2 , c^2
نجد قيمة b^2 بعد تعويضهما بالعلاقة الثابتة

$F1(5\ ,\ 0)\quad ,\quad F2(-5\ ,\ 0)$

$c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

$a^2 = b^2 + c^2$

$36 = b^2 + 25 \Rightarrow b^2 = 36 - 25 = 11 \Rightarrow b^2 = 11$

$\Rightarrow \frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{11} = 1$ المعادلة القياسية

البؤرتان هما (2± , 0) ويتقاطع مع محور السينات عند x = ± 4 .

$F1(0\ ,\ 2)\quad ,\quad F2(0\ ,\ -2)$

$\Rightarrow c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$

$\Rightarrow b = 4 \Rightarrow b^2 = 16$

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = 16 + 4 \Rightarrow a^2 = 20$

$\Rightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{20} = 1$

لاحظ في المعادلة البؤرة صادات تتغير ادنى قيمة

توضيح

البؤرتان محور الصادات "معطى " . .
. x=4 تعني قيمة b "البؤرة صادات والمعلومة سينات "

ملاحظة " البؤرة والراس على موقع واحد فان اختلفا فالمعلومة هي قيمة b

@A_M_Z_F

إحدى بؤرتيه تبعد عن نهايتي محوره الكبير بالعددين 5 , 1 وحدة على الترتيب .

توضيح

في هذا السؤال معلومتان 2 a , 2c نجمعهما في الكبير ونطرحهما في الصغير " الرسم يوضح لك ذلك اكثر " القطع ناقص الكبير 2a = 1+5 الصغير 2c = 5-1 . .
اما المتغير الثالث b من العلاقة الثابتة.

$2a = 5 + 1 = 6 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$2c = 5 - 1 = 4 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow c^2 = 4$

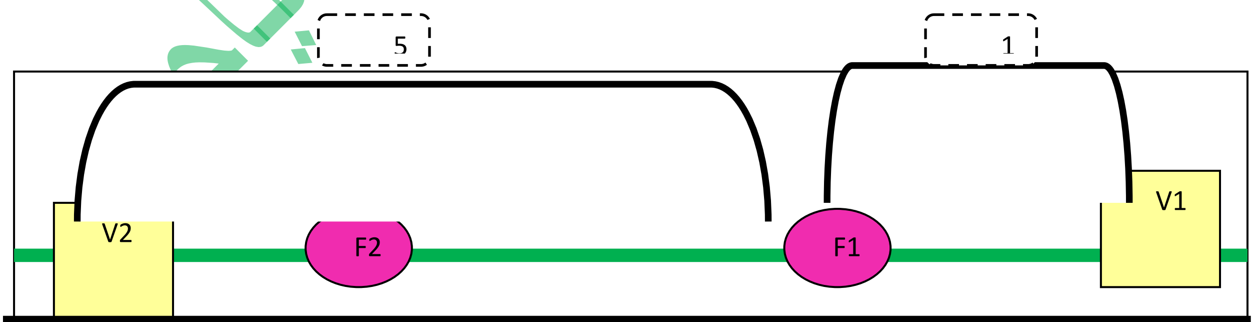
$\Rightarrow \quad a^2 = b^2 + c^2$

$9 = b^2 + 4 \Rightarrow b^2 = 9 - 4 = 5 \Rightarrow b^2 = 5$

★ بما أن البؤرة غير محدد موقعها على أي محور تقع نأخذها باحتمالين هما "السينات" + الصادات "

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور السينات $\Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور الصادات $\Rightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$



لاحض من خلال الرسم التوضيحي ان البعد بين الراسين = جمع العددين هو الاكبر

اما البعد بين البؤرتين = طرح العددين لانه الاصغر . . . راجع رسم القطوع وهذا للتوضيح فقط . . . اما القطع الزائد بالعكس من ذلك

أعداد الأستاذ . . . باسم الميالي

@A_M_Z_F

الاختلاف المركزي = $\frac{1}{2}$ وطول محوره الصغير = unit 12 .

من طول المحور الصغير نجد

$2b = 12$] $\div 2$ ➡ $b = 6$ ➡ $b^2 = 36$

$e = \frac{c}{a}$ ➡ $\frac{1}{2} = \frac{c}{a}$ ➡ $a = 2c$ ➡ $a^2 = 4\ c^2$ . . . 1

من الاختلاف المركزي نجد $a^2 = 4\ c^2$
بعد تربيع الطرفين لتكوين م1 + اما م2 من العلاقة الثابتة في القطع الناقص

$a^2 = b^2 + c^2$. 2

نعوض 1 في 2 لنجد قيمة c

$4\ c^2 = 36 + c^2$ ➡ $3\ c^2 = 36$ ➡ $c^2 = 12$

نعوض $c^2 = 12$ في 1 لنحصل على a^2

$a^2 = 4 \times 12 = 48$

بما أن البؤرة غير محدد موقعها على أي محور تقع نأخذها باحتمالين "السينات + الصادات "

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور السينات "

$$\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{36} = 1$$

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور الصادات "

$$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{48} = 1$$

المسافة بين بؤرتيه = unit 8 ونصف محوره الصغير = 3 unit .

من المسافة بين بؤرتية نجد $c^2 = 16$

➡ $2c = 8$] $\div 2$ ➡ $c = 4$ ➡ $c^2 = 16$

معلومة نصف طول محور الصغير b

➡ $b = 3$ ➡ $b^2 = 9$

اخيرا نعوض ماحصلنا عليه فى العلاقة الثابتة

➡ $a^2 = b^2 + c^2$

➡ $a^2 = 9 + 16 = 25$ ➡ $a^2 = 25$

@A_M_Z_F

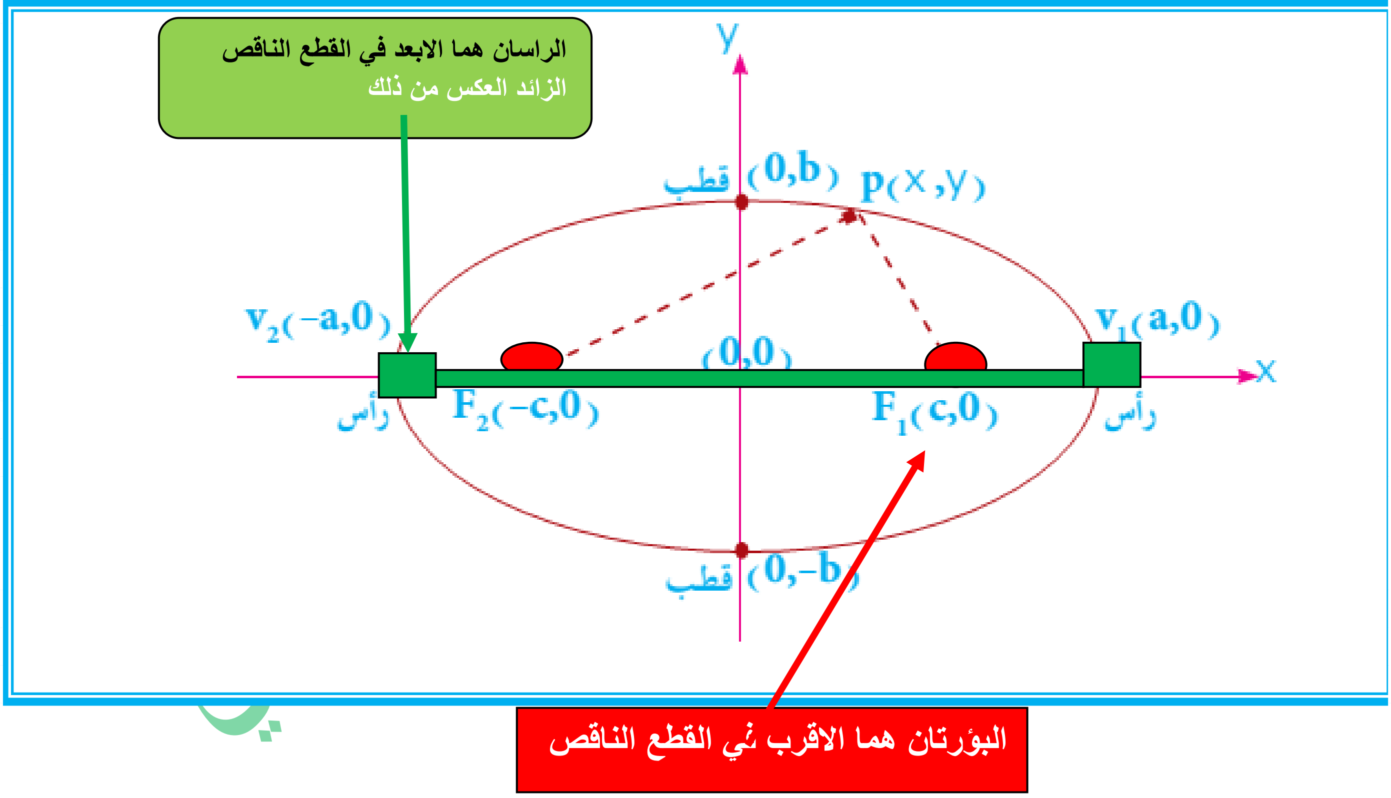
بما أن البؤرة غير محدد موقعها على أي محور تقع نأخذها باحتمالين "السينات + الصادات "

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور السينات "

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

المعادلة القياسية " أذا وقعت البؤرة على محور الصادات "

$$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$



@A_M_Z_F

السؤال 3

باستخدام التعريف جد معادلة القطع الناقص أذا علمت أن :

المسافة بين البؤرتين = 6 unit والعدد الثابت = 10 والبؤرتان على محور السينات ورأسه نقطة الأصل :

من المسافة بين البؤرتين نجد البؤرة c لتطبيقها في التعريف "البؤرتان على محور السينات "

$2c = 6 \quad \div 2 \quad c = 3$

$F1\ (3, 0) \quad , \quad F2\ (-3, 0)$

مجموع بعدي اي نقطة من البؤرتين = 2a

$PF1 + PF2 = 2a =$ العدد الثابت

$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} + \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 10$

$\sqrt{(x-3)^2 + y^2} = 10 - \sqrt{(x+3)^2 + y^2}$

ننقل احد الحدود الذي يحوي الجذر التربيعي الى اليسار مع تغيير اشارته لكي يتسنى لنا ان نربع الطرفين "يحلل كمربع كامل "

تربيع الطرفين

$(x-3)^2 + y^2 = 100 - 20\sqrt{(x+3)^2 + y^2} + (x+3)^2 + y^2$

$x^2 - 6x + 9 + y^2 = 100 - 20\sqrt{(x+3)^2 + y^2} + x^2 + 6x + 9 + y^2$

$20\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 100 + 12x \quad \div 4$

$5\sqrt{(x+3)^2 + y^2} = 25 + 3x$

نربع الطرفين مرة اخرى

$25(x+3)^2 + 25y^2 = (25 + 3x)^2$

$25(x+3)^2 + 25y^2 = 625 + 150x + 9x^2$

$25(x^2 + 6x + 9) + 25y^2 = 625 + 150x + 9x^2$

$25x^2 + 150x + 225 + 25y^2 = 625 + 150x + 9x^2$

$25x^2 + 150x + 225 + 25y^2 = 625 + 150x + 9x^2$

$16x^2 + 25y^2 = 400 \quad \div 400$

$\frac{x^2}{\frac{400}{16}} + \frac{y^2}{\frac{400}{25}} = 1$

$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

المعادلة القياسية

بعدما اجرينا عدة عمليات رياضية نرتب المعادلة بنقل المتغيرات الى طرف اليسار والحد المطلق " الثابت " الى اليمين مع مراعاة اشارة الحد المنقول واخيرا نقسم المعادلة على 400 لجعل الطرف الايمن = 1 مقارنة بالمعادلة القياسية للقطع

@A_M_Z_F

2014 الدور الثاني

السؤال 4

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وأحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 + 8x = 0$ علما أن القطع الناقص يمر بالنقطة $p\ (2\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3})$

من معادلة القطع المكافئ بعد الترتيب والمقارنة مع المعادلة القياسية نجد البؤرة وهي نفسها للقطع الناقص " معطى" . . . البؤرة سينات من المعادلة المذكورة

$$\begin{cases} y^2 = -8x \\ y^2 = -4px \end{cases} \Rightarrow -4p = -8 \Rightarrow p = 2$$

بؤرة القطع المكافئ $F\ (-2\ ,\ 0)$

بؤرة القطع المكافئ = بؤرة القطع الناقص "معطى" ⇐ C = 2

معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

النقطة تحقق المعادلة

$$(2\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3}) \in \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{"معطى"}$$

$$\frac{(2\sqrt{3})^2}{a^2} + \frac{(\sqrt{3})^2}{b^2} = \Rightarrow \frac{12}{a^2} + \frac{3}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{12}{a^2} = 1 - \frac{3}{b^2} \Rightarrow \frac{12}{a^2} = \frac{b^2 - 3}{b^2}$$

$$\frac{a^2}{12} = \frac{b^2}{b^2 - 3} \qquad a^2 = \frac{12\ b^2}{b^2 - 3} \quad . . \quad \boxed{1}$$

$$a^2 = b^2 + 4 \quad . . . \quad \boxed{2}$$

العلاقة الثابتة في القطع الناقص معادلة 2

نرتب المعادلة :باجراء بعض المهارات الرياضية من توحيد مقامات + خاصية تساوي عددين نسبيين (حاصل ضرب الوسطين= حاصل ضرب الطرفين) لجعل a^2 في الطرف الايسر وبقية الحدود في الطرف الايمن

نساوي معادلة 1 مع معادلة 2 لنجد b^2

$$\frac{12\ b^2}{b^2 - 3} = b^2 + 4$$

حاصل ضرب الطرفين = ضرب الوسطين

$$(b^2 + 4)(b^2 - 3) = 12\ b^2$$

$$b^4 + b^2 - 12 = 12\ b^2$$

$$b^4 - 11\ b^2 - 12 = 0$$

نضرب المقدارين + نصفر المعادلة + تحل بالتجربة

ملتقى التفوق في السادس العلمي
@A_M_Z_F

$$(b^2 - 12)(b^2 + 1) = 0$$

either → $b^2 = 12$ or → $b^2 = -1$ يهمل

يهمل "لايوجد جذر تربيعي لعدد سالب

نعوض $b^2 = 12$ في م1 لايجاد a^2

$$a^2 = \frac{12 \times 12}{12 - 3} = \frac{144}{9} = 16$$

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$$

معادلة القطع الناقص

البؤرة سينات من معادلة المكافئ في السؤال

رحلة التفوق في السادس @

راجع الملاحظات + الاساسيات قبل وبعد حل جميع التمارين

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال 5

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور السينات ويمر بالنقطتين p1 (3 , 4) , p1 (6 , 2)

معادلة القطع الناقص "البؤرة على السينات معطى"

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

لإيجاد قيم b , a نحتاج إلى تكوين معادلتين الأولى من تعويض النقطة الأولى في معادلة القطع الناقص والثانية من تعويض النقطة الثانية " النقطتان تحققان المعادلة لأنهما تمران بها "معطى"

للقطع ∋ (6 , 2)

$$\frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{36}{a^2} = 1 - \frac{4}{b^2}$$

$$\frac{36}{a^2} = \frac{b^2 - 4}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{36} = \frac{b^2}{b^2 - 4}$$

$$a^2 = \frac{36\ b^2}{b^2 - 4} \quad . . . \quad (1)$$

نرتب المعادلة :باجراء بعض المهارات الرياضية من توحيد مقامات + خاصية تساوي عددين نسبيين (حاصل ضرب الوسطين= حاصل ضرب الطرفين) + قلب الطرفين لجعل a^2 في الطرف الايسر وبقية الحدود في الطرف الايمن

للقطع ∋ (3 , 4)

$$\frac{9}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{9}{a^2} = 1 - \frac{16}{b^2}$$

$$\frac{9}{a^2} = \frac{b^2 - 16}{b^2} \Rightarrow \frac{a^2}{9} = \frac{b^2}{b^2 - 16}$$

نتبع نفس الخطوات التي كونت م1

$$a^2 = \frac{9\ b^2}{b^2 - 16} \quad . . . \quad (2)$$

نساوي م1 مع م2 لإيجاد b^2

$$\frac{36\ b^2}{b^2 - 4} = \frac{9\ b^2}{b^2 - 16} \Rightarrow \frac{4}{b^2 - 4} = \frac{1}{b^2 - 16} \Rightarrow 4\ b^2 - 64 = b^2 - 4$$

$$3\ b^2 = 60 \Rightarrow b^2 = 20$$

نقوم باجراء مختلف المهارات الرياضية من اجل تبسيط المعادلة او يجاد قيمة b^2

نعوض $b^2 = 20$ في م1 لايجاد a^2

$$a^2 = \frac{36 \times 20}{20 - 4} = \frac{36 \times 20}{16} = 45$$

معادلة القطع الناقص

$$\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$$

إعداد الأستاذ ... الميّاحي
@A_M_Z_F
قناة التفوق في السادس

السؤال 6

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه نقطتا تقاطع المنحني مع محور الصادات $x^2 + y^2 - 3x = 16$ ويمس دليل القطع المكافئ $y^2 = 12x$

$(0)^2 + y^2 - 3(0) = 16 \Rightarrow y^2 = 16$

$y = \pm 4$

بؤرتاه نقطة تقاطع المنحني مع الصادات تعني ان x =0
نعوضها في المعادلة لنجد y وهما بؤرتي القطع الناقص

★ نقطتا التقاطع مع محور الصادات $(0, -4)$, $(0, 4)$ هما بؤرتا القطع الناقص "معطى"

$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

★ بما أن القطع الناقص يمس دليل القطع المكافئ والبؤرة على محور الصادات وجدناها في الخطوة السابقة

بالمقارنة مع المعادلة القياسية نجد
b^2 "القطع الناقص يمس دليل القطع المكافئ

معادلة القطع المكافئ المذكورة $y^2 = 12x$

$y^2 = 4px \Rightarrow 4p = 12 \Rightarrow p = 3$

$x = -3 \Rightarrow b = 3 \Rightarrow b^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$\Rightarrow a^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow a^2 = 25$

$\Rightarrow \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

معادلة القطع الناقص
بؤرتاه على محور الصادات

البؤرة على محور الصادات
. . هذا يعني ان x = -3 . .
. يعطينا قيمة b =3 لانها
عكس البؤرة "معلومة
سابقة "

البؤرة والراس موقع واحد

اذا كانت البؤرة سينات
والمعلومة الاخري سينات
فانها a

اما عند الاختلاف فانها b

معلومة موضحة من خلال
الرسم

عداد الأستاذ: قاسم المياحي
@A_M_Z_F
قناة التفوق في السادس

السؤال 7

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان إلى محور السينات ومركزه نقطة الأصل وطول محوره الكبير = ضعف طول محوره الصغير ويقطع القطع المكافئ $y^2 + 8x = 0$ عند النقطة التى إحداثها السينى = -2

نكون م1

$2a = 2 \times 2b \Rightarrow 2a = 4b \,]\div 2 \Rightarrow a = 2b \;..$ (1)

من معلومة الضعف " نكون ونرتب معادلة 1

نرتب م1

$a^2 = 4b^2 \;...$ (1)

بما أن القطع الناقص يقطع القطع المكافئ عند x = -2 بقي أن نجد إحداثي النقطة y (-2 , y) . . .

$\Rightarrow y^2 + 8(-2) = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm 4$

نقطتا التقاطع هما $(-2, 4)$, $(-2, -4)$

نعوض احداهما في معادلة القطع لتكوين م2

$\Rightarrow \frac{(-2)^2}{a^2} + \frac{(4)^2}{b^2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{a^2} + \frac{16}{b^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{4}{a^2} = 1 - \frac{16}{b^2} \Rightarrow \frac{4}{a^2} = \frac{b^2 - 16}{b^2}$

$\frac{a^2}{4} = \frac{b^2}{b^2 - 16} \Rightarrow a^2 = \frac{4b^2}{b^2 - 16} \;...$ (2)

نساوي م1 في م2 لإيجاد b^2

من معادلة القطع المكافئ عرفنا ان البؤرة تقع على محور السينات وعلى ضوء ذلك عوضنا النقطة $(-2, 4)$ في المعادلة القياسية للقطع الناقص لتكوين معادلة 2

$4b^2 = \frac{4b^2}{b^2 - 16} \Rightarrow b^2 - 16 = 1 \Rightarrow b^2 = 17$

نعوض م1 لإيجاد a^2 $\quad b^2 = 17$

$a^2 = 4 \times 17 = 68$

$\frac{x^2}{68} + \frac{y^2}{17} = 1$ معادلة القطع الناقص

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F
إعداد الأستاذ ... بياجي

السؤال 8

جد معادلة القطع الناقص الذي معادلته $h\,x^2 + k\,y^2 = 36$ ومركزه نقطة الأصل ومجموع مربعي طولي محوريه = 60 وأحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 4\sqrt{3}\,x$ جد قيم $h\,,\,k$

نرتب معادلة القطع الزائد بجعل الطرف الايمن والمعامل 1 " تعلمنا ذلك سابقا"

$$h\,x^2 + k\,y^2 = 36 \quad \div 36$$

$$\frac{x^2}{\frac{36}{h}} + \frac{y^2}{\frac{36}{k}} = 1$$

نكون معادلة 1 من هذه العلاقة

★ ومجموع مربعي طولي محوريه = 60

$$(2a)^2 + (2b)^2 = 60$$

$$4\,a^2 + 4\,b^2 = 60 \quad \div 4 \Rightarrow a^2 + b^2 = 15$$

$$a^2 = 15 - b^2 \;..\; \boxed{1}$$

★ من معادلة القطع المكافئ نجد البؤرة وهي للناقص ايضا "معطى" $y^2 = 4\sqrt{3}\,x$

$$y^2 = 4\,p\,x \Rightarrow 4\,p = 4\sqrt{3} \Rightarrow p = \sqrt{3}$$

$$c = \sqrt{3} \Rightarrow c^2 = 3$$

من العلاقة الثابتة في القطع الناقص نكون معادلة 2

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 3 \;..\; \boxed{2}$$

★ نعوض م1 في م2 لإيجاد قيمة b^2

$$15 - b^2 = b^2 + 3 \Rightarrow 2\,b^2 = 12 \quad \div 2 \Rightarrow b^2 = 6$$

★ نعوض $b^2 = 6$ في م1 لايجاد قيمة a^2

$$a^2 = 15 - 6 = 9 \Rightarrow a^2 = 9$$

بعدما وجدنا قيم كل من a^2 , b^2 نرجع الى المعادلة لإيجاد قيم h , k

$$\frac{x^2}{\frac{36}{h}} + \frac{y^2}{\frac{36}{k}} = 1$$

$$a^2 = \frac{36}{h} \Rightarrow 9 = \frac{36}{h} \Rightarrow h = \frac{36}{9} = 4 \Rightarrow h = 4$$

$$b^2 = \frac{36}{k} \Rightarrow 6 = \frac{36}{k} \Rightarrow k = \frac{36}{6} = 6 \Rightarrow k = 6$$

إعداد الأستاذ : ... الميالي

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

عطاءً بلا حدود

A .M. Z

أعداد الاستاذ
المياحي

السؤال 9

جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $x^2 = 24y$ ومجموع طولي محوريه = 36 unit

من معادلة القطع المكافئ نجد البؤرة "محور الصادات"

$x^2 = 24y$

$x^2 = 4py$ ⟹ $4p = 24$ ⟹ $p = 6$

$c = 6$ ⟹ $c^2 = 36$

بالمقارنة مع المعادلة القياسية للقطع المكافئ نجد البؤرة = بؤرة القطع الناقص "معطى"

مجموع طولي محوريه = 36 unit

$2a + 2b = 36$ ÷ 2 ⟹ $a + b = 18$

$a = 18 - b$ ⟹ $a^2 = (18 - b)^2$ . . 1

نرتب م1 بتربيع الطرفين نحتاجها لاحقا

من العلاقة الثابتة في القطع الناقص نكون م2

$a^2 = b^2 + c^2$

$a^2 = b^2 + 36$ . . 2

نعوض م1 في م2 لإيجاد قيمة b^2 "نساوي المعادلتين"

نحل الطرف الأيسر كمربع كامل ثم نرتب الطرفين مع مراعاة إشارة الحد المنقول . . .

$(18 - b)^2 = b^2 + 36$

$324 - 36b + b^2 = b^2 + 36$

$36b = 288$ ÷ 36 ⟹ $b = 8$ ⟹ $b^2 = 64$

نعوض في م1 لإيجاد a^2

$a^2 = (18 - 8)^2 = (10)^2 = 100$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$$

معادلة القطع الناقص

البؤرة صادات من معادلة القطع المكافئ $x^2 = 24y$

@A_M_Z_F

2014 د1

السؤال 10

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه $F1\ (-4\ ,0\ )$, $F2\ (4\ ,\ 0)$ والنقطة Q تنتمي للقطع الناقص بحيث ان محيط المثلث $Q\ F1\ F2 = 24$ unit

البؤرة معلومة من معطيات السؤال $F1\ (-4\ ,0\ )$, $F2\ (4,\ 0\ )$

$c = 4 \Rightarrow c^2 = 16$

من محيط المثلث $Q\ F1\ F2 = 24$

$Q\ F1 + Q\ F2 + F1F2 = 24$

$F1F2 = 2c = 2 \times 4 = 8$

$Q\ F1 + Q\ F1 = 2a$

المسافة بين البؤرتين = 2c = 8 " منها نجد $c^2 = 16$

المسافة بين النقطة والبؤرتين = 2 a نجدها بعدما وجدنا

$2a + 2c = 24$ من العلاقة c= 4

$2a + 2c = 24 \Rightarrow 2a + 8 = 24 \Rightarrow 2a = 16 \Rightarrow a = 8$

$a^2 = 64$, $c^2 = 16$

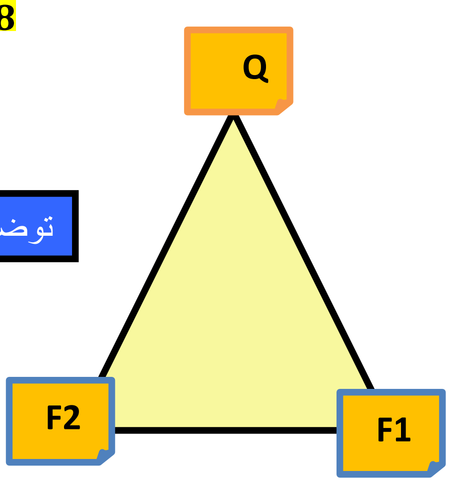
نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة الثابتة للقطع الناقص لإيجاد b^2

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$64 = b^2 + 16 \Rightarrow b^2 = 48$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{48} = 1$$

معادلة القطع الناقص



توضيح

محيط المثلث = مجموع اضلاعه الثلاث . . . QF1 + QF2 = 2a

F1 F2 = 2c ، ، ، المحيط والبؤرة معطى " نطبق قانون المحيط لنجد " قيمة a . . . من العلاقة الثابتة نجد b . . . نذكر المعادلة والبؤرة سينات من معلومة البؤرتين في السؤال

@A_M_Z_F

مثال

عين البؤرتين والراسين والقطبين وطول كل من المحورين الحقيقي والمرافق للقطع التالي

$$\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$$

من العلاقة الثابتة $a^2 = 64 \quad , \quad b^2 = 36 \quad c^2 = ?$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$c^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow c = 10$

$F1\,(10\ ,\ 0)\ ,\ F2\ (-10\ ,0) \Rightarrow V1\,(8\ ,\ 0)\ ,\ V2\ (-8\ ,0)$

$P1\,(0\ ,\ 6)\ ,\ P2\ (0\ ,-6)$

طول المحور المرافق $2b = 12\ unit$ ⇐ طول المحور الحقيقي $2a = 16\ unit$

المسافة بين البؤرتين $2c = 20\ unit$

مثال

جد معادلة القطع الزائد طول محوره الحقيقي 6 unit والاختلاف المركزي 2 والبؤرتان على محور السينات

$2\,a = 6 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{c}{3} \Rightarrow c = 6 \Rightarrow c^2 = 36$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$36 = 9 + b^2 \Rightarrow b^2 = 27$

معادلة القطع الناقص $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{27} = 1$

طول المحور الحقيقي 2a للزائد
منها نجد $a^2 = 9$ الاختلاف
المركزي $e = \frac{c}{a}$ منه نجد
$c^2 = 36$ . . . نعوض في العلاقة
الثابتة للقطع لايجاد $b^2 = 27$

أعداد الأستاذ ياسر الخفاجي

حلول تمارين S 2 -3

السؤال 1

عين كل من البؤرتين والرأسين ثم جد طول كل من المحورين والاختلاف المركزي للقطوع الزائدة الآتية :

$$12x^2 - 4y^2 = 48$$

$$12x^2 - 4y^2 = 48 \Big] \div 48$$

نقسم طرفي المعادلة على العدد 48 لجعل الطرف الأيمن = 1 + نقسم بسط ومقام كل حد على معامل المتغير من الدرجة الثانية لجعل معامله 1 أيضا مقارنة مع المعادلة

$$\frac{x^2}{\frac{48}{12}} - \frac{y^2}{\frac{48}{4}} = 1$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$$

$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2a = 4$ وحدة طول المحور الحقيقي

$b^2 = 12 \Rightarrow b = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow 2b = 4\sqrt{3}$ طول المحور المرافق

من العلاقة الثابتة في القطع الزائد نجد البؤرة

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$c^2 = 4 + 12 = 16 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$

البؤرتان: $F1\ (4\ ,\ 0)\ ,\ F2\ (-4\ ,\ 0)$

الرأسان: $V1\ (2\ ,\ 0)\ ,\ V2\ (-2\ ,\ 0)$

الاختلاف المركزي: $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{2} = 2$

$$16x^2 - 9y^2 = 144$$

$$16x^2 - 9y^2 = 144 \Big] \div 144$$

نقسم طرفي المعادلة على العدد 144 لجعل الطرف الأيمن = 1 + نقسم بسط ومقام كل حد على معامل المتغير من الدرجة الثانية لجعل معامله 1 أيضا مقارنة مع المعادلة

$$\frac{x^2}{\frac{144}{16}} - \frac{y^2}{\frac{144}{9}} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

@A_M_Z_F

وحدة طول المحور الحقيقي

وحدة طول المحور المرافق

$$a^2 = 9 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow 2a = 6$$
$$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow 2b = 8$$

من العلاقة الثابتة في القطع الزائد نجد البؤرة

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 9 + 16 = 25 \Rightarrow c^2 = 25 \Rightarrow c = 5$$

البؤرتان $F1\ (5\ ,\ 0)\ ,\ F\ 2\ (-5\ ,\ 0)$

الرأسان $V1\ (3\ ,\ 0)\ ,\ V\ 2\ (-3\ ,\ 0)$

الاختلاف $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{3}$

اسئلة الانسحاب للتطبيق فقط

2011الدور الثاني

2015 الدور الثالث

$$2\ (y+1)^2 - 4\ (x-1)^2 = 8$$

$$2\ (y+1)^2 - 4\ (x-1)^2 = 8 \;\div\; 8$$

$$\frac{(y+1)^2}{\frac{8}{2}} - \frac{(x-1)^2}{\frac{8}{4}} = 1$$

$$\frac{(y+1)^2}{4} - \frac{(x-1)^2}{2} = 1$$

نقسم طرفي المعادلة على العدد 8

لجعل الطرف الأيمن = 1 + نقسم بسط ومقام كل حد على معامل المتغير من الدرجة الثانية لجعل معامله 1 أيضا مقارنة مع المعادلة

V (1 , -1)

وحدة طول المحور الحقيقي

طول المحور المرافق

$$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow 2a = 4$$
$$b^2 = 2 \Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow 2b = 2\sqrt{2}$$

المركز c (1 , -1)

من العلاقة الثابتة في القطع الزائد نجد البؤرة

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 4 + 2 = 6 \Rightarrow c^2 = 6 \Rightarrow c = \sqrt{6}$$

البؤرتان

$$F1\ (h\ ,\ c + k) = (1\ ,\ \sqrt{6} - 1)$$

$$F2\ (h\ ,- c + k) = (1\ ,- \sqrt{6} - 1)$$

الرأسان

$$V1\ (h\ ,\ a + k) = (1\ ,2 - 1) = (1\ ,1)$$

أعداد الأستاذ ... باسم المالكي

@A_M_Z_F

$V2\ (h\ ,-a+\ k) = (1\ ,-2\ -\ 1) = (1\ ,-3)$

$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ الاختلاف المركزي

$16x^2 + 160x - 9y^2 + 18y = 185$

$16x^2 + 160x + 400 - (9y^2 - 18y + 9) = 185 + 400 - 9$

$(4x + 20)^2 - (3y - 3)^2 = 576$

$16(x+5)^2 - 9(y-1)^2 = 576 \quad \div 576$

$\frac{(x+5)^2}{\frac{576}{16}} - \frac{(y-1)^2}{\frac{576}{9}} = 1$

$\frac{(x+5)^2}{36} - \frac{(y-1)^2}{64} = 1$

توضيح

نكمل المربع الكامل للحدود التي تحوي المتغير من الدرجة الثانية وذلك باضافة العددين 9 ,- 400 للطرفيين كما تناولنا ذلك سابقا + نقارن المعادلة المعطاة مع المعادلة القياسية لنعين المركز c (h , k) + ثم نعين قيم b^2 , a^2

$c\ (h\ ,\ k) = (-5\ ,\ 1)$

$a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow 2a = 12$ وحدة طول المحور الحقيقي

$b^2 = 64 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow 2b = 16$ طول المحور المرافق

$c^2 = a^2 + b^2$

من العلاقة الثابتة في القطع الزائد نجد البؤرة

$c^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow c^2 = 100 \Rightarrow c = 10$

البؤرتان

$F1\ (c + h\ ,k) = (10 - 5\ ,\ 1) = (5\ ,\ 1)$

$F2\ (-c + h, k) = (-10 - 5\ ,\ 1) = (-15\ ,1)$

الرأسان

$V1\ (a + h\ ,k) = (6 - 5\ ,1) = (1\ ,1)$

$V2\ (-a + h\ ,k) = (-6 - 5\ ,1) = (-11\ ,1)$

$e = \frac{c}{a} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$ الاختلاف المركزي

Easy way

طريقة سريعة .. نعين الرأس V (-5 , 1) ونضيفه للبؤرتين والرأسين مباشرة كما يلي $(-5\ ,1)$

$f1\ (10\ ,0)\ ,\ f2\ (-10\ ,\ 0)$ بعد الانسحاب $f1\ (5\ ,\ 1),\ f2\ (-15\ ,\ 1)$

$v1\ (6\ ,0)\ ,\ v2\ (-6\ ,0)$ $v1\ (1\ ,\ 1)\ ,\ v2\ (-11\ ,1)$

@A_M_Z_F

السؤال 2

اكتب معادلة القطع الزائد في الحالات التالية ثم ارسم القطع :

البؤرتان هما النقطتان ($(\pm 5 \ ,0)$ ويتقاطع مع محور السينات عند $x = \pm 3$ ومركزه نقطة الأصل.

$c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

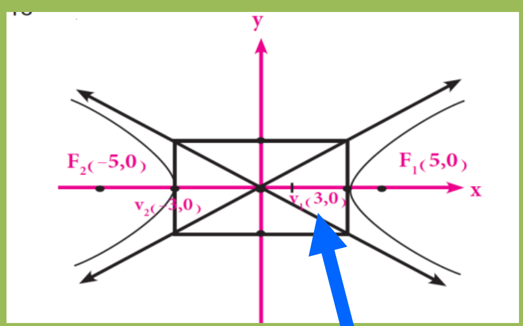
$a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

$c^2 = a^2 + b^2$

$25 = 9 + b^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow b^2 = 16$

$F1(5\ ,0\ )\ ,\ F2(-5\ ,0\ )$

$V1(3\ ,0\ )\ ,\ V2(-3\ ,0\ )$



a = 3

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$ معادلة القطع الزائد

البؤرتان على محور السينات .. x= 3 " يعني ان "a=3

لان البؤرة والراس على موقع واحد " معلومة سابقة"

ملاحظة .. اذا اختلف موقع البؤرة والمعلومة الثانية فهي قيمة b
. . . اما اذا تشابها فانها قيمة a" البؤرة والراس على موقع واحد
اما سينات معا او صادات معا " دقق ذلك في الرسم

@A_M_Z_F

طول محوره الحقيقي 12 وحدة وطول محوره المرافق 10 وحدات ينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين ومركزه نقطة الأصل .

$2a = 12 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow a^2 = 36$

$2b = 10 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow b^2 = 25$

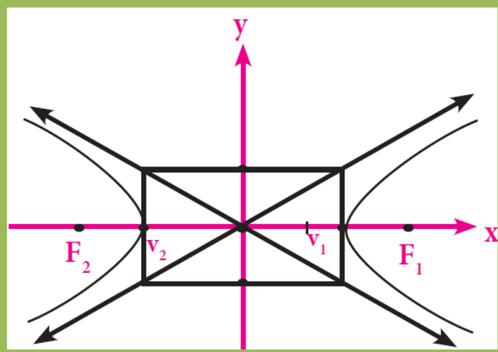
من الحقيقي نجد a ومن المرافق نجد b ومن العلاقة الثابتة نجد c ، ، ، لعدم ذكر الموقع ناخذ احتماليين

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 36 + 25 = 61 \Rightarrow c^2 = 61 \Rightarrow c = \sqrt{61}$

$F1(\sqrt{61}, 0)$, $F2(-\sqrt{61}, 0)$ البؤرتان

$V1(6, 0)$, $V2(-6, 0)$ الراسان



$\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ البؤرة سينات

$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{25} = 1$ البؤرة صادات

في القطع الزائد تتغير اعلى قيمة x^2 حسب موقع البؤرة لاحض المعادلتين اما في الناقص ادنى قيمة a^2

@A_M_Z_F

مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه على محور الصادات وطول محوره المرافق = $2\sqrt{2}$ unit

واختلافه المركزي= 3

$2b = 2\sqrt{2} \;]\; \div 2 \Rightarrow b = \sqrt{2} \Rightarrow b^2 = 2$

$e = \frac{c}{a} \Rightarrow 3 = \frac{c}{a} \Rightarrow c = 3a \Rightarrow c^2 = 9\;a^2 \quad \ldots 1$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = a^2 + 2 \quad \ldots 2$

من معطيات السؤال نجد قيمة $b^2 = 2$

"طول المحور الصغير = $2\sqrt{2}$ ومن الاختلاف المركزي نكون معادلة 1

+ من العلاقة الثابتة نكون معادلة 2

نعوض م1 في م2 لإيجاد a^2

$9\;a^2 = a^2 + 2$

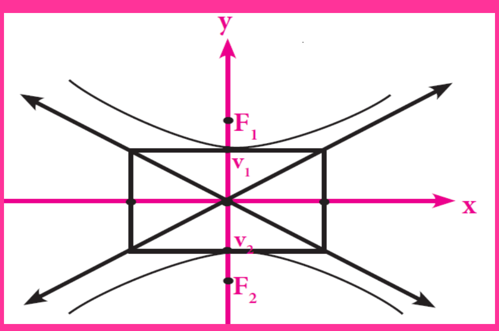
$8\;a^2 = 2 \;]\; \div 2 \Rightarrow 4\;a^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

نعوض في م1 لإيجاد c^2

$\Rightarrow c^2 = 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Rightarrow c^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow c = \frac{3}{2}$

$F1\left(0, \frac{3}{2}\right) \;,\; F2\left(0, -\frac{3}{2}\right)$

$V1\left(0, \frac{1}{2}\right) \;,\; V2\left(0, -\frac{1}{2}\right)$



$\Rightarrow \frac{y^2}{\frac{1}{4}} - \frac{x^2}{2} = 1$ معادلة القطع الزائد

البؤرة صادات معطى . . . تتغير أعلى قيمة

الأستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال3

جد باستخدام التعريف معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وبؤرتاه $(\pm 2\sqrt{2}\ ,0)$ على محور السينات وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين والقيمة المطلقة للفرق بين بعدي اية نقطة عن بؤرتيه = 4 unit

نطبق قانون المسافة بين نقطتين لايجاد المعادلة للقطع حسب العلاقة (مطلق الفرق بين بعدي اية نقطة عن بؤرتيه = 2a)

+نربع الطرفين للتخلص من الجذر التربيعي + نحلل المربع الكامل

$$|PF1 - PF2| = 2a$$

$$PF1 - PF2 = \pm 4$$

$$\sqrt{(X-2\sqrt{2})^2 + Y^2} - \sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2} = 4$$

$$\sqrt{(X-2\sqrt{2})^2 + Y^2} = 4 + \sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2}$$

$$(X-2\sqrt{2})^2 + Y^2 = 16 + 8\sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2} + (X+2\sqrt{2})^2 + Y^2$$

$$X^2 - 4\sqrt{2}x + 8 + Y^2 = 16 + 8\sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2} + X^2 + 4\sqrt{2}x + 8 + Y^2$$

$$-8\sqrt{2}x - 16 = 8\sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2} \quad \div 8$$

$$-\sqrt{2}x - 2 = \sqrt{(X+2\sqrt{2})^2 + Y^2}$$

$$(-\sqrt{2}x - 2)^2 = (X+2\sqrt{2})^2 + Y^2$$

$$2x^2 + 4\sqrt{2}x + 4 = x^2 + 4\sqrt{2}x + 8 + Y^2$$

$$x^2 - Y^2 = 4 \quad \div 4$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1$$

نجعل المتغير من الدرجة الثانية الى الطرف الايسر والثابت الى الطرف الايمن + نقسم طرفي المعادلة على العدد 4 لجعل الطرف الايمن = 1 مقارنة مع المعادلة القياسية

اعداد الاستاذ : باسم الهياجي

@A_M_Z_F

قطع زائد طول محوره الحقيقي = 6 unit واحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي راسه نقطة الاصل ويمر بالنقطتين $(1\ ,2\sqrt{5})$, $(1\ ,-2\sqrt{5})$ جد معادلتي القطع المكافئ الذى راسه نقطة الاصل والقطع الزائد الذى مركزه نقطة الاصل .

نعوض إحدى النقطتين لتكن $(1\ ,2\sqrt{5})$

نعوض احدى النقطتين في معادلة القطع المكافئ لنجد البؤرة ونعتبرها بؤرة القطع الزائد "معطى"

$Y^2 = 4px$ ⟸ $(2\sqrt{5})^2 = 4p \times 1$

$20 = 4p$ ÷ 4 ⟸ $p = 5$ ⟸ $c = 5$

$Y^2 = 4 \times 5\ x$ ⟸ $Y^2 = 20\ x$

من طول المحور الحقيقي نجد a

$2a = 6$ ÷ 3 ⟸ $a = 3$ ⟸ $a^2 = 9$

بعدما وجدنا a^2 , c^2 نعوضهما في العلاقة الثابتة في القطع الزائد لايجاد b^2

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$25 = 9 + b^2$ ⟸ $b^2 = 25 - 9 = 16$ ⟸ $b^2 = 16$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$$

معادلة القطع الزائد

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

السؤال 5

قطع زائد مركزه نقطة الأصل ومعادلة $h\,x^2 - k\,y^2 = 90$ وطول محوره الحقيقي = unit $6\sqrt{2}$ وبؤرتاه تطبقان على بؤرتي القطع الناقص الذي معادلته $9x^2 + 16y^2 = 576$

جد قيمتي كل من h ,k

2012 الدور الثاني

$h\,x^2 + k\,y^2 = 90 \quad \div 90$

نرتب معادلة القطع الزائد بجعل الطرف الايمن والمعادل =1

$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1$$

★ من طول المحور الحقيقي نجد قيمة a

$2a = 6\sqrt{2} \quad \div 2 \quad \Rightarrow \quad a = 3\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad a^2 = 18$

★ من معادلة القطع الناقص نجد بؤرتي القطع وهما بنفس الوقت يمثلان بؤرتي القطع الزائد "معطى"

توضيح

نقسم طرفي المعادلة على العدد 576 لجعل الطرف الايمن = 1 مقارنة مع المعادلة القياسية + نجد البؤرتين للقطع الناقص بعد تعويض قيم a^2 , b^2 في العلاقة الثابتة للقطع الناقص

$9x^2 + 16y^2 = 576 \quad \div 576$

$$\frac{x^2}{\frac{576}{9}} + \frac{y^2}{\frac{576}{16}} = 1$$

$$\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$$

$a^2 = 64 \quad \Rightarrow \quad b^2 = 36$

من هذه العلاقة الثابتة في القطع الناقص نجد بؤرتي القطع

$a^2 = b^2 + c^2$ للقطع الناقص

$\Rightarrow 64 = 36 + c^2 \Rightarrow c^2 = 64 - 36 = 28 \Rightarrow c^2 = 28$

بؤرتي القطع الناقص = بؤرتي القطع الزائد

$2a = 6\sqrt{2} \quad \div 2 \quad \Rightarrow \quad a = 3\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad a^2 = 18$

$c^2 = a^2 + b^2$ للقطع الزائد

$\Rightarrow \qquad \Rightarrow \qquad \Rightarrow \qquad 28 = 18$

★ بعد أن وجدنا a^2 , b^2 نرجع الى معادلة القطع الزائد المعطاة في السؤال لنرتبها ونقارنها مع المعادلة القياسية لكي نحصل علة قيمتي h , k

$\Rightarrow \quad h\,x^2 + k\,y^2 = 90 \quad \div 90$

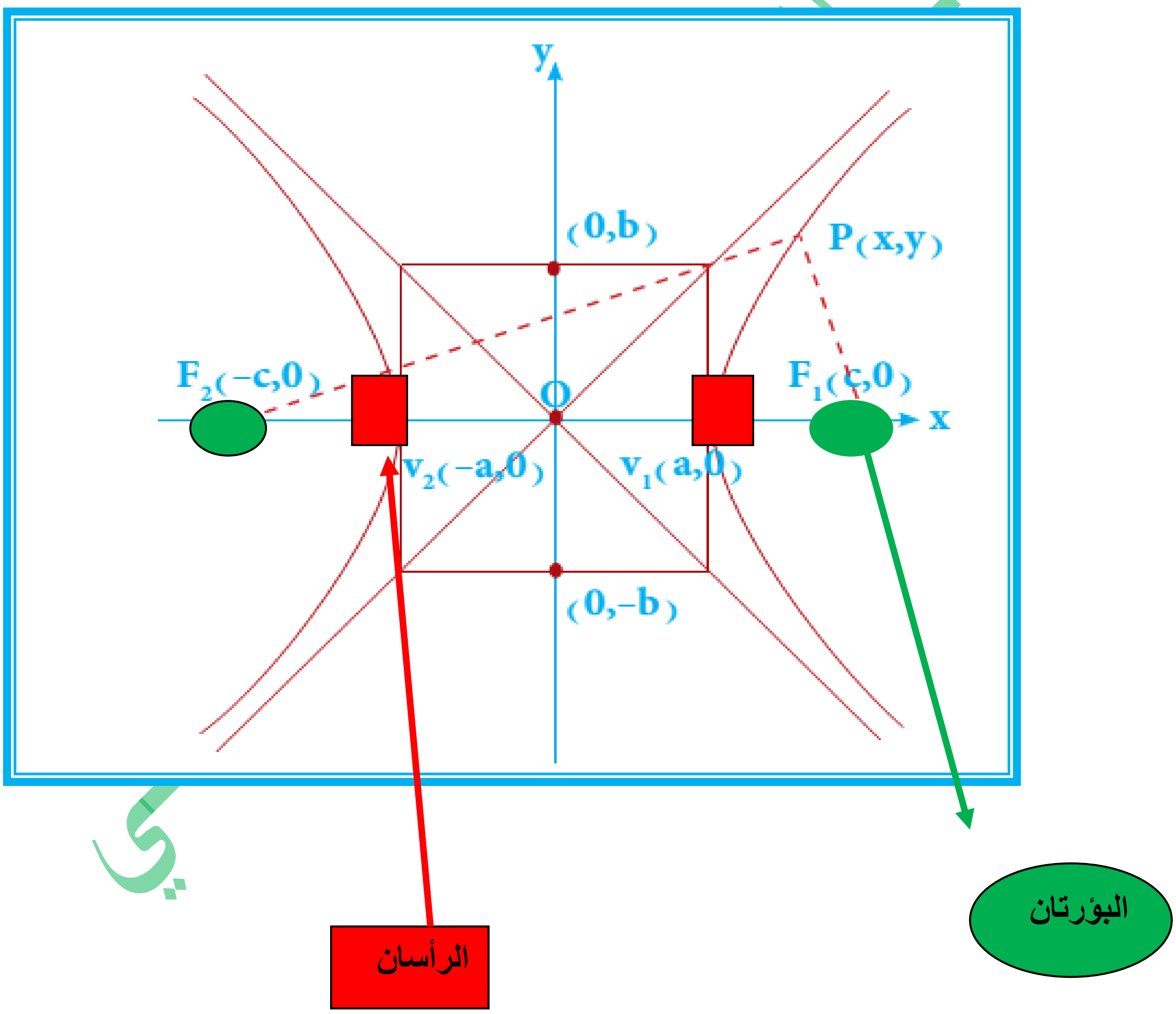
@A_M_Z_F

$$\frac{x^2}{\frac{90}{h}} - \frac{y^2}{\frac{90}{k}} = 1$$

$$a^2 = 18 \Rightarrow \frac{90}{h} = 18 \Rightarrow h = \frac{90}{18} = 5 \Rightarrow h = 5$$

$$b^2 = 10 \Rightarrow \frac{90}{k} = 10 \Rightarrow k = \frac{90}{10} = 9 \Rightarrow k = 9$$

لاحض القطع الزائد البؤرتان هما الابعد اما الراسان هما الاقرب ويقعان على محور واحد اما سينات او صادات معا اما البعد الاخر عكس موقعها



@A_M_Z_F

السؤال 6

اكتب معادلة القطع الذي مركزه نقطة الأصل أذا علمت أن احد رأسيه يبعد عن البؤرتين بالعددين 1 , 9 unit على الترتيب وينطبق محوراه على المحورين الاحداثيين .

$2c = 9 + 1 = 10 \Rightarrow 2c = 10 \Rightarrow c = 5 \Rightarrow c^2 = 25$

$2a = 9 - 1 = 8 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow a^2 = 16$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$25 = 16 + b^2 \Rightarrow b^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow b^2 = 9$

احتمالان هما

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

معادلة القطع بؤرتاه على محور السينات

$$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$$

معادلة القطع بؤرتاه على محور الصادات

توضيح

الكبير في القطع الزائد مجموع العددين = 2c

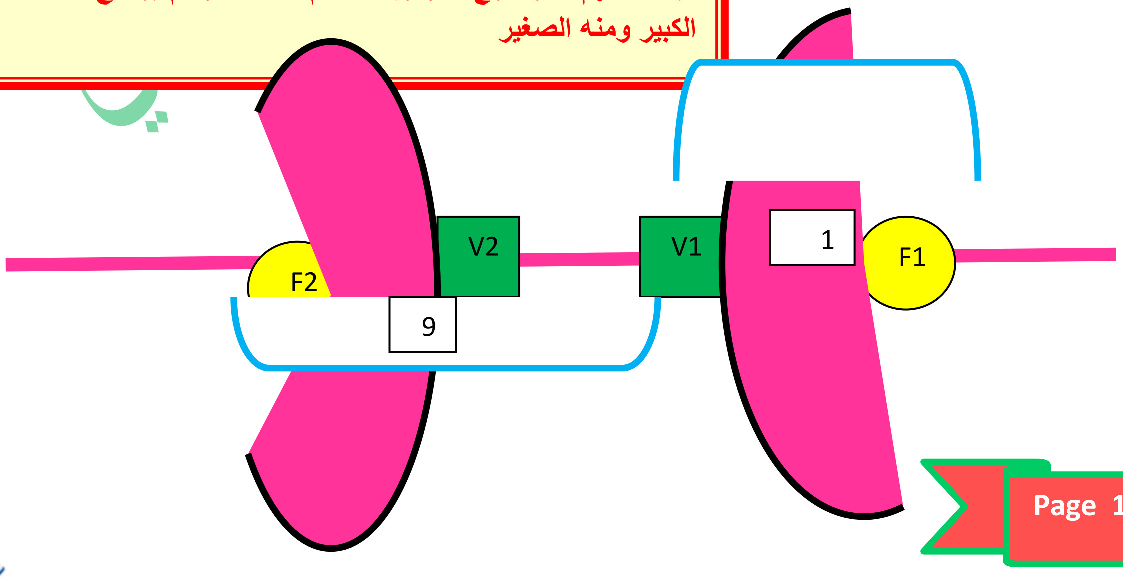
الصغير في القطع الفرق بين العددين = 2a

من العلاقة الثبتة نجد المجهول الثالث b^2

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل معلومات متكاملة ومفصلة تجعلك تفهم الموضوع اكثر وبشكل تام . . . الرسم يوضح لك منه الكبير ومنه الصغير

الشكل للتوضيح فقط لان الرسم احتمالين

لاحظ v1 يبعد عن البؤرتين بالعددين 1, 9



@A_M_Z_F

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الزائد الذي معادلته $x^2 - 3y^2 = 12$

والنسبة بين طولي محوريه = $\frac{5}{3}$ ومركزه نقطة الأصل .

من معادلة القطع الزائد نجد البؤرة للقطع الزائد "من العلاقة الثابتة في القطع"

$$x^2 - 3y^2 = 12 \quad \div 12$$

$$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{\frac{12}{3}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow c^2 = 16 \Rightarrow c = 4$$

$c = 4$ للزائد $\Rightarrow$ $c = 4$ للناقص "معطى"

من المعلومة المعطاة في السؤال النسبة بين طولي محوري القطع الناقص = $\frac{5}{3}$ نكون م1

$$\frac{2a}{2b} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{5}{3} \Rightarrow a = \frac{5b}{3}$$

$$a^2 = \frac{25b^2}{9} \quad . . \quad 1$$

نحصل على م2 من العلاقة الثابتة في القطع الناقص

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = b^2 + 16 \quad . . \quad 2$$

نساوي م1 مع م2 لنجد قيمة b^2

$$\frac{25b^2}{9} = b^2 + 16 \Rightarrow 9b^2 + 144 = 25b^2$$

$$16b^2 = 144 \Rightarrow b^2 = \frac{144}{16} = 9$$

نعوض $b^2 = 9$ في م1 لإيجاد a^2

$$a^2 = \frac{25 \times 9}{9} = 25$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$$

المعادلة القياسية للقطع الناقص

البؤرة سينات من معادلة القطع الزائد

إعداد الأستاذ ... الساعدي
@A_M_Z_F

السؤال 8

النقطة. $p(6\ ,\ L)$ تنتمي الى القطع الزائد الذي مركزه نقطة الاصل ومعادلته $x^2 - 3y^2 = 12$ جد كلا من :

1 - قيمة L

2 - طول نصف القطر البؤري للقطع المرسوم في الجهة اليمنى من النقطة p

النقطة تنتمي للقطع الزائد " معطى " هذا يعني أن النقطة تحقق معادلة القطع

1 نعوض النقطة في معادلة القطع المذكورة لإيجاد قيمة L

$(6)^2 - 3L^2 = 12 \Rightarrow 36 - 3L^2 = 12$

$3L^2 = 24 \quad \div 3 \Rightarrow L^2 = 8 \Rightarrow L = \pm 2\sqrt{2}$

النقطتان هما $(6\ ,\ 2\sqrt{2})$ $(6\ ,\ -2\sqrt{2})$

2

$\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{\frac{12}{3}} = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 12 + 4 = 16$

$F1\ (4\ ,0)\ ,\ F2\ (-4\ ,0)$

طول نصف القطر البؤري

$P1\,F1 = \sqrt{(6-4)^2 + (2\sqrt{2} - 0)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\ unit$

$P2\,F1 = \sqrt{(6-4)^2 + (-2\sqrt{2} - 0)^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}\ unit$

$p1\ (6\ ,\ 2\sqrt{2})\ ,\ f1(4\ ,0)$

$p2\ (6\ ,-2\sqrt{2})\ ,\ f1(4\ ,0)$

توضيح

نعوض النقطة في المعادلة لايجاد قيمة L " النقطة تحقق المعادلة " معطى . . . نرتب معادلة القطع الزائد لنجد البؤرتين باستخدام العلاقة الثابتة . . . نذكر قانون المسافة بين نقطتين ونحن اما خيارين اما المسافة بين البؤرة الاولى والنقطة الاولى او المسافة بين البؤرة الاولى والنقطة الثانية

@A_M_Z_F

2011 الدور الاول + 2014 الدور الثاني+ 2015 الدور الاول

جد معادلة القطع الزائد الذي بؤرتاه هما بؤرتي القطع الناقص $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$

ويمس دليل القطع المكافئ $x^2 + 12y = 0$

★ من المعادلة والعلاقة الثابتة للقطع الناقص نجد البؤرتين وهما بؤرتي القطع الزائد

ايضا " معطى " ، ، البؤرة صادات للقطع الناقص لاحظ المعادلة

$a^2 = 25 \quad , \quad b^2 = 9$

$a^2 = b^2 + c^2$

$25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 16$

★ من معادلة القطع المكافئ نجد a^2 للزائد " الزائد يمس دليل المكافئ"

$x^2 = -12y$

$x^2 = -4p\,y \Rightarrow -4p = -12 \quad \div 4 \Rightarrow p = 3$

$y = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 = 9$

★ بعدما وجدنا كلا من $a^2 = 9$ و $c^2 = 16$ للزائد بقي ان نجد b^2 من العلاقة الثابتة :

$c^2 = a^2 + b^2$

$16 = 9 + b^2 \Rightarrow b^2 = 7$

$\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{7} = 1$ ⇐ معادلة القطع الزائد

توضيح

السؤال شامل لانه شمل جميع القطوع . . . من القطع الناقص والعلاقة الثابتة وجدنا البؤرتين للقطع الزائد " على الصادات من المعادلة المذكورة " . . . المكافئ وجدنا a لان البؤرة صادات ومعادلة المكافئ ايضا " البؤرة والراس على موقع واحد دائما " . . . اذا اختلفا فان المعلومة هي b هكذا أفكار مهمة في الوزاري " الخارجي منها "

إعداد الاستاذ : ياسر المياحي

@A_M_Z_F

كيف تنزل اعمالي

#	نوع الملف	اسم الملف	عدد التحميلات	آخر تحميل
1		السادس الادبي.pdf	1,282	am 04:03 30-06-2016
2		الخامس العلمي 2.pdf	931	pm 08:18 29-06-2016
3		الخامس 1.pdf	681	pm 12:56 29-06-2016
4		ملزمة الثالث المتوسط 2014.pdf	2,232	am 02:31 30-06-2016
5		قوانين الفيزياء + اهم الاساسيات + طريقة التعامل مع المسألة الفيزيا...	13,768	am 02:05 30-06-2016
6		مشروع التفوق والنجاح في السادس العلمي.pdf	4,222	am 09:12 29-06-2016
7		ديموفرو 1.avi	577	am 12:15 30-06-2016
8		الاوميكا2.avi	133	am 12:18 30-06-2016
9		الاوميكا 1.avi	150	am 12:15 30-06-2016
10		الكلمات الانكليزية الاكثر استخداما.pdf	4,986	am 02:04 30-06-2016
11		ملزمة حلول مسائل الفيزياء 2015.pdf	13,933	am 04:11 30-06-2016
12		الفصل الخامس + السادس المعادلا+الهندسة.pdf	7,772	am 02:01 30-06-2016
13		الفصل الرابع التكامل.pdf	11,092	am 12:58 30-06-2016
14		الفصل الثالث المشتقة.pdf	11,193	am 12:12 30-06-2016
15		الفصل الثاني القطوع المخروطية.pdf	10,037	pm 06:05 29-06-2016
16		الفصل الاول الاعداد المركبة.pdf	9,660	am 12:35 30-06-2016
17		المقدمة + الاساسيات للمنهج.pdf	15,649	am 02:53 30-06-2016

التدريس الالكتروني Thu
https://www.facebook.com/bassim.mathamatic/posts/520272411...

قناة التلكرام . . .الشرح على هذه القناة سيكون بشكل مقاطع فيديو متكاملة ومبسطة

تذكير

القطوع المخروطية من المواضيع البسيطة في منهجكم هذا . . . الدرجة 10 على المكافئ أو الناقص واحيانا سؤال مشترك + 10 على القطع الزائد . . . 20 درجة مضمونة لاتوجد صعوبة سوى أن الطالب يحتاج الى دقة بالمفاهيم والاهم معرفة رسم كل قطع ومعرفة الفرق بينهما . . . مراجعة المقدمة + حلول التمارين +الاهم أسئلتي الاثرائية في نهاية الملزمة متكاملة ودقيقة تفوق معلومات المنهج . . . إتقانكم لجميع مفردات المنهج مع الأساسيات السبيل الوحيد لضمان درجة الموضوع

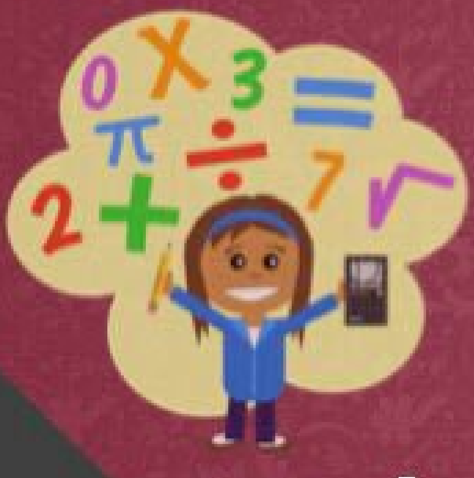
@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي

الأحيائي والتطبيقي

الفصل الثالث : التفاضل



إعداد الأستاذ

باسم المياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس
رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F
@rhlt_altafawK

DES : MOSTAFA KH

@A_M_Z_F

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من سبعة اجزاء

الجزء الرابع (المشتقة)

أعداد الاستاذ باسم المياحي

بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

الإحيائي

التطبيقي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...

تتضمن الملزمة

اساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها + وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية



اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب عملنا لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكونون لي مقاطع فيديو بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس "

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

07811144165

@A_M_Z_F

الفصل الثالث
التفاضل

Brief ing

الفصل الثالث "المشتقة" + الفصل الرابع " التكامل " + الفصل الخامس " المعادلات التفاضلية" . . . مواضيع مترابطة ومتكاملة كلا منها للأخر

Warning

عدم إتقانكم لأي فصل يؤثر على الأخر . . . أتمنى ان تكونوا على معرفة كاملة بأساسيات وقواعد هذه المواضيع بعد اهتمامكم بالتسلسل الموضوعي لهذه الفصول التي تتراوح درجتها في الوزاري 80 - 90 درجة مضمونة

advice

القواعد سوف أوضحها مشتركة للمشتقة والتكامل " الطريقة الوحيدة " لكي يتمكن الطالب من المقارنة بين أي موضوع لانه يحتاج الاثنين معا في موضوع المعادلات التفاضلية " مراجعة شاملة لموضوعي المشتقة والتكامل"

أعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

مشتقة الثابت

هي الدالة التي تحوي عدد ثابت فقط وخالية من المتغير

المشتقة

مشتقتاها = 0

$f(x) = \frac{3}{2}$ ⟵ $\bar{f}(x) = 0$

التكامل

يضرب في x " او المتغيير المذكور "

$\int \frac{3}{2}\, dx = \frac{3}{2}\, x + c$

النجاح هو الانتقال من اخفاق الى اخفاق دون فقدان الحماس

ضرب دالتين

المشتقة

مشتقة الاولى × الثانية + الاولى × مشتقة الثانية

$f(x) = x^4 \times x^{-3}$ ⟵ $\bar{f}(x) = 4x^3 . x^{-3} + x^4 \times -3x^{-4}$

التكامل

نضرب ثم نكامل ان تمكنا من ذلك . . . . ان لم نتمكن نكامل كدالة اسية

$\int (x-4)\,(x+5)\,dx = \int (x^2 + x - 20)\,dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 20x + c$

التكامل الاس يزداد بمقدار واحد . . . . المشتقة يتناقص بمقدار واحد " المشتقة والتكامل عمليتان متعاكستان"

قسمة دالتين

المشتقة

$$\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{[\text{المقام}]^2}$$

@A_M_Z_F

التكامل

... . . . تتخلص من المقام بطرق التحليل السابقة . . . ان لم نتمكن " ننظر الى المقام ان كان يحوي الدالة وفي البسط المشتقة "موجودة او شبه موجودة " " تكامل بطريقة المقام LN . . . اما اذا كانت المشتقة غير موجودة في البسط نرفع المقام الى البسط وباس سالب " نكامله كدالة اسية

مثال

$$f(X) = \frac{10}{x^3} \Rightarrow \overline{f(x)} = \frac{x^3 \times (0) \ - 3x^2 \ \times 10}{x^6}$$

مثال

التحليل فرق بين مكعبين

$$\int \frac{x^3 - 64}{x - 4} dx = \int \frac{(x - 4)\ (x^2 + 4x + 16)}{x - 4} dx$$

$$= \int (x^2 + 4x + 16)\ dx = \frac{x^3}{3} + 4\frac{x^2}{2} + 16x + c$$

نفس الحالة لبقية التمارين التي تحتاج الى تحليل . . . اما طريقة LN نتطرق لها لاحقا

الدالة الاسية

المشتقة

مشتقة الدالة الاسية = الاس $[\text{الدالة}]^{\text{الاس}-1}$ × مشتقة الداخل

مع مراعاة حالة الاس اذا كان عددا موجبا . . . . يتناقص بمقدار واحد

سالبا . . . . يزداد العدد وتقل قيمته العددية . . . . عددا نسبيا " نطرح البسط من المقام / المقام "

الاشتقاق

$$f(X) = \sqrt[5]{(x^2 + 4)^2} = [x^2 + 4]^{\frac{2}{5}}$$

لاحض الاس النسبي . . نطرح البسط من المقام على المقام او نوحد المقامات عند الطرح من الواحد

$$\overline{f(x)} = \frac{2}{5}\ [x^2 + 4]^{\frac{-3}{5}}\ 2X$$

@A_M_Z_F

التكامل

اما مشتقة الداخل موجودة . . . نـهملها ونكامل

شبه موجودة . . . . نضرب بعدد ونقسم على نفس العدد . . . . نـهملها ونكامل

غير موجودة . . . العمل يكون في الداخل اما عامل مشترك "لتقليل الاس " او المربع الكامل للتخلص من الجذر او لتبسيطه . . . ثم نكامل

مثال

مشتقة الداخل موجودة . . . نـهملها ونكامل $\int [x^{10} + 8X]^{\frac{7}{8}} (10x^9 + 8)\, dx$

$$\int [x^{10} + 8X]^{\frac{7}{8}} (10x^9 + 8)\, dx = \frac{[x^{10} + 8X]^{\frac{15}{8}}}{\frac{15}{8}} + c$$

كيفية التعامل مع الاس " بشكل عدد نسبي " . . . . اما نوحد المقامات بعد اجراء ؟ كما ؟ او ؟

عند الشتقاق . . . البسط - المقام / المقام

عند التكامل . . . البسط + المقام / المقام

ممكن للأنسان ان يخفق مرات عديدة . . لكنه لايصبح فاشلا الا حين يبدأ في لوم الاخرين على اخفاقه

دالة الاكسبونشيل

المشتقة . . . . . دالة الاكسبونشيل × مشتقة الاس

$$f(x) = e^{x^2 + 8X} \Rightarrow \bar{f}(x) = e^{x^2 + 8X} (2X + 8)\, dx$$

التكامل . . . . حسب المشتقة "للاس"

موجودة نـهملها . . . . نكامل

$$\int e^{x^2 + 8X} (2x + 8)\, dx = e^{x^2 + 8X} + c$$

شبه موجودة . . . . نضرب في عدد ونقسم على ذلك العدد . . . نـهملها ونكامل

@A_M_Z_F

تكامل دالة الاكسبونشيل . . . " الدالة كما هي"

$$\frac{1}{2}\int e^{x^2+8X}\, 2(x+4)\, dx = \frac{1}{2} e^{x^2+8X} + c.$$

دالة LN

الاشتقاق . . . الدالة في المقام والمشتقة في البسط

$$f(x) = LN\,|x^2+7X| \Rightarrow \bar{f}(x) = \frac{2x+7}{x^2+7X}$$

التكامل

تطبق هذه القاعدة في الدوال الكسرية . . . التي تحوي الدالة في المقام والمشتقة في البسط . . . و

عند التكامل بعد توفر مشتقة الداخل

مشتقة الداخل موجودة

$$\int \frac{3x^2+6x}{x^3+3x^2}\, dx = LN\,|\text{المقام}| = LN\,|x^3+3x^2| + C$$

او شبه موجودة . . . . نضرب بعدد ونقسم على ذلك العدد + نهملها ونكامل

$$\frac{1}{3}\int \frac{3(x^2+2x)}{x^3+3x^2}\, dx = \frac{1}{3} LN\,|x^3+3x^2| + C$$

دالة الثابت مرفوع الى اس a^x

الاشتقاق

$$y = 9^{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 9^{\sqrt{x}}\ ln\,9 \cdot \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{9^{\sqrt{x}} \cdot ln\,9}{2\sqrt{x}}$$

الدالة × الثابت LN × مشتقة الاس

التكامل عكس العملية

التكامل نوعان . . . . غير محدد نظيف قيمة الثابت C في نهاية التكامل

التكامل المحدد . . . نعوض حدود التكامل $[a,b]$ . . . نكامل كما في القواعد السابقة

الية التعويض = تعويض القيمة العليا بدل كل x - تعويض القيمة الدنيا بدل كل x

قناة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

إعداد الأستاذ : باسم المياحي

وله عدة تطبيقات اهما المسافة " قيمة مطلقة" + الحجوم الدورانية + الازاحة والسرعة والتعجيل و ؟ ؟

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

كيف نتعامل مع الاس والجذر في المشتقة والتكامل

عند التحويل من الصيغة الجذرية الى الاسية $\sqrt[\text{الجذر}]{[\text{الدالة}]^{\text{الاس}}}$

$$[\text{الدالة}]^{\frac{\text{الاس}}{\text{دليل الجذر}}} \quad \sqrt[\text{دليل الجذر}]{[\text{الدالة}]^{\text{الاس}}}$$

الاس " بسط و الجذر مقام " . . . عندر رفع الاس او خفضه "نغير إشارته . . .

كيفية التعامل مع الاس " بشكل عدد نسبي " . . . . اما نوحد المقامات بعد اجراء ؟ كما ؟ او ؟

عند الشتقاق . . .

$$\text{الاس الجديد} = \frac{\text{البسط - المقام}}{\text{المقام}}$$

عند التكامل . . .

$$\text{الاس الجديد} = \frac{\text{البسط + المقام}}{\text{المقام}}$$

. كيف نكاملها	. الدلة الجذرية . . تحويلها الى اسية	. كيف نشتقها
. الاس الجديد = البسطالمقام المقام في التكامل نجمع ونقسم	$[\text{الدالة}]^{\text{الاس/دليل الجذر}} = \sqrt[\text{دليل الجذر}]{[\text{الدالة}]^{\text{الاس}}}$	الاس الجديد = البسطالمقام المقام في المشتقة نطرح ونضرب
$\frac{x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}} + \frac{x^{\frac{9}{2}}}{\frac{9}{2}}$	$x^{\frac{4}{3}} + x^{\frac{7}{2}}$ $\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[2]{x^7}$	$\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} + \frac{7}{2}x^{\frac{5}{2}}$
$\frac{x^{\frac{1}{3}}}{\frac{1}{3}} + \frac{x^{\frac{1}{5}}}{\frac{1}{5}}$	$x^{-\frac{2}{3}} + x^{-\frac{4}{5}}$ $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt[5]{x^4}}$	$-\frac{2}{3}x^{\frac{-5}{3}} - \frac{4}{5}x^{\frac{-9}{5}}$
التكامل عملية جمع نحتاج الى توحيد المقامات في الاس النسبي بدلا ذلك القاعدة التالية الاس الجديد = البسط+المقام/المقام	لتعريف أي جذر قبل الاشتقاق + التكامل . نحتاج الى معرفة بخواص الاسس والجذور . . في اساسيات المنهج " المقدمة" العمود الوسط " الدالة الجاهزة " العمود 1 "اليمين" . . . الاشتقاق العمود3"اليسار" . . . التكامل	الاشتقاق نحتاج عند الطرح الى توحيد المقامات في الاس النسبي لكن لسهولة الحل بامكاننا ان نطبق القاعدة الاس الجديد = البسط – المقام /المقام

إعداد الأستاذ

@A_M_Z_F

مشتقة الدوال الدائرية

المشتقة

الدالة.	المشتقة.
. الزاوية sin	. مشتقة الزاوية × الزاوية cos
. الزاوية cos	. مشتقة الزاوية × الزاوية sin −
. الزاوية tan	. مشتقة الزاوية × الزاوية sec^2
. الزاوية cot	. مشتقة الزاوية × الزاوية $-csc^2$
. الزاوية csc	. مشتقة الزاوية × الزاوية cot . الزاوية $-csc$ دالتي sec + csc + سريعة النسيان لدى اغلب الطلاب نرجو التركيز اكثر على الدالتين
. الزاوية sec	. مشتقة الزاوية × الزاوية tan . الزاوية sec

التكامل

Advice

لاحض عزيزي الطالب : هذا الجدول هو للمشتقة "من اليسار الى اليمين " . . . وعكسه للتكامل " عمليتان متعاكستان " . . . الى انه الفرق الرئيسي . . في المشتقة نضرب في

مشتقة الزاوية . . اما في التكامل نقسم على مشتقة الزاوية . . . في التكامل بعض الدوال تحتوي "اس + زاوية " . . نقسم على حاصل ضرب الاس في الزاوية . . .

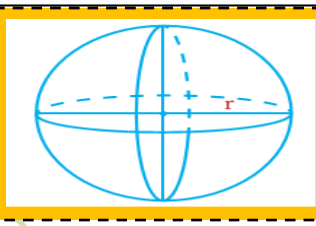
في الجدول اعلاه مشتقة الزاوية $= d\ \theta$ و الزاوية $= \theta$

@A_M_Z_F

قوانين المساحات والحجوم + المحيط "للاشكال الهندسية

حجم الكرة $v = \frac{4}{3} r^3 \pi$

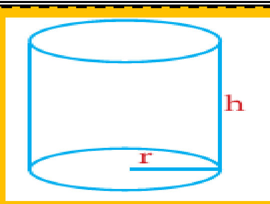
مساحة سطح الكرة A = مساحة 4 دوائر = $4 r^2 \pi$



حجم الاسطوانة $v = r^2 h \pi$

الكلية A = الجانبية A + القاعدتين A

الكلية $A = 2 r \pi h + 2 r^2 \pi$

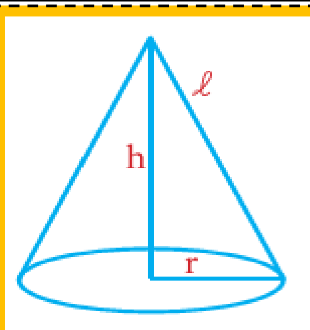


في الاسطوانة المساحة الجانبية = محيط القاعدة "عبارة عن دائرة" × الارتفاع + مساحة القاعدين " اذا كان ذو غطاء كامل " . . . اما اذا كان بدون غطاء فللشكل قاعدة واحدة

حجم المخروط $v = \frac{1}{3} r^2 h \pi$

الكلية $A = r \pi L + r^2 \pi$

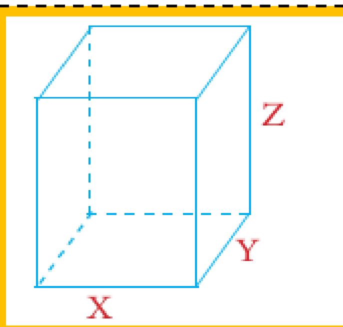
المخروط يمتلك قاعدة واحدة



حجم متوازي المستطيلات $v = x.y.z$

الكلية A = الجانبية A + القاعدتين A

ويعتمد قانون المساحة الكلية على نوع الغطاء + نوع القاعدة مربعة او مستطيلة



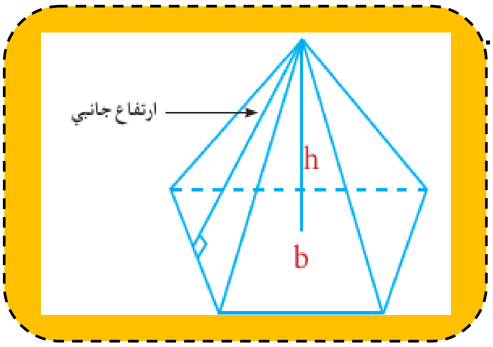
إعداد الأستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

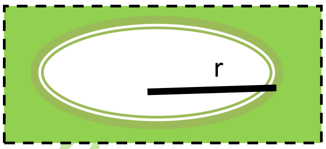
حجم الهرم $v = \frac{1}{3}\, b\ \ h$

الكلية A = الجانبية A + قاعدة A

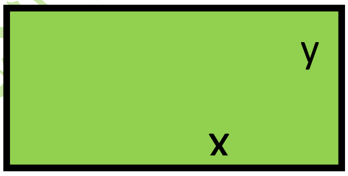
نحتاج قوانين الهرم في الهندسة الفضائية



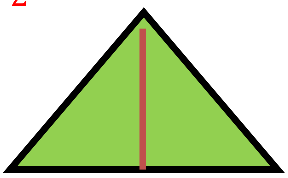
الدائرة المساحة $A = r^2\ \pi$ ، ، ، المحيط $S = 2\, r\ \pi$



المستطيل المساحة $A = x\ \ y$ ، ، ، المحيط $S = (x + y) \times 2$



المثلث المساحة $A = \frac{1}{2}\ b \times\ h$ ، ، ، المحيط S = مجموع اضلاعه الثلاث



الاستاذ . . باسم البياحي

@A_M_Z_F

المسائل الانشائية

لاتوجد قاعدة ثابتة لمسائل المعدلات المرتبطة بالزمن " كل مسألة حسب شكلها والمعطيات الموجودة والمعدل في التغيير المطلوب او المعطى " . . . الاهم الثابت مشتقته صفر او يكون معلوما احيانا . . . منطوق السؤال يحدد طريقة الجواب . . . تابع الحلول مع التوضيحات تضمن درجة هذا الموضوع

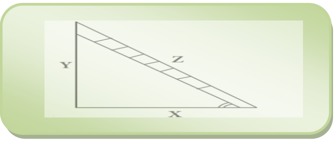
المسائل الانشائية على نوعين

النوع الاول

المعدلات المرتبطة بالزمن . . . الاشتقاق يكون بالنسبة للمتغير t

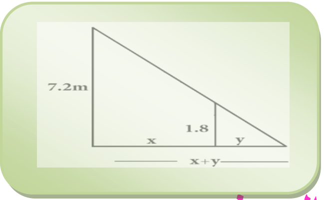
وتكون على عدة احتمالات اهمها

- السلم + الحائط . . . . نظرية فيثاغورس دالة اشتقاق " السلم ثابت اشتقاقه =0



" والدالة tan دالة التعويض "لتقليل المتغيرات

+نعوض المعطيات في دالة الاشتقاق لايجاد المطلوب



- العمود + الرجل . . . تشابه المثلثات نكون المعادلة

الكبير / الصغير = الكبير الاخر / الصغير الاخر . . . ضرب الوسطين = الطرفين + نعوض المعطى لنجد المطلوب

- النقطة $\left(0,\frac{3}{2}\right)$ والقطع المكافئ ⟸ $y = x^2$ . . . . $\frac{dD}{dt} = \frac{2}{3}\frac{dy}{dt}$

نفرض ان النقطة هي (x,y)

. . . قانون المسافة بين نقطتين + نعوض قيمة $x^2 = y$ "لتقليل المتغيرات" ""

+نشتق كدالة اسية + ضرب الطرفين = الوسطين + نربع الطرفين للتخلص من الجذر التربيعي + نصفر ونرتب المعادلة "من الدرجة الثانية " + نجد قيمة y بعدها نرجع الى معادلة القطع المكافئ لايجاد قيمة x

- معادلة الدائرة وان التغير في x = التغير في y بالنسبة للزمن

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$$

إعداد الأستاذ . . . بسام المياحي

@A_M_Z_F

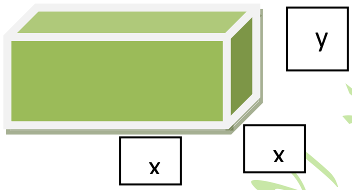
الدالة تحوي متغيران هما x,y وعند الاشتقاق نحصل على اربع متغيرات . . . بما ان

$\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$ . . . هذا يعني ان المتغيران اصبحا واحدا ونتخلص منه كعامل مشترك ويقسم في الطرفين " شرط ان لايساوي صفر"

نكون معادلة 2 من الاشتقاق والمعادلة الرئيسية معادلة 1 + نعوض 1 في 2 لايجاد قيمة xبعدها نرجع الى معادلة 2 لايجاد قيمة y . . . وللتاكد من الحل نعوض في معادلة 1 لاثبات ان الطرفان متساويان

متوازي السطوح المستطيلة قاعدته مربعة "اي ان الطول = العرض " . . . المتغيران اصبحا متغيرا واحدا . . . نذكر قانون الحجم + نشتق حاصل ضرب دالتين + نعوض المعطى لنجد المطلوب . . . كلمة تناقص تعني ان الاشارة سالبة وتزايد موجبة

$v = x^2 . y$



النوع الثاني الاكبر او الاصغر يعتمد على الرسم " الشكل الواحد او تركيب الشكلين غالبا " + وعلى قوانين المساحات والحجوم والمحيط نادرا + لاشتقاق بعد المساواة بالصفر + فكرته معادلتين والتعويض لايجاد المجاهيل

النوع الثاني

يحتوي عبارة اكبر مايمكن او اصغر ، ، ، خطوات العمل

- نرسم تركيب الشكلين " لنحصل على دالة التعويض "معادلة 1" . . . . لتقليل المتغيرات

- دالة الاشتقاق "معادلة 2" نتعرف عليها من عبارة اكبر او اصغر " او هي الشكل الموجود في الداخل غالبا

- نعوض معادلة 1 في معادلة 2 لتقليل المتغيرات

- بعد ان تصبح الدالة تحوي متغيرا واحدا بامكاننا الاشتقاق ومساوات المشتقة بالصفر لايجاد قيمة احد المتغيرين " حسب قواعد المشتقة "

- نعوض قيمة المتغير الذي حصلنا عليه في معادلة 1 "التعويض" لايجاد قيمة المتغير الاخر

الدالة الرئيسية هي الحجم " للشكل الثلاثي " والمساحة للشكل الثنائي " . . . اما دالة المحيط دالة ثانوية نشتقها في حالة كان المطلوب جد اكبر او اصغر محيط

- اغلب الاشكال عند التركيب تكون اما نظرية فيثاغورس او تشابه المثلثات ، ، ، في بعض الاحيان يعطي معادلة منحنى " نعتبرها معادلة 1 " التعويض"

لفهم هذا الموضوع نحتاج الى معرفة كاملة بقوانين المساحات والحجوم للاشكال الهندسية المختلفة والموضحة بالتفصيل

أعداد الأستاذ . باسم المياحي

@A_M_Z_F

شروط تحقق مبرهنة رول

- الدلة مستمرة على الفترة المغلقة
- الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة
- F(a)= f(b) . . . نعوض قيمة a ,b في الدالة يجب ان تتساوى صورهما

بعدها نجد المشتقة ونعوض بدل كل x بالمتغير c نجد قيمتها ونختبر انتمائه للفترة المفتوحة

Important note

في بعض الدوال لايتحقق الشرط الاول " الاستمرارية" أو الشرط الثاني "الاشتقاق " تبعا لمجال الدالة والفترة المعطاة في السؤال

كل عدد يجعل ماتحت الجذر التربيعي " او الدليل الزوجي . . . عدد سالب أن كان ينتمي للفترة المعطاة فأن الدالة غير مستمرة

او مايجعل المقام = 0 بوجود انتماء العدد للفترة المعطاة

هاتين الحالتين ان وجدتا في الشرط الاول او الثاني فاننا نترك بقية الشروط ونتوقف عند الحالة الغير متحققة

الدالة غير مستمرة لان العدد 4 ينتمي للمجال ويجعل المقام =0

$$f(x) = \frac{1}{x-4} \quad , \quad [1,8] \qquad x = 4 \in [1,8]$$

الدالة غير قابلة للاشتقاق " لان المقام = 0 بعد الاشتقاق والعدد من ضمن الفترة

$$f(x) = \sqrt[3]{(x+3)^2} \quad , \quad [-5,5] \qquad x = -3 \in (-5,5)$$

بعد الاشتقاق تصبح الدالة كسرية لان الاس سالبا

$$f(x) = [(x+3)]^{\frac{2}{3}} \Rightarrow \overline{f(x)} = \frac{2}{3}[(x+3)]^{\frac{-1}{3}} \Rightarrow \overline{f(x)} = \frac{2}{3}\,\frac{1}{\sqrt[3]{(x+3)}}$$

أعداد الأستاذ . . . باسم البياجي

@A_M_Z_F

تحقق القيمة المتوسطة

يمتلك نفس الشروط السابقة الا ان الفرق هو بدل ان نساوي المشتقة بالصفر . . . نساويها بميل الوتر (الفرق بين الصورتين / الفرق بين القيمتين)

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$ لايجاد قيمة c

أعداد الأستاذ . . . باسم ميا...

رحلة التفوق في السادس
عطاءٌ بلا حدود
A .M. Z

@A_M_Z_F

خطوات الحل باستخدام القيمة المتوسطة ونتيجتها "من اجل الصورة التقريبية"

- نكون الدلة بدلالة المتغير ""x"

- القيمة العطاة في السؤال b اما قيمة a نحن من يفرضها حسب شكل الدالة ويجب ان تكون قريبة تزيد او تنقص عن قيمة b

- نجد قيمة h " الفرق بين القيمتين

- نعوض "a" في الدلة + المشتقة

- نعوض ماحصلنا عليه في العلاقة التالية لنحصل على القيمة التقريبية

$$f(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(x)$$

حالات خاصة

- في بعض المسائل لاتوجد الدالة . . . مثل " حجم الكرة " بعد الطلاء أو ايجاد r بصورة تقريبية . . . او ايجاد حجم المخروط "اذا علم h = 2.98 علما ان " h = 2r

نذكر قانون الحجم + نعوض المعطيات بالسؤال + نجد المطلوب حسب الشروط السابقة "بعد تكوين الدالة"

- يجب ان نكون على اطلاع تام ومعرفة عالية بخواص الاسس والجذور ( ) لكي نتمكن من تكوين الدالة واشتقاقها وكيفية التعويض بداخلها

اذا كان الاس في المقام . . . . يرفع على البسط مع تغيير اشارته

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9}} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow b = 9 \,, a = 8 \,.$$

- اذا كان تحت الجذر عدد نسبي . . . . نقسم البسط على المقام ونحصل على عدد عشري . . . . نضرب البسط والمقام بعدد يجعل المقام له جذر تربيعي " لنكمل بقية الشروط . . . "حسب درجة الجذر

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{5}{10} \times \frac{10}{10}} = \sqrt{\frac{50}{100}} \Rightarrow f(x) = \sqrt{x} = x^{-\frac{1}{2}} \quad b = \frac{50}{100} \,, a = \frac{49}{100}$$

- عند اشتقاق الدالة الاسية التي اسها جذر بسيط او مركب " عدد نسبي "اس + جذر " . . ..

الاس الجديد . . . . في المشتقة ⇐ الاس الجديد = البسط – المقام / المقام

في التكامل ⇐ الاس الجديد = البسط + المقام / المقام

أعداد الاستاذ . . . باسم المياحي
@A_M_Z_F

ايجاد قيم الثوابت باستخدام المشتقة

معلومات متكاملة . . . راجعها بتركيز عالي + دون هذه الملاحظات + اطلع على حلول الامثلة والتمارين الكتاب والعامة منها اما الوزاري فمن داخل الكتاب . . . كل مسألة لها توضيح انشائي يكفي لإعطائك فكرة متكاملة عن طريقة بشكل مبسط جدا

1 النقاط وطبيعة تكوين المعادلات منها

- كل نقطة بالشكل (x, y) تحقق الدالة فقط "معادلة المنحني حيث ان $f(x) = y$ نكون معادلة؟ " من هذه العلاقة

- اما نقطة النهاية العظمى او الصغرى او الحرجة . . . اذا ذكرت بالشكل (x, y) تكون معادلتين

المعادلة الاولى من تعويض النقطة في الدالة + المعادلة الثانية من مساواة المشتقة الاولى بالصفر " بعد تعويض قيمة x

- اما نقطة الانقلاب التقعر او التحدب . . . . اذا ذكرت بالشكل (x, y) تكون معادلتين

المعادلة الاولى من تعويض النقطة في الدالة + المعادلة الثانية من مساواة المشتقة الثانية بالصفر بعد تعويض قيمة ايضا

- اذا ذكر في السؤال مجرد ان عدد معين يمثل نهاية صغرى او عظمى او حرجة

اذا لم يحدد متغيره فانه y ومن الاختبار نجد x . . . نجد المشقة الاولى ونساويها بالصفر +. نختبر طبيعة النقطة بعدها نختار قيمة x لنحصل على النقطة بالشكل (x, y) لنكمل الحل

اما اذا كان من نقاط المشتقة الثانية "التقعر التحدب الانقلاب " نعمل نفس الخطوات لكن بدلالة المشتقة الثانية

2 الميل + معادلة المماس

الميل له عدة احتمالات ناخذ اهمها

- اذا ذكرت معادلة منحني . . . . هو تعويض قيمة x في المشتقة الاولى

- اذا ذكرت معادلة مستقيم . . . . هو - معامل x/ معامل y " بعد ان تصفر وترتب المعادلة

- العلاقة التي نجد معادلة التماس من خلالها

$$m = \frac{y - y1}{x - x1}$$

أعداد الاستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

3 اسـ

اسئلة وحالات خاصة

اذا ذكرت دالة "تحوي على متغيران هما " a , x " . . . . وفرض ان الدالة لاتمتلك نهاية عظمى او صغرى . . . من الطبيعي لدينا ان نجد المشتقة الاولى ونختبرها "سابقا " . . . لكن في حالة المتغيرين نختبر النهايات حسب المشتقة الثانية وتكون المشتقة الاولى لأيجاد قيمة x ونعوضها في المشتقة الثانية

اذا كان ناتج المشتقة الثانية " موجبا " فللدالة نهاية صغرى "

اما اذا كان . . سالبا فللدالة نهاية عظمى

اذا كانت قيمة a معطاة بين قيمتين وبين ان الدالة مقعرة ومحدبة

نجد المشتقة الثانية للدالة بعدها نختار قيمة a

التحدب . . . نختار مايجعل ناتج المشتقة الثانية سالبا بعد تعويض قيمة a

التقعر . . . . نختار مايجعل ناتج المشتقة الثانية موجبا بعد تعويض قيمة a

4

مهارات حل المعادلات لثلاث متغيرات

الخطوات السابقة هي لتكوين المعادلات . . . . اما المهارات ناخذ معادلتان يحتويان على ثلاث متغيرات . . . بالحذف نكون معادلة 4 تحوي متغيران + نساويها مع المعادلة المتروكة لنجد قيمة احداهما . . . بعدها نعوض في معادلة 4 لايجاد قيمة الثاني + وفي معادلة تحوي الثلاث متغيرات لايجاد الاخير

والخطوة الاهم التأكد من الحل . . . نعوض جميع القيم في المعادلة الشاملة

الطرف اليسر = الايمن

advice

راجع الأساسيات " المعلومات الذهبية " الجزء الاول من الملزمة . . . بعدها يسهل .

عليك التعامل مع المنهج بشكل جيد وامكانية عالية

إعداد الأستاذ : باسم الميالي

@A_M_Z_F

رسم الدوال باستخدام معلومات التفاضل

هذه الملاحظات تكفي لحل جميع مسائل هذا الموضوع . . . الدقة والتركيز للتوضيح الانشائي يختصر لك وقت المراجعة

اوتحت الجذر التربيعي عدد سالب

1 اوسع مجال للدالة هو { مايجعل المقام = 0 } / R

2 التناظر على نوعيه :

الصادات $f(-x) = f(x)$ $\forall X \in R \ \exists -x \in R$

نقطة الاصل $f(-x) = -f(x)$ $\forall X \in R \ \exists -x \in R$

توضيح

في التناظر نعوض $-x$ في الدالة بدل كل x . . . . اذا خرجت الدالة كما هي "التناظر صادي" . . . . الصادي في الاس الزوجي لأنه يجعل الاشارة موجبة دائما

اذا خرجت عكس الدالة "التناظر حول نقطة الاصل . . . الاصل نادر جدا ويكون في الاس الفردي لانه يحافظ على الاشارة

اذا تغيرت الدالة بشكل جزئي " لايوجد تناظر " . . . يكون في حالة وجود الاس الفردي + الثابت + او اختلاف الاس "زوجي + فردي "

3 نقاط التقاطع

مع السينات $y=0$ نعوض في الدالة لنجد قيم x وتكون نقطة واحدة او أكثر " حسب درجة الدالة وطبيعة الجذور "

مع الصادات $x=0$ نعوض في الدالة لنجد قيمة y وتكون نقطة واحدة ان وجدت

4 المحاذيات

الشاقولي قيمة x مايجعل المقام = 0 بدلالة x

الشاقولي لايحتاج جهدا لايجاده مع مراعاة "جمع مربعين لايساوي صفرا"

الأفقي قيمة y مايجعل المقام = 0 بدلالة y

اعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

ويحتاج الى خطوات لايجاده . . . ضرب الطرفين = الوسطين + نستخرج x عامل مشترك

الدالة تكون x = البعيد / القريب . . . ونعين قيمة y

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

نعوض x في الدالة لنجد صورتها y

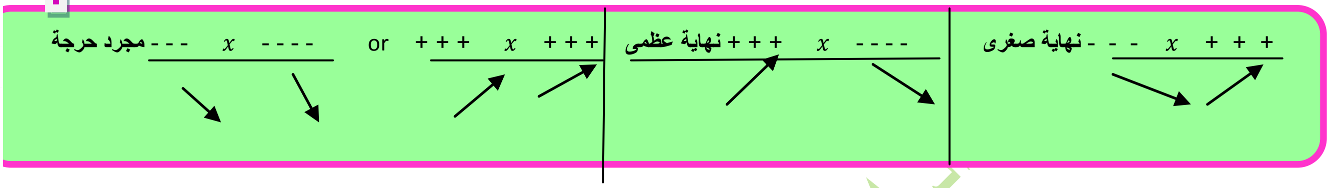
بعد معرفة نوع النقطة الحرجة

نجد المشتقة الاولى للدالة ⟵ نساوي المشتقة بالصفر لايجاد قيم x "نقاط الاختبار"

ناخذ عدد اكبر من x مرة وعدد اصغر من x مرة اخرى ونعوضه في المشتقة الاولى

فاذا كان الناتج موجبا فالدالة متزايدة خلال تلك الفترة اما اذا كان الناتج سالبا فالدالة متناقصة

بعد معرفة مناطق التزايد والتناقص نبين نوع النقاط الحرجة حسب الاشكال التالية :



6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب " ان وجدت "

نجد المشتقة الثانية للدالة ⟵ ونساويها بالصفر لايجاد قيم x "نقاط اختبار المشتقة الثانية"

ناخذ عدد اكبر من x مرة وعدد اصغر من x مرة اخرى فاذا كان ناتج التعويض موجبا فالدالة مقعرة عند تلك الفترة اما اذا كان سالبا فالدالة محدبة وبين كل تقعر وتحدب نقطة انقلاب وبعد معرفة نقاط الانقلاب نعوض x في الدالة لايجاد صورتها y .

7 اذا لم تكن النقاط السابقة كافية لتحديد معالم الرسم ناخذ نقاط إضافية تمثل قيم x ونعوضها في الدالة لايجاد قيم y

x	y	(x ,y)
0		
-1		
-2		
1		
2		

نصيحة

نظرا لكثرت الخطوات في هذا الموضوع وعدد التمارين . . . نراجع في يوم الامتحان السؤال الشامل

اما بقية التمارين بامكاننا مراجعتها ذهنيا لاننا نتعامل مع دالة ومشتقة اولى وثانية

شامل

$10)\ f(x)=\frac{6}{x^2+3}$

$5)\ f(x)=\frac{1}{x}$

خاص

@A_M_Z_F


النجاح قمة لا يرتقي سلمها إلا
أصحاب الهمم العلية لأن همتهم
تقودهم الى المواصلة وإن تعثرت
خطاهم


التفاؤل وقت الفشل ذكاء ، و الثقة في
النفس وقت اليأس قوة . و الإصرار برغم
المعوقات نجاح
sowarr.com

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 3 -1

السؤال 1

جد $\frac{d^2y}{dx^2}$ لكل مما ياتي :

$$Y = \sqrt{2 - X}$$

نعرف الجذر التربيعي

$$Y = (2 - X)^{\frac{1}{2}}$$

نشتق كدالة اسية = الاس × [الدالة^(الاس − 1)] × مشتقة الداخل

$$\frac{dY}{dx} = \frac{1}{2}(2 - X)^{-\frac{1}{2}} \times -1$$

المشتقة الثانية للدالة

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{1}{4}(2 - X)^{-\frac{3}{2}} \times -1$$

نرتب الدالة بعد الاشتقاق " الاس السالب

في البسط يصبح موجبا عند نقله الى المقام

مع الاخذ بنظر الاعتبار عند ترتيب اس الدالة البسط اس

والمقام دليل الجذر

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = -\frac{1}{4}\frac{1}{\sqrt{(2 - X)^3}}$$

$$Y = \frac{2 - X}{2 + X}$$

(المقام × مشتقة البسط − مشتقة المقام × البسط) / المقام^2

نشتق كدالة كسرية

$$\frac{dY}{dx} = \frac{(2 + X) \times -1 - 1 \times (2 - X)}{(2 + X)^2}$$

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-2 - X - 2 + X)}{(2 + X)^2}$$

نرتب المشتقة1

$$\frac{dY}{dx} = \frac{-4}{(2 + X)^2}$$

نجد المشتقة الثانية للدالة

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{(2 + X)^2 \times 0 - 2 \times (2 + X) \times (-4)}{(2 + X)^4}$$

نرتب المشتقة 2

$$\frac{d^2Y}{dx^2} = \frac{8}{(2 + X)^3}$$

@A_M_Z_F

السؤال 2

اذا علمت أن $f(x) = 4\sqrt{6 - 2x}$ جد $f'''(1)$

نعرف الجذر التربيعي

$$f = 4\,[6 - 2x]^{\frac{1}{2}}$$

نجد المشتقة الاولى للدالة

$$f'(x) = 4 \times \frac{1}{2}\,[6 - 2x]^{-\frac{1}{2}} \times -2$$

$$f'(x) = -4\,[6 - 2x]^{-\frac{1}{2}}$$

المشتقة الثانية للدالة

$$f''(x) = -4 \times -\frac{1}{2}\,[6 - 2x]^{-\frac{3}{2}} \times -2$$

$$f''(x) = -4\,[6 - 2x]^{-\frac{3}{2}}$$

المشتقة الثالثة للدالة

$$f'''(x) = -4 \times -\frac{3}{2}\,[6 - 2x]^{-\frac{5}{2}} \times -2$$

$$f'''(x) = -12\,[6 - 2x]^{-\frac{5}{2}}$$

اخيرا نعوض $x = 1$ في المشتقة الثالثة للدالة

$$f'''(1) = -12\,[6 - 2(1)]^{-\frac{5}{2}}$$

$$= -12\,[4]^{-\frac{5}{2}} = \frac{-12}{\sqrt{(4)^5}}$$

$$= \frac{-12}{32} = \frac{-3}{8}$$

اذا علمت أن $f(x) = \sin \pi x$ جد $f'''(1)$

$$f(x) = \sin \pi x$$

نجد المشتقة الاولى للدالة

$$f'(x) = \pi \cos \pi x$$

نجد المشتقةالثانية للدالة

$$f''(x) = -\pi^2 \sin \pi x$$

نجد المشتقةالثالثة للدالة

$$f'''(x) = -\pi^3 \cos \pi x$$

اخيرا نعوض $x= 1$ في المشتقة الثالثة للدالة

$$f'''(1) = -\pi^3 \cos \pi$$

$$f'''(1) = -\pi^3\,(-1) = \pi^3$$

أعداد الاستاذ ... عامر العبايجي

@A_M_Z_F

السؤال 3

اذا كانت $y = \tan x$ فبرهن أن : $\frac{d^2Y}{dx^2} = 2y(1 + y^2)$

$y = \tan x$

$\frac{dY}{dx} = \sec^2 x$ المشتقة الاولى للدالة

$\frac{d^2Y}{dx^2} = 2 \sec x \,.\, \sec x . \tan x$ المشتقة الثانية للدالة

$\frac{d^2Y}{dx^2} = 2 \sec^2 x . \tan x$

$\frac{d^2Y}{dx^2} = 2 \tan x . \sec^2 x$

من الدالة $y = \tan x$

$\frac{d^2Y}{dx^2} = 2 \tan x . [1 + \tan^2 x]$

$\frac{d^2Y}{dx^2} = 2\, y . [1 + y^2]$ وهو المطلوب

السؤال 4

اذا كانت $y = x \sin x$ فبرهن أن : $y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$

$y = x \sin x$

$\bar{y} = 1 \sin x + x \cos x$ نشتق الدالة حاصل ضرب دالتين

$\bar{\bar{y}} = \cos x + 1 \cos x - x \sin x$ نجد المشتقة الثانية للدالة

$\bar{\bar{y}} = 2\cos x - x \sin x$

"معطى" $Y = x \sin x$

$\bar{\bar{\bar{y}}} = -2 \sin x - 1 \sin x - x \cos x$ المشتقة الثالثة

$\bar{\bar{\bar{y}}} = -3 \sin x - x \cos x$ ⇨ $\bar{\bar{\bar{\bar{y}}}} = -3 \cos x - \cos x + x \sin x$

المشتقة الرابعة

$\bar{\bar{\bar{\bar{y}}}} = -4 \cos x + y$ ⇨ $\bar{\bar{\bar{\bar{y}}}} - y + 4 \cos x = 0$

@A_M_Z_F

$$y^{(4)} - y + 4\cos x = 0$$

رحلة التفوق في السادس

إعداد الأستاذ . . . باسم المراجي

رحلة التفوق في السادس
عطاءٌ بلا حدود
@A_M_Z_F
@rhlt_altafawk

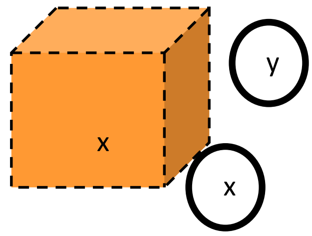
@A_M_Z_F

مثال 1

خزان مملوء بالماء على شكل متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة طولها 2m يتسرب منه الماء بمعدل $0.4m^3/h$ جد معدل تغير انخفاض الماء في الخزان عند أي زمن t.

2011 الدور الأول

2013 الدور الثاني



$$V = X \,.\, X \,.\, Y = x^2 \, Y$$

$$V = 2^2 \, y \;\Rightarrow\; V = 4Y \;\Rightarrow\; \frac{dv}{dt} = 4 \times \frac{dy}{dt}$$

$$-0.4 = 4 \times \frac{dy}{dt} \;\Rightarrow\; \frac{dy}{dt} = \frac{-0.4}{4} = -0.1 \;\; \frac{m}{h}$$

قانون الحجم " القاعدة مربعة الطول = العرض " . . . نشتق
قانون الحجم + نعوض المعطيات لنجد التغيير في انخفاظ الماء

القاعد معلومة =2 تعتبر قيمة ثابتة كما معطاة في السؤال

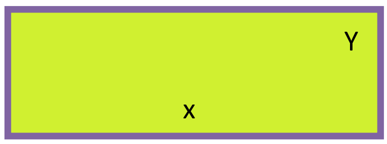
2016 د1 + 2014 د3

2011الدور الثانى

مثال 2

مثال -2-

صفيحة مستطيلة من المعدن مساحتها تساوي $96cm^2$. يتمدد طولها بمعدل $2cm/s$ بحيث تبقى مساحتها ثابتة، جد معدل النقصان في عرضها وذلك عندما يكون عرضها 8cm.



$$A = X\,Y \;\Rightarrow\; 96 = X \times 8 \;\Rightarrow\; X = \frac{96}{8} = 12 \;\; cm$$

الاشتقاق "حاصل ضرب دالتين "

$$0 = \frac{dx}{dt} \,.\, y + x \, \frac{dy}{dt} \;\Rightarrow\; 2 \times 8 + 12 \times \frac{dy}{dt} = 0$$

$$16 + 12 \times \frac{dy}{dt} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{dy}{dt} = -\frac{16}{12} = -\frac{4}{3} \;\; \frac{cm}{sec}$$

نذكر قانون المساحة . . . نجد الطول "العرض معلوم" . . . . نشتق
المساحة . . المساحة لاتتغير " اشتقاقها صفر
نعوض المعطيات لايجاد التغير في العرض

@A_M_Z_F

مثال 3

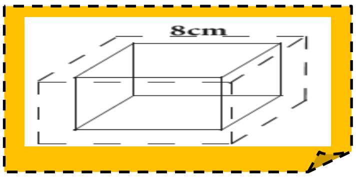
مكعب صلد طول حرفه 8cm مغطى بطبقة من الجليد بحيث شكله يبقى مكعباً، فإذا بدأ الجليد بالذوبان بمعدل $6cm^3/s$ فجد معدل النقصان بسمك الجليد في اللحظة التي يكون فيها هذا السمك 1cm .

الحجم الكبير = الحجم قبل + الحجم بعد الجليد

الكبير يضاف له `2x ، الاصلي ثابتة ، حجم الجليد معطى "معدل الذوبان" . . نشتق الطرفيين + نعوض المعطيات لايجاد معدل النقصان " يكون سالبا " كل تناقص سالب "

عند الاضافة والنقصان لاي شكل رباعي يضاف او ينقص بمقدار الضعف " التاثر من بعدين دائما "

يضاف له 2x لان كل بعد يتاثر باضافة من الجانبين " كل جانب بمقدار x"



$V_{\text{الحجم بعد الجليد}} = V_{\text{الجليد}} + V_{\text{قبل}} \Rightarrow ((8+2x))^3 = (8)^3 + v$

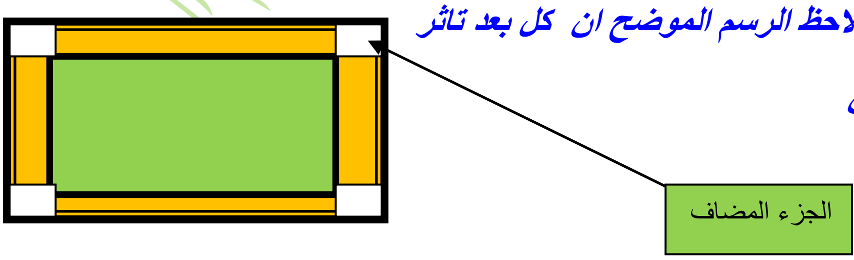
$3\,((8+2x))^2 \; 2x \dfrac{dx}{dt} = 0 + \dfrac{dv}{dt}$

$3\,((8+2(1)))^2 \; 2(1) \dfrac{dx}{dt} = -6 \Rightarrow 3 \times 100 \times 2 \dfrac{dx}{dt} = -6$

$\dfrac{dx}{dt} = \dfrac{-6}{600} = -0.01 \; \dfrac{cm}{s}$

Important note

اصبح الحجم بعد الجليد $((8+2x))^3$ لان كل ضلع اضيف له 2x أي بمعدل x من كل اتجاه لاحظ الرسم الموضح ان كل بعد تاثر بجانبين



مثال 4

سلم طوله 10m يستند طرفه الأسفل على أرض أفقية وطرفه العلوي على حائط رأسي ، فإذا انزلق الطرف الأسفل مبتعداً عن الحائط بمعدل 2m / s عندما يكون الطرف الأسفل على بعد 8m عن الحائط جد :

1) معدل انزلاق الطرف العلوي .

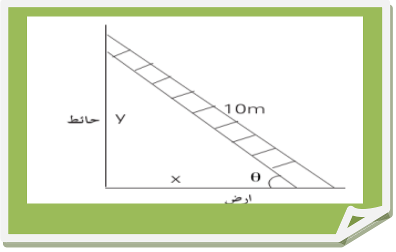
2) سرعة تغير الزاوية بين السلم والأرض .

2012 +1د 2014 د2

توضيح

من نظرية فيثاغورس نجد y " الطرف العلوي "

+ نشتق العلاقة " السلم ثابت الطول اشتقاقه = 0 . . . ناخذ اما دالة sin او cos نشتقها لنحصل على مشتقة الزاوي = سرعة .



$x^2 + y^2 = 100 \Rightarrow 8^2 + y^2 = 100 \Rightarrow y^2 = 100 - 64$

$y^2 = 36 \Rightarrow y = 6\ m\ ,\ x = 8m$

$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow 2(8)(2) + (2)(6)\frac{dy}{dt} = 0$

$32 + 12\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-32}{12} = \frac{-8}{3}\ \frac{m}{s}$

بعد ان وجدنا معدل انزلاق الطرف العلوي " سالب لانه في حالة تناقص "

سرعة تغيير الزاوية من اشتقاق احدى الدوال الدائرية ويفضل cos or sin

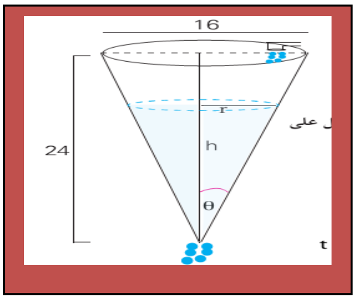
$\cos\theta = \frac{x}{10} \Rightarrow -\sin\theta\frac{d\theta}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt}}{10} \Rightarrow -\frac{y}{10}\frac{d\theta}{dt} = \frac{\frac{dx}{dt}}{10}$

$-\frac{6}{10}\frac{d\theta}{dt} = \frac{2}{10} \Rightarrow -6\frac{d\theta}{dt} = 2 \Rightarrow \frac{d\theta}{dt} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$

@A_M_Z_F

مثال 5

برشح مخروطي قاعدته أفقية ورأسه للأسفل، ارتفاعه يساوي 24cm وطول قطر قاعدته 16cm يصب فيه سائل بمعدل $5cm^3/s$ بينما يتسرب منه السائل $1cm^3/s$، جد معدل تغير عمق السائل في اللحظة التي يكون فيها عمق السائل 12cm .



توضيح

من تشابه المثلثات " كونا دالة تعويض . . معادلة1"

نثبت r ونجعل الدالة بدلالة h " التغيير في الارتفاع مطلوب

الاشتقاق " قانون حجم المخروط معادلة2

نعوض 1 في 2 . . لغرض الاشتقاق

$$\frac{24}{h} = \frac{8}{r} \Rightarrow 3r = h \Rightarrow r = \frac{h}{3} \quad \ldots \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{3} r^2 h \pi \quad \ldots \quad (2)$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{h}{3}\right)^2 h \pi = \frac{h^3}{27} \pi$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{3h^2}{27} \frac{dh}{dt} \pi$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{h^2}{9} \frac{dh}{dt} \pi \Rightarrow 4 = \frac{12^2}{9} \frac{dh}{dt} \pi$$

$$36 = 144\pi \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{36}{144\,\pi} = \frac{1}{4\,\pi} \; cm/s$$

إعداد الأستاذ . . . باسم الباجي

@A_M_Z_F

2016 تمهيدي + 2013 الدور الاول

لتكن M نقطة متحركة على منحني القطع المكافئ $y^2=4x$ بحيث يكون معدل ابتعادها عن النقطة (7,0) يساوي 0.2unit / s ، جد المعدل الزمني لتغير الاحداثي السيني للنقطة M عندما يكون $x=4$.

نذكر قانون المسافة + نشتق + نعوض معطيات السؤال . . . لايجاد التغيير في x

$$D = \sqrt{(x - 7)^2 + y^2} \Rightarrow D = \sqrt{x^2 - 14x + 49 + 4x}$$

$$D = \sqrt{x^2 - 10x + 49}$$

نعوض لتقليل المتغيرات

$$\frac{dD}{dt} = \frac{1}{2} [x^2 - 10x + 49]^{\frac{-1}{2}} (2x - 10) \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{2(x-5)}{2\sqrt{x^2-10x+49}} \frac{dx}{dt} \Rightarrow 0.2 = \frac{(4-5)}{\sqrt{16-40+49}} \frac{dx}{dt}$$

$$0.2 = \frac{-1}{\sqrt{25}} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \frac{0.2}{\frac{-1}{5}} = -\frac{0.2}{0.2} = -1 \text{ unit}$$

توضيح

نذكر قانون المسافة بين نقطتين + نجعل القانون يحتوي x فقط " المطلوب " الاحداثي السيني .. اذا كان الصادل نثبت y . . . + نشتق كدالة اسية " نعوض المعطيات لنحصل على المطلوب "

أعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

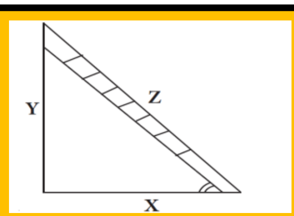
حلول تمارين 2- 3 S

لإنسان الذي لم يخطئ لم يجرب شيئا جديداً

السؤال 1

سلم يستند طرفه الاسفل على ارض افقية وطرفه الاعلى على حائط رأسي فأذا أنزلق الطرف الاسفل مبتعدا عن الحائط بمعدل $2\ m/s$ فجد معدل

انزلاق الطرف العلوي عندما تكون الزاوية بين السلم والارض $60°$



حسب مبرهنة " فيثاغورس "

$$z^2 = x^2 + y^2$$

المشتقة الاولى $\div 2$

$$0 = 2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt}$$

$$x\frac{dx}{dt} + y\frac{dy}{dt} = 0 \quad \ldots \quad 1$$

نكون م2 من العلاقة التالية $\tan\frac{\pi}{3}\text{" }60°\text{" } = \frac{y}{x}$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{x} \Rightarrow y = \sqrt{3}\,x \quad \ldots \quad 2$$

نعوض م2 في م1 لنحصل على x

$$x\frac{dx}{dt} + \sqrt{3}\,x\frac{dy}{dt} = 0$$

$$x\left[2 + \sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 0\right] \div x \neq 0$$

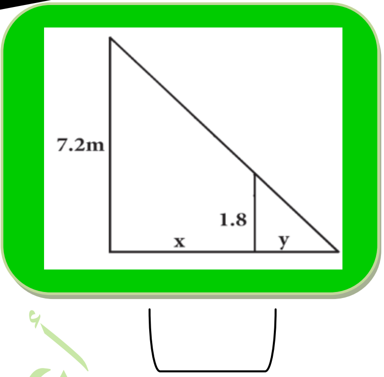
$$\Rightarrow 2 + \sqrt{3}\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dt} = \frac{-2}{\sqrt{3}}\ \text{unit}$$

@A_M_Z_F

2013 د1+ 2015 د1 + مشابه 2015 د2

السؤال 2

عمود طوله $7.2\ m$ في نهايته مصباح يتحرك رجل طوله $1.8\ m$ مبتعدا عن العمود بسرعة $30\ m/min$ جد معدل تغير طول ظل الرجل



نفرض بعد الرجل عن العمود = x , طول ظل الرجل = y

$$\frac{7.2}{1.8} = \frac{x+y}{y}$$ خاصية تطابق المثلثين

$$4 = \frac{x+y}{y}$$

$$4y = y + x$$ حاصل ضرب الوسطين = حاصل ضرب الطرفين

$$3y = x$$

$$3\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$$ نشتق الطرفين بالنسبة ل t

$\frac{dx}{dt} = 30$ "معطى"

$$3\frac{dy}{dt} = 30$$

$$\frac{dy}{dt} = 10\ m/min$$ معدل تغير طول ظل الرجل

أعداد الأستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 3

2012 الدور الثاني + 2014 الدول الاول

لتكن m نقطة تتحرك على القطع المكافئ $y = x^2$ جد احداثي النقطة عندما يكون المعدل الزمني لابتعادها عن النقطة $\left(0 \;,\; \frac{3}{2}\right)$ يساوي ثلثي المعدل الزمني لتغير الاحداثي الصادي .

قانون المسافة بين نقطتين

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

نعوض النقطة المعطاة في القانون والنقطة المفروضة p (x , y)

$$D = \sqrt{(x - 0)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2}$$

يحلل كمربع كامل " موضح سابقا "

$$D = \sqrt{x^2 + y^2 - 3y + \frac{9}{4}}$$

من العلاقتين المذكورتين في السؤال نستفاد من احداهما وهي $y = x^2$ للتعويض لجعل الدالة تحتوي على المتغير y فقط ومن العلاقة الثانية $\frac{dD}{dt} = \frac{2}{3}\frac{dy}{dt}$ لايجاد المعدل الزمني لابتعاد النقطة

$$D = \sqrt{y + y^2 - 3y + \frac{9}{4}}$$

$$D = \sqrt{y^2 - 2y + \frac{9}{4}}$$

نعرف الجذر التربيعي

$$D = \left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{dD}{dt} = \frac{1}{2}\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]^{-\frac{1}{2}} \times \left[2\,y\,\frac{dy}{dt} - 2\,\frac{dy}{dt}\right]$$

نشتق كدالة اسية= الاس × $\left[\frac{\text{الاس} - 1}{\text{الدالة}}\right]$ × مشتقة الداخل

نرتب دالة المشتقة مع الاخذ بنظر الاعتبار عند نقل الاس من البسط الى المقام تتغير اشارته

$$\frac{dD}{dt} = \frac{2\left[y\,\frac{dy}{dt} - \frac{dy}{dt}\right]}{2 \times \sqrt{\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]}}$$

@A_M_Z_F

بما ان $\frac{dD}{dt} = \frac{2}{3}\frac{dy}{dt}$

معطى في السؤال

$$\frac{2}{3}\frac{dy}{dt} = \frac{\left[y\frac{dy}{dt} - \frac{dy}{dt}\right]}{\sqrt{\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]}}$$

$$\frac{2}{3}\frac{dy}{dt} = \left.\frac{\left[\frac{dy}{dt}\,(y - 1)\right]}{\sqrt{\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]}}\right] \div \ . \ \frac{dy}{dt}$$

$\frac{dy}{dt}$ 2 عامل مشترك +

حاصل ضرب الوسطين = حاصل ضرب الطرفين

$$\frac{dy}{dt} \neq 0$$

$$2\sqrt{\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right]} = 3\,(y - 1)$$

بتربيع الطرفين " للتخلص من الجذر

$$4\left[y^2 - 2y + \frac{9}{4}\right] = 9\,(y - 1)^2$$

يحلل كمربع كامل " موضح سابقا "

$$4y^2 - 8y + 9 = 9\,(y^2 - 2y + 1)$$

$$4y^2 - 8y + 9 = 9y^2 - 18y + 9$$

نصفر المعادلة

$$5y^2 - 10y = 0 \quad \div 5$$

$$y^2 - 2y = 0$$

$$y\,(y - 2) = 0$$

عامل مشترك

Either $y = 0$ يهمل

Or $y = 2$

نعوض في العلاقة $y = x^2$ لنحصل على x

$x^2 = 2$ ⟹ $x = \pm\sqrt{2}$ ⟹ النقطة $M\ (\pm\sqrt{2}\ ,\ 2\ )$

اعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 3

جد النقطة التي تنتمي للدائرة $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$

والتي يكون عندها المعدل الزمني لتغير x = المعدل الزمني تغير y بالنسبة ل t

المعدل الزمني لتغير x = المعدل الزمني لتغير y يعني ان $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt}$

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108 \quad . . . \quad 1$$

نشتق الدالة بالنسبة ل t

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dy}{dt} + 4\frac{dx}{dt} - 8\frac{dy}{dt} = 0$$

"معطى" $\frac{dy}{dt} = \frac{dx}{dt}$

$$2x\frac{dx}{dt} + 2y\frac{dx}{dt} + 4\frac{dx}{dt} - 8\frac{dx}{dt} = 0$$

$$\frac{dx}{dt}[2x + 2y - 4] = 0 \quad \div \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} \neq 0$$

$$[2x + 2y - 4] = 0 \quad \div 2$$

$$x + y - 2 = 0$$

$$y = 2 - x \quad . . . \quad 2$$

نعوض م2 في م1 لنحصل على x

$$x^2 + (2 - x)^2 + 4x - 8(2 - x) = 108$$

نصفر المعادلة

$$x^2 + 4 - 4x + x^2 + 4x - 16 + 8x - 108 = 0$$

$$2x^2 + 8x - 120 = 0 \quad \div 2$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

تحلل بالتجربة

$$(x + 10)(x - 6) = 0$$

أعداد الأستاذ . . . باسم العيساوي

@A_M_Z_F

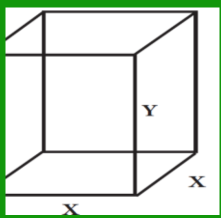
either $x = -10$ → نعوض في م2 → $y = 2 + 10 = 12$

or $x = 6$ → نعوض في م2 → $y = 2 - 6 = -4$

النقطتان هما P2 (6 , -4) P1(-10 , 12)

السؤال 4

متوازي سطوح مستطيلة ابعاده تتغير بحيث تبقى قاعدته مربعة الشكل يزداد طول ضلع القاعدة بمعدل $\frac{dx}{dt}$ 0.3 cm l s وارتفاعه يتناقص بمعدل 0.5 $\frac{dy}{dt}$ جد معدل التغير في الحجم $\frac{dv}{dt}$ عندما يكون طول قاعدته = x= 4cm وارتفاعه= y= 3 cm



قانون الحجم = الطول× العرض × الارتفاع
بما أن قاعدته مربعة "معطى" الطول =
العرض= x والارتفاع = y

$$v = x^2 \cdot y$$

نشتق دالة الحجم بالنسبة ل t

$$\frac{dv}{dt} = 2x\frac{dx}{dt} \cdot y + x^2 \cdot \frac{dy}{dt}$$

نعوض معطيات السؤال في المشتقة لنحصل على التغير في الحجم

$$\frac{dv}{dt} = 2(4)(0.3) \cdot (3) + (4)^2 \cdot (-0.5)$$

$$\frac{dv}{dt} = 24 \times 0.3 + -16 \times 0.5$$

$$\frac{dv}{dt} = 7.2 - 8$$

$$\frac{dv}{dt} = -0.8 \ cm^3 / s$$

مشكلتنا الكبرى هي مثالية الوسيلة وغموض الغايات.

@A_M_Z_F

مثال

جد باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة تقريبا مناسبا للعدد $\sqrt{26}$

توضيح

نعرف الجذر التربيعي + نجد المشتقة + نعوض العدد البسيط 25 في الدالة والمشقة + قيمة h الفرق بين القيمتين + نعوض ماحصلنا عليه في القانون

f

h= 26 - 25 = 1

$$f\ (x) = \sqrt{x}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}\ x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f\ (25) = \sqrt{25} = 5$$

$$f'(25) = \frac{1}{2}\ \frac{1}{\sqrt{25}} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$f(26) \cong f(25) + h\ f'(25) = 5 + 0.1 \cong 5.1$$

مثال

مكعب طول حرفه 9.98 جد حجمه بصورة تقريبية باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة

h= 9.98 - 10 = -0.02

$$V = x^3$$

$$f(x) = x^3$$

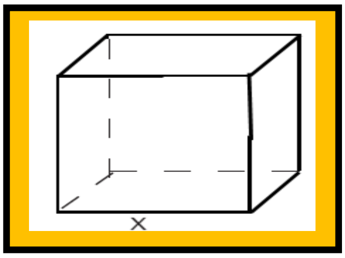
$$f'(x) = 3\ x^2$$

$$f\ (10) = (10)^3 = 1000$$

$$f'(10) = 3\ (100)^2 = 300$$

$$f(9.98) \cong f(10) + (-0.02)\ f'(10)$$

$$\cong 1000 - \frac{2}{100} \times 300 \cong 1000 - 6 \cong 994\ cm^3$$



توضيح

نذكر قانون الحجم للمكعب " الدالة " . . .
نكون الدالة والمشتقة ونعوض a=10 في الدالة والمشتقة + اخيرا نعوض في القانون

@A_M_Z_F

مثال 4

لتكن $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$ فاذا تغيرت x من 8 الى 8.06 فما التغير التقريبي للدالة

h= 8.06 - 8 = 0.06

الدالة " نحول الى الصيغة الاسية " + نشتق الدالة + نجد h + نعوض a= 8 في المشتقة +

التغير التقريبي = $h \,.f'(8)$ فقط الجزء الثاني من النتيجة

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{2}{3}\, x^{-\frac{1}{3}}$$

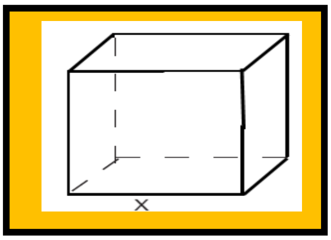
$$f'(8) = \frac{2}{3}\,(8)^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$f(8.06) \cong h\,.f'(8) = 0.06 \times \frac{1}{3} = 0.02$$ التغير التقريبي

مثال 4

يراد طلاء مكعب طول ضلعه 10 cm فاذا كان سمك الطلاء 0.15 cm اوجد حجم الطلاء بصورة تقريبية باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة

h= b -a = 10.3 - 10 = 0.3



$$V = x^3$$

$$f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3\, x^2$$

$$f'(10) = 3\,(10)^2 = 300$$

حجم الطلاء $\cong h\, f'(x) \cong 0.3 \times 300 \cong 90\ cm^3$

حيث ان $v = f(x)$, $\bar{v} = f'(x)$

توضيح

نذكر القانون + الاضافة 0.3 حصلنا عليها من العلاقة 2×0.15 = 2x

في الشكل الرباعي الاضافة او النقصان 2x من الجانبيين

التغير التقريبي = $h\,.f'(10)$ فقط الجزء الثاني من النتيجة

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

إعداد الأستاذ ....

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

حلول تمارين 3- 3 s

السؤال 1

اوجد قيمة c التي تعينها مبرهنة رول في كل مما ياتي :

$$f(x) = x^3 - 9x \quad , \quad x \in [-3 , 3]$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-3 , 3]$ لانها كثيرة الحدود .

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-3 , 3)$ لانها كثيرة الحدود

3 بقي ان نبرهن ان $f(a) = f(b)$

$f(a) = f(-3) = (-3)^3 - 9(-3)$

$= -27 + 27 = 0$

$f(b) = f(3) = (3)^3 - 9(3)$

$= 27 - 27 = 0$

$f(a) = f(b)$

يوجد على الأقل قيمة واحدة ل c تنتمي للفترة المفتوحة $(-3 , 3)$

وتحقق $f'(c) = 0$

$f(x) = x^3 - 9x$

$f'(x) = 3x^2 - 9$

$f'(c) = 3c^2 - 9$

$3c^2 - 9 = 0 \Rightarrow c^2 = 3 \Rightarrow c = \pm\sqrt{3}$

$\Rightarrow \pm\sqrt{3} \in (-3 , 3)$

إعداد الاستاذ ... باسم المياحي
@A_M_Z_F

$$f(x) = 2x + \frac{2}{x} \quad , \quad x \in \left[\frac{1}{2} , 2\right]$$

★ اوسع مجال للدالة $R /0$

1 الدالة مستمرة على الفترة $\left[\frac{1}{2} , 2\right]$ لان $0 \notin \left[\frac{1}{2} , 2\right]$

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $\left(\frac{1}{2} , 2\right)$ لان $0 \notin \left(\frac{1}{2} , 2\right)$

3 بقي ان نبرهن ان $f(a) = f(b)$

نعوض قيمة $a = \frac{1}{2}$ في الدالة لايجاد صورتها لنقارنها مع صورة b

$$f(a) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 + 4 = 5$$

نعوض قيمة $b = 2$ في الدالة لايجاد صورتها لنقارنها مع صورة a

$$f(b) = f(2) = 2(2) + \frac{2}{2}$$

$$= 4 + 1 = 5$$

$$\Rightarrow f(a) = f(b)$$

نلاحظ ان صورة a = صورة b

★ يوجد على الاقل قيمة واحدة ل c تنتمي للفترة المفتوحة $\left(\frac{1}{2} , 2\right)$

وتحقق $f'(c) = 0$

نشتق الدالة لايجاد قيمة c من

نعوض c المشتقة + نساوي المشتقة بالصفر

$$f(x) = 2x + \frac{2}{x}$$

$$f'(x) = 2 - \frac{2}{x^2}$$

$$f'(c) = 2 - \frac{2}{c^2}$$

$$2 - \frac{2}{c^2} = 0$$

$$\Rightarrow 2c^2 - 2 = 0 \Rightarrow c = \pm 1$$

نختبر قيم c في الفترة المفتوحة اعلاه لمعرفة ان كانت قيم c تنتمي او لا

$$\Leftarrow c = 1$$

$$1 \in \left(\frac{1}{2} , 2\right) \quad , \quad -1 \notin \left(\frac{1}{2} , 2\right)$$

الاستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

$f(x) = (x^2 - 3)^2 \quad , \quad x \in [-1 , 1]$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-1 , 1]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 1)$ لانها كثيرة الحدود

3 بقي ان نبرهن ان $f(a) = f(b)$

نعوض قيمة $a = -1$ في الدالة لايجاد

$f(a) = f(-1) = ((-1)^2 - 3)^2$

$= (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$

نعوض قيمة $b = 1$ في الدالة لإيجاد صورتها لنقارنها مع صورة a

$f(b) = f(1) = ((1)^2 - 3)^2$

$= (1 - 3)^2 = (-2)^2 = 4$

نلاحظ أن صورة a = صورة b

$\Rightarrow f(a) = f(b)$

يوجد على الاقل قيمة واحدة ل c تنتمي للفترة المفتوحة $(-1 , 1)$

وتحقق $f'(c) = 0$

$f(x) = (x^2 - 3)^2$

نشتق الدالة لايجاد قيمة c من

$f'(x) = 2(x^2 - 3) . 2x$

نعوض c المشتقة + نساوي المشتقة بالصفر

$f'(c) = 2(c^2 - 3) . 2c$

$4c^3 - 12c = 0 \quad] \div 4$

$c(c^2 - 3) = 0$

either $c = 0 \Rightarrow 0 \in (-1 , 1)$

or $c^2 - 3 = 0 \Rightarrow c = \pm\sqrt{3} \Rightarrow \pm\sqrt{3} \notin (-1 , 1)$

نختبر قيم c في الفترة المفتوحة اعلاه لمعرفة ان كانت قيم c تنتمي او لا

الاستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 2

جد تقريبا لكل مما ياتي باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة او نتيجتها

$$\sqrt{63} + \sqrt[3]{63}$$

نعرف الجذر ألتربيعي + التكعيبي

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$$

b = 63

a = 64

h =63 – 64= -1

$$f(64) = \sqrt{64} + \sqrt[3]{64} = 8 + 4 = 12$$

$$f'(64) = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{64}} + \frac{1}{3}\frac{1}{\sqrt[3]{64^2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{16}$$

نعوض 64 = x = a الدالة + المشتقة

$$f'(64) = \frac{1}{16} + \frac{1}{48}$$

$$= \frac{3+1}{48} = \frac{4}{48} = \frac{1}{12}$$

$$f(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(x)$$

نذكر القاعدة لايجاد القيمة التقريبية لصورة العدد 63

$$f(63) \cong f(64) + h \cdot f'(64)$$

$$\cong 12 + -1 \times \frac{1}{12}$$

$$\cong 12 + -\frac{1}{12} \cong \frac{144 - 1}{12} \cong \frac{143}{12}$$

$$\cong 11.917$$

إعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$(1.04)^3 + 3\,(1.04)^4$$

$f(x) = x^3 + 3x^4$ ➡ نكون الدالة بدلالة المتغير x

$f'(x) = 3x^2 + 12x^3$ ➡ نشتق الدالة

$f(1) = (1)^3 + 3\,(1)^4 = 1 + 3 = 4$

$f'(1) = 3 + 12 = 15$

b = 1.04

a = 1

h = 1.04 – 1 = 0.04

$f(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(x)$

نذكر القاعدة لايجاد القيمة التقريبية لصورة العدد 1.04

$f(1.04) \cong f(1) + h \cdot f'(1)$

$\cong 4 + 0.04 \times 15$

$\cong 4 + 0.6 \cong 4.6$

الأستاذ . . . باسم المياحي

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$$

نكون الدالة بدلالة x + نعرفها " لان الاس عبارة عن جذر تربيعي +عند رفع الاس الى البسط تتغير اشارته

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = x^{-\frac{1}{3}}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{3} \quad x^{-\frac{4}{3}}$$

b = 9 , a = 8

h = b - a = 9 - 8 = 1

نعوض a=8 في الدالة والمشتقة " ايجاد صورتها "

$$f(8) = \frac{1}{\sqrt[3]{8}} = \frac{1}{2}$$

مهارة عالية

عند تعويض عدد في اس مركب "بسط ومقام"

ناخذ الجذر ثم الاس " لسهولة الحل

اذا كان الاس سالبا يضرب الناتج في المقام . موجبا في البسط .

$$f'(8) = -\frac{1}{3} \; (8)^{-\frac{4}{3}} = -\frac{1}{3}(2)^{-4} = -\frac{1}{48}$$

نطبق العلاقة التالية مع تعويض

القيم الثلاث التي حصلنا عليها سابقا

$$f(a+h) \cong f(a) + h \,.\, f'(x)$$

$$f(9) \cong \frac{1}{2} + 1 \times -\frac{1}{48}$$

$$f(9) \cong \frac{1}{2} - \frac{1}{48} = \frac{23}{48}$$

$$f(9) \cong 0.479$$

الاستاذ ... باسم الرياحي

@A_M_Z_F

$\frac{1}{101}$

$h = b - a$

$h = 101 - 100 = 1$

نشتق الدالة كدالة كسرية

$f(x) = \frac{1}{x}$

$f'(x) = \frac{-1}{x^2}$

نعوض a= 100 في الدالة + المشتقة

$f(100) = \frac{1}{100} = 0.01$

$f'(100) = \frac{-1}{10000} = -0.0001$

نطبق العلاقة التالية مع تعويض القيم التي حصلنا عليها سابقا

$f(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(x)$

$f(101) \cong 0.01 + 1 \times -0.0001$

نوحد المقامات ونجري عملية الطرح

$f(101) \cong \frac{1}{100} - \frac{1}{10000}$

$f(101) \cong \frac{99}{10000}$

$f(101) \cong 0.0099$

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

$\sqrt{\frac{1}{2}}$

2012 د2

2014 د2

توضيح

نقسم البسط على المقام + نضرب البسط والمقام بعدد يجعل المقام له جذر تربيعي + ثم نأتي الى طريقة الفرض " التقريب "

b = 0.50 , a = 0.49

h = 0.50 - 0.49 = 0.01

$$\sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{0.5} \quad \sqrt{\frac{5}{10} \times \frac{10}{10}} = \sqrt{\frac{50}{100}} = \sqrt{0.50}$$

بعد ان فرضنا قيمة a = 0.49 . . . نكون الدالة + المشتقة + نعوض a = 0.49 في الدالة + المشتقة

$$f(x) = \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$f(0.49) = \sqrt{0.49} = 0.7$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} (0.49)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2 \times 0.7} = \frac{1}{1.4}$$

$$\cong 0.71$$

$$f(a+h) \cong f(a) + h \cdot f'(x)$$

نطبق العلاقة التالية مع تعويض القيم التي حصلنا عليها سابقا

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \cong 0.7 + 0.01 \times 0.71$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \cong 0.7\,000 + 0.0071$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) \cong 0.7071$$

كيف نتعامل مع جمع الاعداد العشرية . . اما توحيد المراتب " تعني المقامات اضافة اصفار على اليمين " لانها لاتؤثر قبل الفارزة

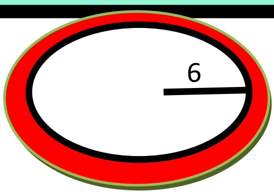
او توحيد المقامات " هذه المهارات نحتاجها في مسائل الكيمياء والفيزياء "

الأستاذ . . . باسم الرياحي

@A_M_Z_F

2014 الدور الاول

كرة نصف قطرها 6 cm طليت بطلاء سمكه 0 . 1 cm جد كمية الطلاء بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة .



نصف القطر بعد الطلاء = 6 . 1

توضيح

كمية الطلاء الحجم الخارجي " القشرة " نجدها من العلاقة

$h . v'$ نصف القطر بعد الطاء 6.1 قبل الطلاء 6

من الفرق بين القيمتين h + قانون الحجم نشتق +

نعوض نحصل على المطلوب والرسم يوضح ذلك اكثر

نذكر قانون الحجم للكرة

$$v = \frac{4}{3} \pi . r^3$$

$b = 6.1 \quad , \quad a = 6$

$h = 6.1 - 6 = 0.1$

نشتق ونعوض في المشتقة

$$v' = \frac{4}{3} \times 3 \ \pi . \ r^2$$

$$v' = \frac{4}{3} \times 3 \ \pi . \ (6)^2$$

$$v' = 4 \times 36 \pi = 144 \pi$$

كمية الطلاء بصورة تقريبية

$$h . v' = 0.1 \times 144 \pi = 14.4 \pi \ cm^3$$

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

كرة حجمها $84\pi\ cm^3$ جد نصف قطرها بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة .

نذكر قانون الحجم الكرة

$$v = \frac{4}{3} r^3 \pi.$$

نعوض المعطيات في السؤال لإيجاد المطلوب "r"

$$84\pi = \frac{4}{3} \pi . r^3$$

$$r^3 = \frac{84\pi \times 3}{4\pi}$$

$$r^3 = 63$$

نفرض ان قيمة a= 64 لانها اقرب عدد من 63 له جذر تكعيبي

b = 63 , a = 64

h = 63 - 64 = -1

$$r = \sqrt[3]{63}$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

نعوض قيمة a = 64 في الدالة + المشتقة

$$f'(x) = \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}$$

$$f(64) = (64)^{\frac{1}{3}} = 4$$

$$f'(64) = \frac{1}{3.(64)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{3 \times 16} = \frac{1}{48} = 0.02$$

بامكاننا ان نجد التعويض في المشتقة بمهارة عالية "دون الحاجة الى الترتيب " .. نجد الناتج ونضربه في المقام لانه سالب

$$f'(64) = \frac{1}{3} (64)^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{48} = 0.02$$

نطبق العلاقة التالية لإيجاد القيمة التقريبية للعدد 63 +نعوض ماحصلنا علية سابقا في العلاقة

$$f(a+h) \cong f(a) + h . f'(a)$$

$$f(63) \cong 4 + -1 \times 0.02$$

$$f(63) \cong 3.98\ cm$$

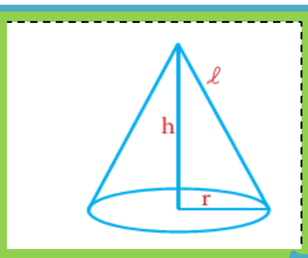
@A_M_Z_F

السؤال 5

مخروط دائري قائم ارتفاعه = طول قطر قاعدته فاذا كان ارتفاعه = 2.98 cm فجد حجمه بصورة تقريبية باستخدام مبرهنة القيمة المتوسطة .

توضيح

المعطى الارتفاع + والمطلوب ايجاد الحجم بصورة تقريبية + . . . نذكر القانون + نجعل القانون يحتوي h فقط ؟ اما اذا كان r معلوم نعمل العكس + نكمل شروط القيمة المتوسطة "الدالة +المشتقة +التعويض في كلاهما + القانون"



b = 2.98 ، a = 3

h = b – a= 2.98 – 3 = -0.02

الارتفاع = القطر " معطى في السؤال "

نثبت r بدلالة h لانه معلوم

$$h = 2r$$

$$r = \frac{h}{2}$$

نذكر الدالة من قانون الحجم للمخروط بعدها نبسط الدالة

$$v = \frac{1}{3} r^2 . h \pi$$

نعوض $r = \frac{h}{2}$ لتقليل عدد المتغيرات

$$v = \frac{\pi}{3} (\frac{h}{2})^2 . h = \frac{\pi h^3}{12}$$

نكون الدالة بدلالة x " للتعويض +الاشتقاق"

$$V = f(x) = \frac{x^3 \pi}{12}$$

$$f'(x) = \frac{3\pi x^2}{12}$$

$$f(3) = \frac{\pi (3)^3}{12} = \frac{27\pi}{12} = \frac{9\pi}{4} = 2.25 \pi$$

$$f'(3) = \frac{3\pi 3^2}{12} = \frac{9\pi}{4} = 2.25 \pi$$

نجد المشتقة والدالة + نعوض قيمة a = 3 في كل منهما

نطبق العلاقة التالية لإيجاد القيمة التقريبية للعدد 2.98 +نعوض ماحصلنا علية سابقا في العلاقة

$$f(a+h) \cong f(a) + h . f'(a)$$

$$f(2.98) \cong f(3) + -0.02 . f'(3)$$

$$f(2.98) \cong 2.25 \pi + -0.02 \times 2.25 \pi$$

$$f(2.98) \cong 2.25 \pi - 0.045 \pi$$

$$= 2.250 \pi - 0.045\pi = 2.205 \pi \ cm^3$$

@A_M_Z_F

السؤال 6

بين ان كل من الدوال التالية تحقق مبرهنة رول على الفترة المعطاة ازاء كل منهما :

2011 الدور الثاني

$$f(x) = (x-1)^4 \quad , \quad x \in [-1 , 3]$$

1. الدالة مستمرة على الفترة $[-1 , 3]$ لانها كثيرة الحدود
2. الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 3)$ لانها كثيرة الحدود
3. بقي ان نبرهن ان $f(a) = f(b)$

$$f(a) = f(-1) = (-1-1)^4 = (-2)^4 = 16$$

$$f(b) = f(3) = (3-1)^4 = (2)^4 = 16$$

$$f(a) = f(b)$$

الشرط الثالث متحقق

نجد قيمة c والتي عندها $f'(c) = 0$

نشتق الدالة + نعوض c في المشتقة بدل x + نساوي المشتقة بالصفر لإيجاد قيمة c +اخيرا نختبرها ان كانت تنتمي للفترة

$$f'(x) = 4(x-1)^3$$

$$4(c-1)^3 = 0 \Rightarrow (c-1)^3 = 0$$

$$c = 1 \in (-1 , 3)$$

اعداد الاستاذ : باسم البياتي

رحلة التفوق في السادس @

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

$$f(x) = \cos 2x + 2\cos x \quad , \quad x \in [0\,,\, 2\,\pi]$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[0\,,\,2\,\pi]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(0\,,\,2\,\pi)$ لانها كثيرة الحدود

3 بقي ان نبرهن ان $f(a) = f(b)$

نعوض a=0 لمعرفة صورتها

ثم عوض $b = 2\pi$ لمعرفة صورتها أيضا ثم نبحث تساوي

صو، تـ، كلا منهما

$$\begin{cases} f(a) = f(0) = \cos 0 + 2\cos 0 = 1 + 2 = 3 \\ f(b) = f(2\,\pi) = \cos 4\,\pi + 2\cos 2\pi = 1 + 2 = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad f(a) = f(b) \longrightarrow$$ الشرط الثالث متحقق

$\cos 4\,\pi = \cos 2\,\pi$

نجد قيمة c والتي عندها $f'(c) = 0$

نشتق الدالة + نعوض c في المشتقة بدل x + نساوي المشتقة بالصفر لإيجاد قيمة c +أخيرا نختبرها أن كانت تنتمي للفترة المذكورة

$$\Rightarrow \quad f'(c) = -2\sin 2c - 2\sin c$$

$$\Rightarrow \quad -2\sin 2c - 2\sin c = 0 \;]\; \div \; -2$$

$$\sin 2c + \sin c = 0$$

$$2\sin c \,.\, \cos c + \sin c = 0$$

قانون نصف الزاوية

$$\sin c\;[2\cos c + 1\,] = 0$$

either $\sin c = 0 \Rightarrow c = 0\,,\,\pi\,,\,2\pi \Rightarrow \pi \in (0\,,\,2\,\pi)$

or $2\cos c + 1 \Rightarrow \cos c = \frac{-1}{2} \Rightarrow c = \frac{2\,\pi}{3}\,,\,\frac{4\,\pi}{3}$

$$\Rightarrow \quad \frac{2\,\pi}{3}\,,\,\frac{4\,\pi}{3} \in (0\,,\,2\,\pi)$$

لمعرفة قيم الدوال لهذه الزاوايا المنتسبة راجع الاساسيات في مقدمة الملزمة المتكاملة

إعداد الأستاذ .... باسم البياجي

@A_M_Z_F

السؤال 7

اختبر إمكانية تطبيق مبرهنة القيمة المتوسطة للدوال التالية :

2012 الدور الاول

$$f(x) = x^3 - x - 1 \quad , \quad x \in [-1 , 2]$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-1 , 2]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 2)$ لانها كثيرة الحدود

3 ميل المماس = ميل الوتر

ميل المماس

$$f'(x) = 3x^2 - 1$$

$$f'(c) = 3c^2 - 1$$

ميل الوتر

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 - (-1)} \frac{5 + 1}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

ميل المماس = ميل الوتر

لإيجاد قيمة c ثم نختبرها

أن كانت تنتمي للفترة المفتوحة المذكورة أعلاه أو لا

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$3c^2 - 1 = 2 \quad \Rightarrow \quad 3c^2 = 3$$

$$c = \pm 1 \quad \textit{either } c = 1 \in (-1 , 2) \quad \text{or } c = -1 \notin (-1 , 2)$$

الاستاذ . . باسم المياحي

رحلة التفوق في السادس @

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

$$h(x) = x^2 - 4x + 5 \quad , \quad x \in [-1 , 5]$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-1 , 5]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 5)$ لانها كثيرة الحدود

3 ميل المماس = ميل الوتر

$$h'(x) = 2x - 4$$

$$h'(c) = 2c - 4$$

ميل المماس = المشتقة الاولى للدالة

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(5) - f(-1)}{5 - (-1)} = \frac{10 - 10}{6} = \frac{0}{6} = 0$$

ميل الوتر = $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$2c - 4 = 0 \Rightarrow 2c = 4 \Rightarrow c = 2 \in (-1 , 5)$$

ميل المماس = ميل الوتر "لإيجاد قيمة c

ثم نختبرها ان كانت تنتمي للفترة او لا

$$g(x) = \frac{4}{x+2} \quad , \quad x \in [-1 , 2]$$

المقام $\neq 0$ عند الفترة $(-1 , 2)$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \notin (-1 , 2)$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-1 , 2]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-1 , 2)$ لانها كثيرة الحدود

3 ميل المماس = ميل الوتر

$$g'(x) = \frac{(x+2) \times 0 - 4 \cdot (1)}{(x + 2)^2}$$

ميل المما س " المشتقة الأولى "

$g'(c)$

ميل الوتر = $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(2) - f(-1)}{2 + 1}$$

$$\frac{\frac{4}{4} - \frac{4}{1}}{3} = \frac{1-4}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

أعداد الأستاذ ... باسم الميالي

@A_M_Z_F

ميل المماس = ميل الوتر "ليجاد قيمة c
ثم نختبرها ان كانت تنتمي للفترة او لا

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$\frac{-4}{(c+2)^2} = -1 \quad \Rightarrow \quad (c^2 + 4c + 4) = 4$$

$$\Rightarrow \quad c^2 + 4c + 4 - 4 = 0 \quad \Rightarrow \quad c^2 + 4c = 0$$

$$c^2 + 4c = 0 \quad \Rightarrow \quad c\,(c+4) = 0$$

$$\textit{either } c = 0 \in (-1, 2) \quad \text{or } c = -4 \notin (-1, 2)$$

$$B(x) = \sqrt[3]{(X+1)^2} \quad , X \in [-2, 7]$$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-2, 27]$ لانها كثيرة الحدود

لان الجذر التكعيبي يتقبل اي قيمة بدون تأثير " والاس الزوجي يجعل كل قيمة موجبة"

2 الدالة غير قابلة للاشتقاق عند $(-2, 7)$ $\in$ -1 , x = -1

★ من غير الممكن تطبيق نظرية القيمة المتوسطة "الدالة غير قابلة للاشتقاق عند x = -1

لانه عند اشتقاق الدالة نحصل على دالة اسية اسها سالب ينزل الى المقام فيصبح موجبا

$$B(x) = \sqrt[3]{(X+1)^2} = [x+1]^{\frac{2}{3}}$$

$$\overline{B(X)} = \frac{2}{3}[x+1]^{\frac{-1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{X+1}}$$

$$\overline{B(-1)} = \frac{2}{3\sqrt[3]{-1+1}} = \frac{2}{0} = \infty$$ كمية غير معرفة

★ وجود الصفر في المقام كمية غير معرفة

عزيزي الطالب احيانا الدالة تحقق شرطا معينا لكن بعد الاشتقاق لاتحقق وهذه الحالة تحصل لبعض الدوال الاسية " لانه بعد الاشتقاق يصبح الاس سالبا وتتحول الدالة الى كسرية فتجعل المقام يساوي صفرا من ضمن حدود تلك الفترة وهذا غير مسموح به في مجال الدوال

@A_M_Z_F

مثال

عين قيمتي a , b لكي يكون لمنحني الدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$

نهاية عظمى محلية عند $x = -1$ ونهاية صغرى عن $x = 2$ ثم جد نقطة الانقلاب

2012 الدور الاول

2013 التكميلي

⊕ للدالة نهاية عظمى محلية $f'(-1) = 0$ ... معادلة 1

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow 3(-1)^2 + 2a(-1) + b = 0$$

$$3 - 2a + b = 0 \Rightarrow a = \frac{3+b}{2} \quad \dots \quad \boxed{1}$$

⊕ للدالة نهاية صغرى محلية $f'(2) = 0$ ... معادلة 2

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow 3(2)^2 + 2a(2) + b = 0$$

$$12 + 4a + b = 0 \Rightarrow a = \frac{-12-b}{4} \quad \dots \quad \boxed{2}$$

⊕ نساوي معادلة 1 مع معادلة 2 لايجاد قيمة b

$$\frac{3+b}{2} = \frac{-12-b}{4} \Rightarrow 12 + 4b = -24 - 2b \Rightarrow 6b = -36 \Rightarrow b = -6$$

⊕ نعوض $b = -6$ في معادلة 1 نجد قيمة a

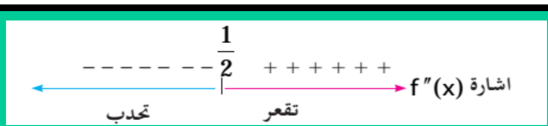
$$a = \frac{3-6}{2} = \frac{-3}{2}$$

⊕ اما نقطة الانقلاب من مساواة المشتقة الثانية بالصفر $f''(x) = 0$

الدالة $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 \Rightarrow f''(x) = 6x - 3 \Rightarrow f''(x) = 0$$

$$6x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$



⊕ نعوض $x = \frac{1}{2}$ في الدالة لنحصل على y $\Leftarrow \left(\frac{1}{2}, y\right)$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 6\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} - \frac{3}{8} - 3 = -\frac{1}{4} - 3 = \frac{-13}{4}$$

⊕ نقطة الانقلاب $\left(\frac{1}{2}, \frac{-13}{4}\right)$

إعداد الأستاذ ... باسم الجبوري

@A_M_Z_F

2014 الدور الاول

مثال

عين قيمتي a , b لكي يكون لمنحني الدالة $f(x) = a x^3 + b x^2 + c$

مقعرة $x < 1$ محدبة $x > 1$ ويمس المستقيم $9x + y - 28 = 0$ عند النقطة (3,1)

الدالة مقعرة ومحدبة حول ال 1 . . . للدالة نقطة انقلاب أي ان $\overline{\overline{f(1)}} = 0$ . . . معادلة 1

$\overline{f(x)} = 3ax^2 + 2bx$ ⇨ $\overline{\overline{f(x)}} = 6ax + 2b$ ⇨ $\overline{\overline{f(1)}} = 0$

$6a + 2b = 0$ ⇨ $a = \frac{-b}{3}$ . . . **1**

المنحني يمس المستقيم عند النقطة(3,1) . . . الميل 1 = الميل 2 . . . الميل 1 المنحني " تعويض x=3

في المشتقة الاولى للدالة + الميل 2 ميل المستقيم $m = \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y}$ . . . نساوي الميلين معادلة 2

$m2 = \frac{-9}{1} = -9$ ⇨ $m1 = m2$

$27a + 6b = -9 \quad \div 3$ ⇨ $9a + 2b = -3$

$a = \frac{-3 - 2b}{9}$ . . . **2**

النقطة (3,1) تحقق معادلة المنحني . . . نكون معادلة 3

$a(3)^3 + b(3)^2 + c = 1$ ⇨ $27a + 9b + c = 1$ . . . **3**

نساوي معادلة 1 مع معادلة 2 نجد قيمة b

$\frac{-b}{3} = \frac{-3 - 2b}{9}$ ⇨ $-9b = -9 - 6b$ ⇨ $-3b = -9$

$b = 3$ ⇨ $a = \frac{-(3)}{3} = -1$

نعوض قيمتي a , b في معادلة 3 لنجد قيمة c $-27 + 27 + c = 1$

$c = 1$ ، ، ، للتاكد من الحلا نعوض القيم في معادلة 3 . . . الطرف الايسر = الايمن

أعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

اذا كان للدالة $f(x) = a\,x^3 + 3\,x^2 + c$ نهاية عظمى محلية تساوي 8 ونقطة انقلاب عند X=1 جد قيم a , c

⊕ للدالة نقطة انقلاب ... $\overline{\overline{f(1)}} = 0$ معادلة 1 ... المشتقة الثانية لنقلل المتغيرات

$\overline{f(x)} = 3\,a\,x^2 + 6\,x$ ➡ $\overline{\overline{f(x)}} = 6\,ax + 6$ ➡ $6a + 6 = 0$

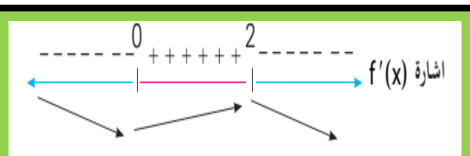
$a = \frac{-6}{6} = -1$

الدالة $f(x) = -\,x^3 + 3\,x^2 + c$

⊕ للدالة نهاية عظمى عند $(x, 8)$ ... قيمة x من اختبار المشتقة الاولى $\overline{f(x)} = 0$

$\overline{f(x)} = -3\,x^2 + 6\,x$ ➡ $-3\,x^2 + 6\,x = 0 \;\div -3$ ➡ $x^2 - 2\,x = 0$

$x\,(x + 2) = 0$ either ➡ $x = 0$ or $x = 2$



⊕ نهاية عظمى $(2, 8)$ تحقق الدالة لايجاد قيمة c

الدالة $f(x) = -\,x^3 + 3\,x^2 + c$

$f(2) = 8$ ➡ $-\,(2)^3 + 3\,(2)^2 + c = 8$

$-8 + 12 + c = 8$ ➡ $c = 8 - 4 = 4$

إعداد الاستاذ : ابراهيم المياحي

@A_M_Z_F

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل الهامة بالثوابت . . . اضمن لك إتقان الموضوع

السؤال 1

لتكن $f(x) = ax^2 - 6x + b$ حيث ان $a \in \{-4, 8\}$, $b \in R$ جد قيمة a إذا كانت

خاص

1. الدالة f محدبة
2. الدالة f مقعرة

أعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

$$f(x) = ax^2 - 6x + b$$

$$f'(x) = 2ax - 6$$

$$f''(x) = 2a$$

الدالة محدبة: $f''(x) < 0 \Rightarrow 2a < 0 \Rightarrow a < 0 \Rightarrow a = -4$

احتمالات ل a

الدالة مقعرة: $f''(x) > 0 \Rightarrow 2a > 0 \Rightarrow a > 0 \Rightarrow a = 8$

توضيح

في هذا السؤال نجد المشتقة الثانية " لوجود كلمة تقعر + تحدب" . . . قيمة a في التحدب "مايجعل ناتج المشتقة الثانية سالبا مع a

التقعر "مايجعل ناتج المشتقة الثانية موجبا مع a

@A_M_Z_F

السؤال 2

اذا كانت (2 , 6) نقطة حرجة لمنحني الدالة $f(x) = a - (x-b)^4$

جد قيمة a, b وبن نوع النقطة الحرجة :

الدالة تحتوي متغيران نحتاج الى علاقتين من معطيات السؤال . . .

$f'(2) = 0$ لايجاد قيمة b + نوع النقطة الحرجة

$f'(x) = -4\ (x-b)^3$ ⟸ $f'(2) = 0$

$-4\ (2-b)^3 = 0\ ] \div -4$ ⟸ $2 - b = 0$ ⟸ $b = 2$

النقطة تحقق معادلة المنحني $(x, y) = (2, 6)$ نعوضها في المعادلة لايجاد قيمة a

$f(2) = 6$

$a - 4\,(2-2)^3 = 6$ ⟸ $a = 6$

لمعرفة نوع النقطة نختبر اشارة المشتقة الاولى عند $x = 2$

$f'(x) = -4\ (x-2)^3$

أشارة $f'(x)$	$x > 2$	2	$x < 2$
	− − −		+ + +

النقطة (2 , 6) نقطة نهاية عظمى محلية .

أعداد الأستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

2014 د2

السؤال 3

شامل

اذا كانت $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$, $g(x) = 1 - 12x$ وكانت كل من G , f متماسان عند نقطة الانقلاب (1 , - 11) جد قيم a , b , c

للدالة ثلاث متغيرات نحتاج الى تكوين ثلاث معادلات من معطيات السؤال هي

$f'(1) = g'(1)$ "لأنهما متماسان عند نقطة الانقلاب (1 ,- 11) معادلة1

كل ميل يكون طرف معادلة

تكوين م1

تساوي الميلين لتكوين م1

$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ ⇒ $f'(1) = 3a + 2b + c$

$g'(x) = -12$ ⇒ $g'(1) = -12$

"معطى" $f'(1) = g'(1)$ ⇒ $3a + 2b + c = -12$ ... **1**

تكوين م2

$f''(1) = 0$ نساوي المشتقة الثاني بالصفر " للدالة نقطة انقلاب عند x=1 . . معادلة 2

$f''(x) = 6ax + 2b$ ⇒ $f''(1) = 0$ ⇒ $6a + 2b = 0$

$6a + 2b = 0 \quad \div 2$ ⇒ $3a + b = 0$

نجد المشتقة الثانية للدالة ونساويها بالصفر لنكون م2

⇒ $a = \frac{-b}{3}$ . . . **2**

$f(1) = -11$ الدالة الاصلية " نقطة الانقلاب تحقق معادلة المنحني" . . . معادلة 3

تكوين م3

نعوض النقطة في معادلة المنحني لنكون م3

$f(1) = -11$ ⇒ $a + b + c = -11$ . . . **3**

أعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

@A_M_Z_F

من م1 و م3 نكون م4 للتخلص من المتغير c

$$3a + 2b + c = -12 \quad ... \quad \boxed{1}$$

بالطرح

$$\mp a \mp b \mp c = \pm 11 \quad ... \quad \boxed{3}$$

نرتب م4 $\Rightarrow$ $2a + b = -1 \Rightarrow a = \frac{-1-b}{2} \quad ... \quad \boxed{4}$

نساوي م4 مع م2 لنحصل على قيمة المتغير b

نجد b $\Rightarrow$ $\frac{-1-b}{2} = \frac{-b}{3} \Rightarrow -2b = -3 - 3b \Rightarrow b = -3$

نعوض b = -3 في م2 لنحصل على a

$$a = \frac{-(-3)}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

نعوض a=1 , b = -3 في م3 لايجاد قيمة c

$$1 - 3 + c = -11 \Rightarrow c = -9$$

للتاكد من صحة القيم التي حصلنا عليها نعوض القيم في الدالة الاصلية والتي عندها

F(1) = -11 $\Leftarrow$ الطرف الايسر = الطرف الايمن

اعداد الاستاذ : باسم المياحي
رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

السؤال 4

اذا كانت 6 تمثل نهاية صغرى محلية لمنحني الدالة $f(x) = 3x^2 - x^3 + c$

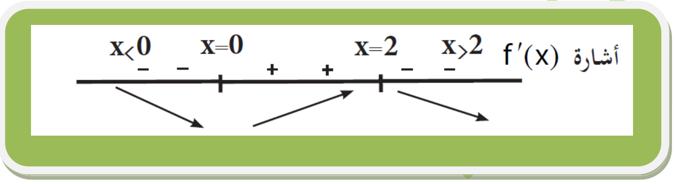
جد قيمة c ثم جد معادلة مماس المنحنى في نقطة انقلابه .

6 نهاية صغرى . . . تعتبر قيمة y= 6 بقي ان نجد قيمة x من مساواة المشتقة الأولى بالصفر واختبار حالتها

$f'(x) = 6x - 3x^2$ ⟵ $f'(x) = 0$

$6x - 3x^2 = 0 \quad \div 3$ ⟵ $2x - x^2 = 0$

$x(2 - x) = 0$ either $x = 0$ or $x = 2$



نقطة النهاية الصغرى هي (0 , 6) وهي تنتمي لمنحني الدالة ومنها نجد قيمة c

$f(0) = 6 = 3(0)^2 - (0)^3 + c$ ⟵ $c = 6$

معادلة المنحني ⟵ $f(x) = 3x^2 - x^3 + 6$

المطلوب معادلة المماس عند نقطة الانقلاب نجد المشتقة الثانية ونساويها بالصفر

$f''(x) = 0$

$f''(x) = 6 - 6x$ ⟵ $6 - 6x = 0$ ⟵ $x = 1$

$y = f(1) = 3 \times 1^2 - 1^3 + 6 = 3 - 1 + 6 = 8$

(1 , 8) نقطة الانقلاب تعتبر هي "نقطة التماس " معطى "

$m = f'(1) = 6 \times 1 - 3 \times 1^2$ ⟵ $m = 6 - 3 = 3$

إعداد الأستاذ باسم البياتي

@A_M_Z_F

نعوض x في المشتقة لنجد الميل + الميل مع النقطة في القانون $m = \frac{y - y1}{x - x1}$ نجد معادلة المماس المطلوبة

$$m = \frac{y - y1}{x - x1} \Rightarrow 3 = \frac{y - 8}{x - 1} \Rightarrow 3x - 3 = y - 8$$

معادلة المستقيم المطلوبة

$$3x - y + 5 = 0$$

2015 د1

السؤال 5

اذا كان $f(x) = a x^3 + b x^2 + cx$ وكانت f مقعرة $\forall x < 1 , \forall x > 1$

وللدالة نقطة نهاية عظمى محلية هي (-1 , 5) جد قيم a , b , c

الدالة مقعرة ومحدبة حول 1 ... للدالة نقطة انقلاب ... نساوي المشتقة الثانية بالصفر لتكوين معادلة 1

نكون م1

$$f'(x) = 3a x^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''(1) = 0$$

$$6a + 2b = 0 \quad] \div 2 \Rightarrow 3a + b = 0 \ .$$

$$a = -\frac{b}{3} \ . \ . \ . \quad \boxed{1}$$

النقطة تحقق معادلة المنحني (x ,y) = (-1 , 5) ... نكون معادلة 2

نكون م2

$$f(-1) = a(-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) = 5$$

$$-a + b - c = 5 \quad . \ . \ . \quad \boxed{2}$$

النقطة عظمى محلية .... مساواة المشتقة الاولى بالصفر عند x = -1 ... معادلة 3

نكون م3

$$f'(-1) = 3a(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0$$

$$3a - 2b + c = 0 \quad . \ . \ . \quad \boxed{3}$$

من م2 و م3 نكون م4 "تحوي المتغيرين a , b

$$-a + b - c = 5 \quad . \ . \ . \quad \boxed{2}$$

بالجمع " لاختلاف الاشارة"

$$3a - 2b + c = 0 \quad . \ . \ . \quad \boxed{3}$$

$$2a - b = 5$$

اعداد الاستاذ ... باسم المراجي
@A_M_Z_F

نكون+ نرتب م4

$a = \frac{5+b}{2} \quad . . .$ 4

نساوي م4 مع م1 لنحصل على a

$-\frac{b}{3} = \frac{5+b}{2}$ ⟹ $-2b = 15 + 3b$ ⟹ $-5b = 15$ ⟹ $b = -3$

نعوض قيمة b=-3 في م1 لنحصل على a

$a = -\frac{(-3)}{3} = \frac{3}{3} = 1$

نعوض قيم a , b التي حصلنا عليها في م3 لنحصل على قيمة c

$3(1) - 2(-3) + c = 0$

⟹ $3 + 6 + c = 0$ ⟹ $c = -9$

السؤال 6

2013 د1 + مشابه 2015د3 مثال

خاص

لتكن $f(x) = x^2 - \frac{a}{x}$, $x \neq 0$ برهن ان الدالة لاتمتلك نهاية عظمى محلية

الدالة لاتمتلك عظمى . . . . اي تمتلك صغرى . . . وجود متغيرين "حالة خاصة" . . .
من المشتقة الاولى نكون معادلة1 . . . والاختبار من المشتقة الثانية بعد التعويض

$f'(x) = 2x - \frac{-a}{x^2} = 2x + \frac{a}{x^2}$

$f'(x) = 0$

$2x + \frac{a}{x^2} = 0 \quad \times \quad x^2$

$2x^3 + a = 0$ ⟹ $x^3 = \frac{-a}{2} \quad . . .$ 1

$f''(x) = 2 + \frac{x^2(0) - 2x\,.a}{x^4} = 2 + \frac{-2ax}{x^4} = 2 - \frac{2a}{x^3} \quad . . .$ 2

$f''(x) = 2 - \frac{2a}{\frac{-a}{2}} = 2 + 4 = 6$

$f''(x) > 0$ +

الدالة تمتلك نهاية صغرى محلية

الدالة لاتمتلك نهاية عظمى محلية

نعوض معادلة 1 في معادلة 2 لتوضيح نوع النقطة

أعداد الاستاذ باسم المياحي
قناة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال7

شامل

2016 الدور الأول

المستقيم $3x - y = 7$ يمس المنحني $y = ax^2 + bx + c$ عند النقطة P(2,-1) وله نهاية صغرى محلية عند $X=\frac{1}{2}$ جد قيم a ,b ,c

الدالة تحتوي ثلاث متغيرات نحتاج الى تكوين ثلاث علاقات من معطيات السؤال كالاتي:

★ المستقيم يمس المنحني . . . . ميل المستقيم = ميل المنحني عند x= 2

$$M = \frac{-\text{معامل } x}{\text{معامل } y} = \frac{-3}{-1} = 3 \Rightarrow M = f'(2)$$

$$2a(2) + b = 3 \Rightarrow 4a + b = 3$$

$$a = \frac{3-b}{4} \quad . . . \quad 1$$

★ النقطة تحقق معادلة المنحني "مجرد نقطة . . . تعوض في الدالة فقط" $f(2) = -1$

$$a(2)^2 + b(2) + c = -1$$

$$4a + 2b + c = -1 \quad . . . \quad 2$$

★ للدالة نهاية صغرى محلية . . . مساواة المشتقة الاولى بالصفر عند $x = \frac{1}{2}$ معادلة3

$$f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f'\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$2a\left(\frac{1}{2}\right) + b = 0 \Rightarrow a + b = 0 \Rightarrow a = -b \quad . . . \quad 3$$

★ نعوض م1 مع م 3 أو نساويهما لإيجاد قيمة b

$$\frac{3-b}{4} = -b$$

أعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

@A_M_Z_F

$3 - b = -4b$ ⇨ $3b = -3$ ⇨ $b = -1$

نعوض قيمة $b = -1$ في م3 لايجاد قيمة a

$a = -(-1) = 1$

نعوض قيم a , b في م2 لإيجاد قيمة c

$4(1) + 2(-1) + c = -1$ ⇨ $4 - 2 + c = -1$

$c = -3$

أعداد
رحلة التفوق في السادس
عطاءٌ بلا حدود
@A_M_Z_F
@rhlt_altafawk

حلول تماريـن 5- 3 S

راجع ملاحظات رسم الدوال +
اطلع على الحلول بشكل سريع +
ركز على الاسئلة الشاملة والخاصة

السؤال 1

أرسم باستخدام معلوماتك في التفاضل الدوال التالية

$$f(x) = 10 - 3x - x^2$$

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات $y=0$ نعوض في الدالة لإيجاد قيم x $x^2 + 3x - 10 = 0$

$(x + 5)(x - 2) = 0$ either = -5 or x = 2

نقطتا التقاطع مع محور السينات (-5 ,0) , (2 , 0)

مع الصادات $x=0$ نعوض في الدالة لنجد قيمة y

$$f(x) = 10 - 3(0) - (0)^2 = 10$$

نقطة التقاطع مع محور الصادات (0 , 10)

3 التناظر

$$f(-x) = 10 - 3(-x) - (-x)^2 = 10 + 3x - x^2 \neq f(x)$$

لايوجد تناظر مع محور الصادات

$$f(-x) = 10 - 3(-x) - (-x)^2 = 10 + 3x - x^2 \neq -f(x)$$

لايوجد تناظر حول نقطة الأصل

عوضنا –x في الدالة وكان التغيير جزئي لايوجد تناظر والحل موضح

4 المحاذيات

" لاتوجد مستقيمات محاذية أفقية ولا شاقولية لان الدالة كثيرة الحدود وليس كسرية

إعداد الأستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

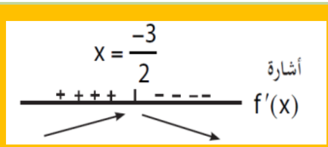
نساوي المشتقة الأولى بالصفر لنجد قيم x "نقاط الاختبار " لمعرفة إشارة المشتقة الأولى " مناطق التزايد

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

$$f(x) = 10 - 3x - x^2$$

$$f'(x) = -3 - 2x \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$-3 - 2x = 0 \Rightarrow x = \frac{-3}{2}$$

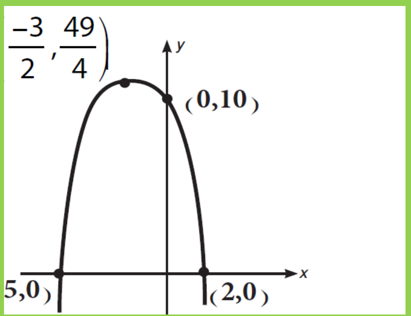


f متزايدة $\{x : x < \frac{-3}{2}\}$ و f متناقصة $\{x : x > \frac{-3}{2}\}$

$$y = 10 - 3 \times \frac{-3}{2} - (\frac{-3}{2})^2$$

$$y = 10 + \frac{9}{2} - \frac{9}{4} = \frac{40+18-9}{4} = \frac{49}{4}$$

نقطة نهاية عظمى محلية $(\frac{-3}{2}, \frac{49}{4})$



6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب $f''(x) = 0$

الدالة محدبة $f''(x) = -2 < 0$

$$f(x) = x^2 + 4x + 3$$

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات y=0 نعوض في الدالة لايجاد قيم x $x^2 + 4x + 3 = 0$

$(x+3)(x+1) = 0$ either x = -3 or x = -1

نقطتا التقاطع مع محور السينات (-3 ,0) , (-1 , 0)

مع الصادات x=0 نعوض في الدالة لنجد قيمة y

$$y = (0)^2 + 4(0) + 3 = 3$$

@A_M_Z_F

(0 , 3) نقطة التقاطع مع محور الصادات

3 **التناظر**

$$f(-x) = (-x)^2 + 4(-x) + 3 = x^2 - 4x + 3 \neq f(x)$$

لايوجد تناظر مع محور الصادات

$$f(-x) = (-x)^2 + 4(-x) + 3 = x^2 - 4x + 3 \neq -f(x)$$

لايوجد تناظر حول نقطة الأصل . . . **لايوجد أي تناظر لان الأس زوجي + فردي والتغيير جزئي**

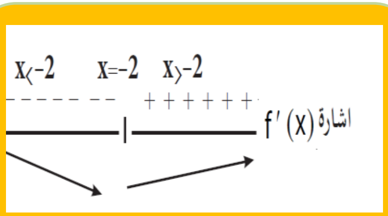
4 **المحاذيات** لاتوجد " الدالة ليست كسرية "

5 **مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة**

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 2x + 4 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

F متزايدة $\{x : x > -2\}$ و f متناقصة $\{x : x < -2\}$



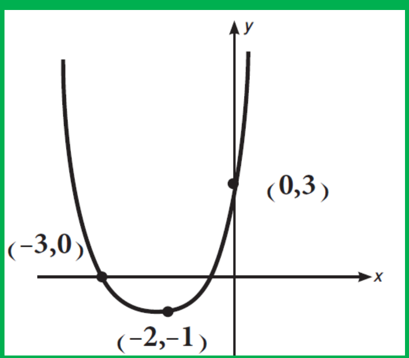
$$y = (-2)^2 + 4(-2) + 3$$

$$y = 4 - 8 + 3 = -1$$

النقطة (-2 , -1) نقطة نهاية صغرى محلية

6 **مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب**

الدالة مقعرة $\Leftarrow$ $f''(x) = 2 > 0$



@A_M_Z_F

تمهيدي 2016+ مشابه 2011
الدور الثاني 2013 + الدور الثاني

$$f(x) = (1-x)^3 + 1$$

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات y=0 نعوض في الدالة لايجاد قيم x $(1-x)^3 + 1 = 0$

$(1-x)^3 = -1 \Rightarrow 1 - x = -1 \Rightarrow x = 2$

(2 , 0) نقطة التقاطع مع محور السينات

مع الصادات x=0 نعوض في الدالة لنجد قيمة y

$$y = (1-0)^3 + 1 = 1 + 1 = 2$$

(0 , 2) نقطة التقاطع مع محور الصادات

3 التناظر

$$f(-x) = (1+x)^3 + 1 \neq f(x)$$

لايوجد تناظر مع محور الصادات

$$f(-x) = (1+x)^3 + 1 \neq -f(x)$$

لايوجد تناظر حول نقطة الأصل . . . التغيير جزئي لايوجد تناظر " الاس فردي والعدد الثابت"

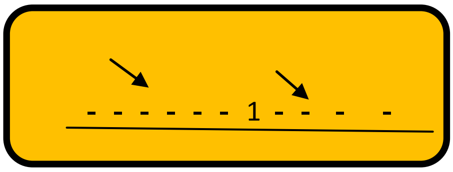
4 المحاذيات لاتوجد محاذيات أفقية او شاقولية " الدالة ليست كسرية "

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

$f'(x) = 0$

$f'(x) = -3(1-x)^2 \Rightarrow -3(1-x)^2 = 0 \Rightarrow 1 - x = 0$

$x = 1$



الدالة متناقصة $\{x : x > 1\}$, $\{x : x < 1\}$

$$y = (1-1)^3 + 1 = 0 + 1 = 1$$

إعداد الاستاذ . . . باسم المياحي
@A_M_Z_F

النقطة (1 , 1) مجرد نقطة حرجة

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$f''(x) = 6(1-x)$ ⬅ $f''(x) = 0$

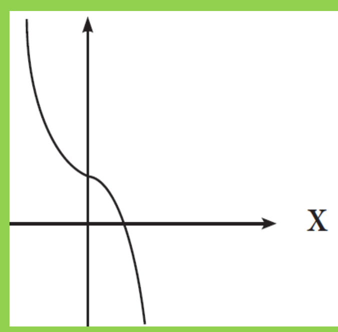
$6(1-x) = 0$ ⬅ $1 - x = 0$ ⬅ $x = 1$

+ + + + 1 - - - - -

الدالةمحدبة $\{x : x > 1\}$, الدالة مقعرة $\{x : x < 1\}$

$y = (1-1)^3 + 1 = 0 + 1 = 1$

النقطة (1 , 1) نقطة انقلاب



شامل

2011د1 + 2015د3

$f(x) = 6x - x^3$

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات ⬅ y = 0 نعوض في الدالة لايجاد قيم x ⬅ $6x - x^3 = 0$

$x(6 - x^2) = 0$ either $x = 0$ or $x = \pm\sqrt{6}$

نقطة التقاطع مع محور السينات $(0, 0), (0, \sqrt{6}), (0, -\sqrt{6})$

القيمة التقريبية للجذر نحتاجها عند التمثيل على خط الاعداد $\sqrt{6} \cong 2.4$

مع الصادات ⬅ x=0 نعوض في الدالة لنجد قيمة y

اعداد الاستاذ ... باسم ال...
@A_M_Z_F

$$y = 6(0) - (0)^3 = 0$$

نقطة التقاطع مع محور الصادات **(0 , 0)**

3 التناظر

$$f(-x) = 6(-x) - (-x)^3 = -6x + x^3 = -f(x)$$

التناظر حول نقطة الأصل " الاس فردي يحافظ على الاشارة فحصلنا على هذا النوع من التناظر"

4 المحاذيات لاتوجد " الدالة ليست كسرية "

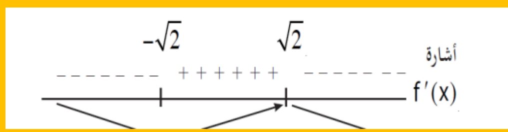
5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = 6 - 3x^2 \Rightarrow 6 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 2 - x^2 = 0$$

$$x = \pm\sqrt{2}$$

علما ان $\sqrt{2} \cong 1.4$



Either x = $\sqrt{2}$

$$y1 = 6\sqrt{2} - (\sqrt{2})^3 = 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

النقطة $(\sqrt{2}\ ,\ 4\sqrt{2})$ عظمى محلية

Or x = - $\sqrt{2}$

$$y2 = -6\sqrt{2} - (-\sqrt{2})^3 = -6\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

النقطة $(-\sqrt{2}\ ,\ -4\sqrt{2})$ صغرى محلية

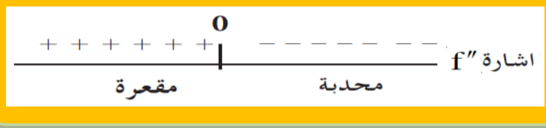
F متناقصة $\{x : x > \sqrt{2}\} \cup \{x : x < -\sqrt{2}\}$

F متزايدة في الفترة المفتوحة $(-\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2})$

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$$f''(x) = -6x \Rightarrow f''(x) = 0$$

@A_M_Z_F

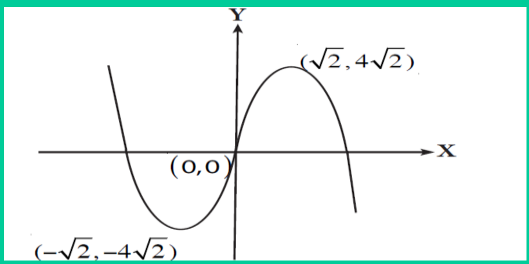


$x = 0$

F مقعرة $\{x : x < 0\}$, f محدبة $\{x : x > 0\}$

$y = 6(0) - (0)^3 = 0$

النقطة (0 , 0) نقطة انقلاب



advice

عزيزي الطالب ركز على هذا النوع من الاسئلة الخاصة لوجود الفجوة " القيمة لاتنتمي لمجال الدالة " . . . الحل خاص وقاعدته مختلفة . . . ركز على طريقة الحل ولاحظ الاختلاف

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

1 اوسع مجال للدالة $R/\{0\}$

2 نقاط التقاطع مع المحورين

لايوجد تقاطع مع محور السينات عندما $y = 0$ ⬅ $\frac{1}{x} = 0$ ⬅ $1 \neq 0$

لايوجد تقاطع مع محور الصادات عندما x=0 ⬅ لان ⬅ $y = \frac{1}{0} = \infty$

3 التناظر . . . نعوض –x الدالة . . نحصل على دالة و بعكس الإشارة " حول الاصل" . . . لان الأس فردي

$$f(-x) = -\frac{1}{x} = -f(x)$$

التناظر حول نقطة الأصل

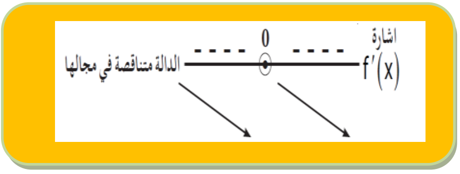
4 المحاذيات

الشاقولي $x = 0$

الافقي $y = 0$ ⬅ $x = \frac{1}{y}$ ⬅ $y = \frac{1}{x}$ ⬅

@A_M_Z_F

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة



$$f'(x) = 0$$

$$f'(x) = \frac{x \times 0 - 1 \times 1}{x^2} = \frac{-1}{x^2}$$

$$\frac{-1}{x^2} \neq 0$$

★ لاتوجد نقطة حرجة

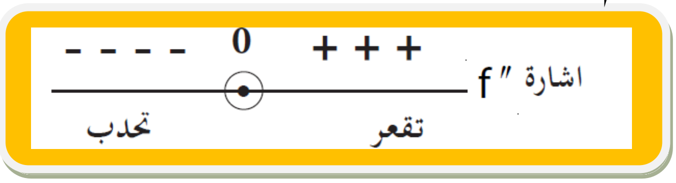
6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$$f''(x) = \frac{x^2 \times 0 - 2x \times -1}{x^4}$$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3}$$

$$\frac{2}{x^3} \neq 0$$

★ لاتوجد نقطة انقلاب

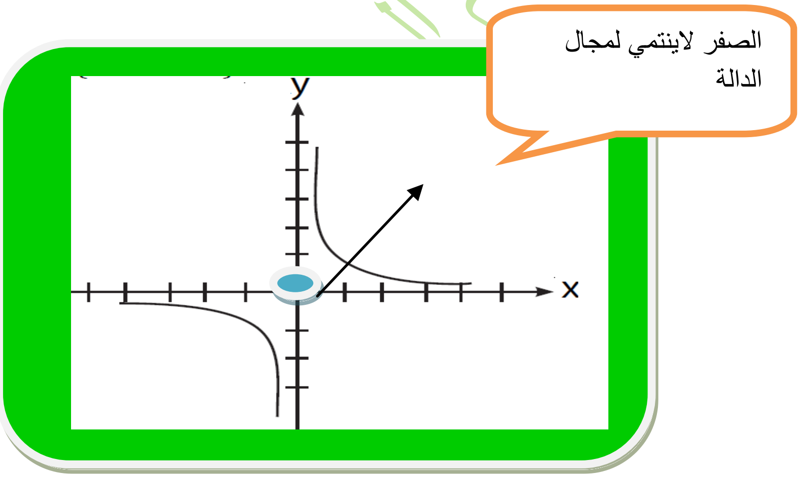


F مقعرة $\{x : x > 0\}$, f محدبة $\{x : x < 0\}$

أعداد الاستاذ : باسم ال

★ بما ان النقاط غير كافية لتحديد معالم الرسم نأخذ نقاط أضافية ونعوضها في الدالة لايجاد صورها كما هو موضح :

X	y
-2	$-\frac{1}{2}$
-1	-1
1	1
2	$\frac{1}{2}$



@A_M_Z_F

خاص

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

1 اوسع مجال للدالة $R / \{-1\}$

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات ← $y = 0$

نقطة التقاطع مع السينات $(1, 0)$ ⇐ $x = 1$ ⇐ $x - 1 = 0$ ⇐ $\frac{x-1}{x+1} = 0$ ⇐

مع الصادات ← $x = 0$

نقطة التقاطع مع الصادات $(0, -1)$ ⇐ $y = \frac{0-1}{0+1} = -1$ ⇐

3 التناظر : لايوجد مع الصادات ولا مع نقطة الاصل

4 المحاذيات :

الشاقولي $x = -1$

الافقي

توضيح

لايجاد المحاذي الأفقي (نجد x بدلالة ال y

بعد ذلك يكون المحاذي مايجعل المقام = 0

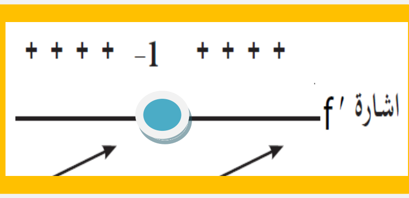
⇐ $y = \frac{x-1}{x+1}$ ⇐ $yx + y = x - 1$ ⇐ $yx - x = -1 - y$

$x(y-1) = -1 - y$ ⇐ $x = \frac{-1-y}{y-1}$ ⇐ $y = 1$ المحاذي الافقي

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة ← $f'(x) = 0$

⇐ $f'(x) = \frac{2}{(x+1)^2}$ ⇐ $\frac{2}{(x+1)^2} \neq 0$

F متزايدة $\{x : x > -1\}$, $\{x : x < -1\}$



لاتوجد نقطة حرجة

نأخذ مايجعل المقام يساوي صفر لكن نتركه فجوة لانه لاينتمي لمجال الدالة " لغرض الاختبار فقط " ولايحق لنا اختياره كمسقط سيني لاحقا + اختبار التزايد والتناقص في المشتقة الاولى والتقعر والتحدب في المشتقة الثانية " كل سؤال بشكل فجوة يعتبر خاص وقاعدة تختلف عن البقية "

إعداد الأستاذ : باسم المياحي

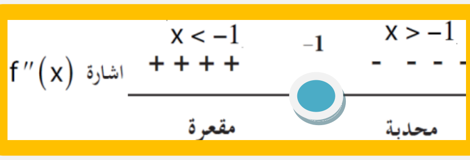
@A_M_Z_F

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$$f''(x) = 0$$

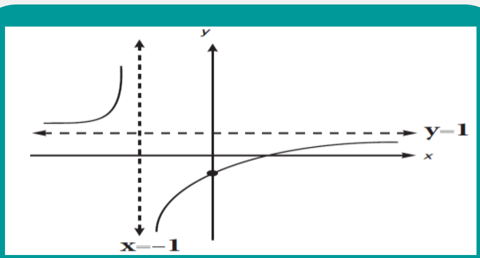
$$\rightarrow f''(x) = \frac{0 \times (x+1)^2 - 2\times 2(x+1)}{(x+1)^4} = \frac{-4}{(x+1)^3}$$

$$\frac{-4}{(x+1)^3} \neq 0$$



F مقعرة $\{x : x < -1\}$, f محدبة $\{x : x > -1\}$

لاتوجد نقطة انقلاب " لان 1- لاينتمي لمجال الدالة"



$$f(x) = (x+2)\quad(x-1)^2$$

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع مع المحورين

مع السينات Y=0 ⇐ $(x+2)\quad(x-1)^2 = 0$

⇐ either $x = -2$ or $x = 1$ ⇐ $(-2, 0), (1, 0)$ نقاط التقاطع مع السينات

مع الصادات x = 0

⇐ $(0+2)\quad(0-1)^2 = 2 \times 1 = 2$ ⇐ $Y = 2$ ⇐ $(0, 2)$ نقطة التقاطع مع الصادات

3 التناظر

$$f(-x) = (-x+2)\quad(-x-1)^2 \neq f(x)$$

لايوجد تناظر مع محور الصادات

$$f(-x) = (-x+2)\quad(-x-1)^2 \neq -f(x)$$

لايوجد تناظر حول نقطة الاصل

4 المحاذيات : لاتوجد محاذيات افقية ولا شاقولية

أعداد الاستاذ . . . باسم الرياحي

قناة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

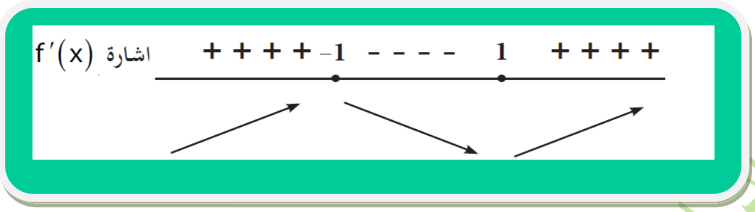
$f'(x) = 0$

$f'(x) = 1 \,.\, (x-1)^2 + (x+2)\,.\,2\,(x-1)$

$= x^2 - 2x + 1 + (x+2)\,.\,(2x-2)$

$= x^2 - 2x + 1 + 2x^2 - 2x + 4x - 4$

$= 3x^2 - 3 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$



F متزايدة $\{x : x > 1\}$, $\{x : x < -1\}$

F متناقصة (-1 , 1)

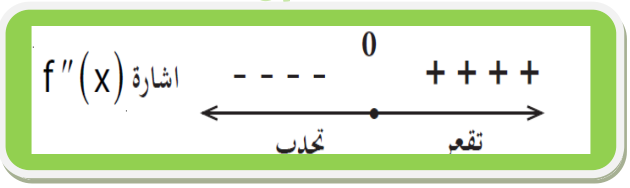
(0 , 1) نقطة نهاية صغرى محلية , (-1 ,4) نقطة نهاية عظمى محلية

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

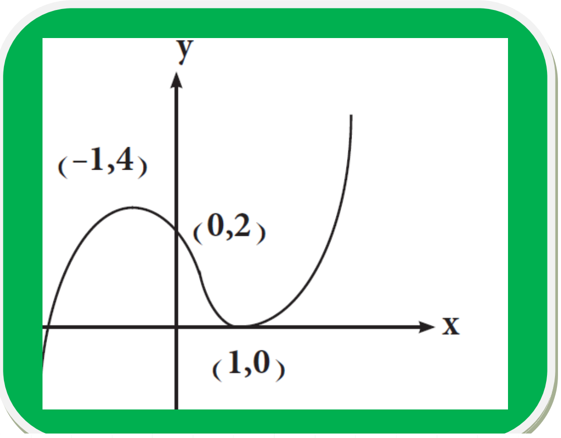
$f''(x) = 0$

$f''(x) = 6x \Rightarrow x = 0$

F مقعرة $\{x : x > 0\}$, f محدبة $\{x : x < 0\}$



نقطة انقلاب (0 , 2)



أعداد الأستاذ : باسم الميالي

@A_M_Z_F

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

1 اوسع مجال للدالة R " $x^2 + 1 \neq 0$ " . . جمع مربعين لايساوي 0

2 مع السينات Y = 0 ⟸ $x^2 - 1 = 0$ ⟸ $x = \pm 1$

نقاط التقاطع مع السينات $(1,0),\ (-1,0)$ ⟸ either $x = 1$ *or* $x = -1$ ⟹

مع الصادات ⟸ x =0

نقطة التقاطع مع الصادات (0 ,-1) ⟸ Y = -1 ⟸ $y = \frac{0-1}{0+1}$ ⟹

3 التناظر:

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} = \frac{(-x)^2 - 1}{(-x)^2 + 1} = f(-x)$$ "الاس زوجي يجعل

الاشارة موجبة دائما يحافظ على شكل الدالة . . . التناظر صادي"

التناظر حول محور الصادات

4 المحاذيات

الشاقولي لايوجد لان $x^2 + 1 \neq 0$ "جمع مربعين لايساوي صفر في R"

الافقي

⟹ $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$ ⟹ $y x^2 + y = x^2 - 1$ ⟹ $y x^2 - x^2 = -1 - y$

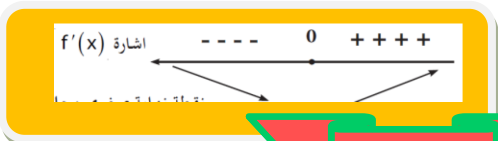
$x^2 = \frac{-1-y}{y-1}$ ⟹ Y = 1 المحاذي الافقي

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة ⟸

⟹ $f'(x) = 0$

$f'(x) = \frac{(x^2 + 1)\times 2x - 2x(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{2x^3 + 2x - 2x^3 + 2x}{(x^2 + 1)^2}$

⟹ $\frac{4x}{(x^2 + 1)^2} = 0$ ⟹ $4x = 0$



إعداد الأستاذ .. باسم المبرجي

@A_M_Z_F

F متزايدة $\{x : x > 0\}$ ، F متناقصة $\{x : x < 0\}$

النقطة $(0 , -1)$ نقطة نهاية صغرى محلية

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$$f''(x) = 0$$

$$f''(x) = \frac{(x^2+1)^2 \times 4 - 2(x^2+1) \times 2x \times 4x}{(x^2+1)^4}$$

$$= \frac{(x^2+1)[4x^2 + 4 - 16x^2]}{(x^2+1)^4} = \frac{-12x^2 + 4}{(x^2+1)^3}$$

$$\frac{-12x^2+4}{(x^2+1)^3} = 0 \Rightarrow -12x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$$

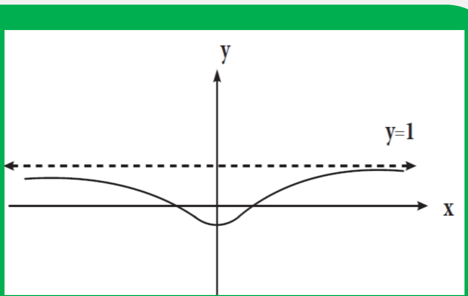
اشارة $f''(x)$		$-\frac{1}{\sqrt{3}}$		$\frac{1}{\sqrt{3}}$	
	- - - -		+ + + +		- - - -
	تحدب		تقعر		تحدب

F مقعرة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} , \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

F محدبة $\left\{x : x < -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$ ، $\left\{x : x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

$$y = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + 1} = \frac{\frac{1}{3} - 1}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{\frac{-2}{3}}{\frac{4}{3}} = -\frac{1}{2}$$

نقطتا الانقلاب هما $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} , -\frac{1}{2}\right)$ ، $\left(\frac{1}{\sqrt{3}} , -\frac{1}{2}\right)$



أعداد الأستاذ .... باسم الرياحي

@A_M_Z_F

$f(x) = 2x^2 - x^4$

الدور الثاني 2012

1 اوسع مجال للدالة R

2 نقاط التقاطع :

مع السينات ⬅ Y=0

$\Rightarrow 2x^2 - x^4 = 0 \Rightarrow x^2\ (2 - x^2) = 0 \Rightarrow$ either $x = 0$ or $x = \pm\sqrt{2}$

نقاط التقاطع مع السينات $(0,0)$, $(\sqrt{2},0)$, $(-\sqrt{2},0)$

مع الصادات ⬅ x =0

$\Rightarrow y = 2(0)^2 - (0)^4 = 0 \Rightarrow$ نقطة التقاطع مع الصادات $(0,\ 0)$

3 التناظر:

الاس زوجي يجعل الاشارة موجبة ويحافظ على الدالة .. التناظر صادي

$f(-x) = 2(-x)^2 - (-x)^4 = 2x^2 - x^4 = f(x)$

التناظر حول محور الصادات

4 المحاذيات " لاتوجد لان الدالة ليست كسرية "

5 مناطق التزايد و التناقص و النقاط الحرجة

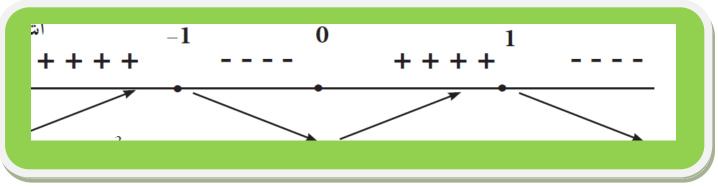
$f'(x) = 0$

$f'(x) = 4x - 4x^3 \Rightarrow 4x - 4x^3 = 0 \Rightarrow x(4 - 4x^2) = 0$

$\Rightarrow$ either $x = 0$ or $\Rightarrow x = \pm 1$

★ F متزايدة $\{x : x < -1\}$, $(0\ ,\ 1)$

F متناقصة $\{x : x > 1\}$, $(-1\ ,\ 0)$



★ النقطتان $(-1\ ,\ 1)$, $(1\ ,\ 1)$ نقطتا نهاية عظمى محلية ,

★ النقطة$(0\ ,\ 0)$ نقطة نهاية صغرى محلية

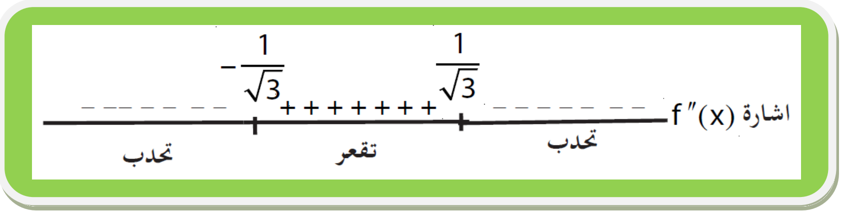
إعداد الأستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$f''(x) = 0$

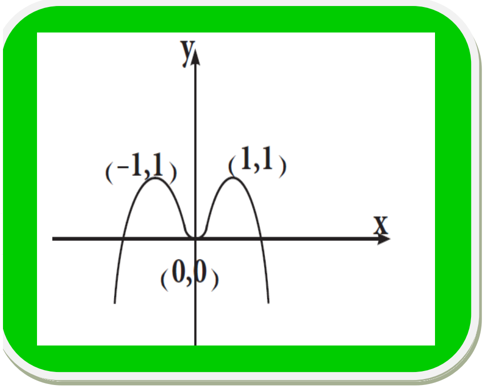
$f''(x) = 4 - 12x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$



★ F مقعرة $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}} , \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

F محدبة $\left\{x : x < -\frac{1}{\sqrt{3}}\right\} , \left\{x : x > \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$

★ النقطتان $\left(\frac{1}{\sqrt{3}} , \frac{5}{9}\right) , \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} , \frac{5}{9}\right)$ نقطتا انقلاب



$y2 = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 = \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{6-1}{9} = \frac{5}{9}$

أعداد الأستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

شامل

$$f(x) = \frac{6}{x^2 + 3}$$

1 اوسع مجال للدالة R لان " $x^2 + 3 \neq 0$ " جمع مربعين لا يساوي صفر في R

2 نقاط التقاطع :

مع السينات ← Y=0

لاتوجد نقطة تقاطع مع السينات ← $6 \neq 0$ ← $0 = \frac{6}{x^2 + 3}$ ←

مع الصادات ← x =0

نقطة التقاطع مع الصادات (0 , 2) ← $y = \frac{6}{0+3} = \frac{6}{3} = 2$ ←

3 التناظر:

$f(-x) = \frac{6}{(-x)^2 + 3} = \frac{6}{x^2 + 3} = f(x)$ "الاس زوجي يحافظ على الاشارة "

الدالة متناظرة حول محور الصادات

4 المحاذيات

الشاقولي لايوجد لان $x^2 + 3 \neq 0$ جمع مربعين لايساوي 0

الافقي

$y = \frac{6}{x^2 + 3}$ ← $y\ x^2 + 3y = 6$ ← $y\ x^2 = 6 - 3y$

$x^2 = \frac{6-3y}{y}$ ← $y = 0$ المحاذي الافقي

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

$f'(x) = 0$

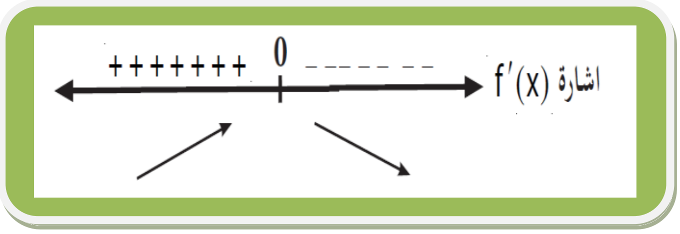
$$f'(x) = \frac{(x^2 + 3) \times 0 - 2x \times 6}{(x^2 + 3)^2} = \frac{-12x}{(x^2 + 3)^2}$$

أعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

$\frac{-12x}{(x^2+3)^2} = 0$ ⟹ $-12x = 0$ ⟹ $x = 0$

★ F متزايدة $\{x : x < 0\}$, F متناقصة $\{x : x > 0\}$



★ النقطة (2, 0) نهاية عظمى محلية

6 مناطق التقعر و التحدب ونقاط الانقلاب ⟸ $f''(x) = 0$

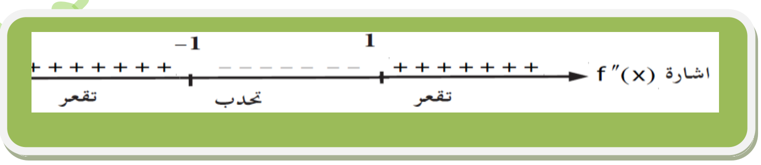
$$f''(x) = \frac{(x^2+3)^2 \times -12 - 2(x^2+3).2x(-12x)}{(x^2+3)^4}$$

$$f''(x) = \frac{(x^2+3)[-12.(x^2+3)+48x^2]}{(x^2+3)^4}$$

$$f''(x) = \frac{-12x^2 - 36 + 48x^2}{(x^2+3)^3} = \frac{-36+36x^2}{(x^2+3)^3}$$

$\frac{-36+36x^2}{(x^2+3)^3} = 0$ ⟹ $-36+36x^2 = 0$ ⟹ $x^2 = 1$

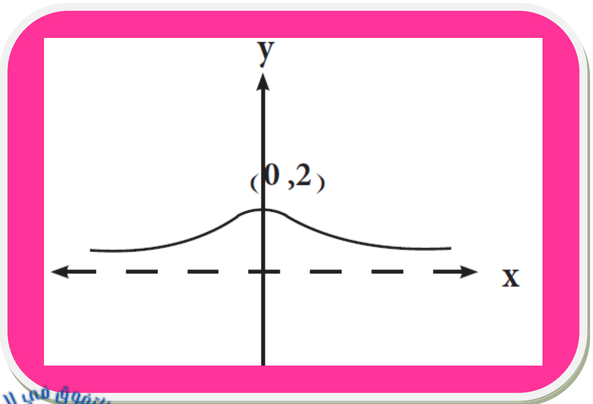
$x = \pm 1$



★ F مقعرة $\{x : x < -1\}, \{x : x > 1\}$

F محدبة $(-1, 1)$

★ النقطتان $(-1, \frac{3}{2})$, $(1, \frac{3}{2})$ نقطتا انقلاب



$$y1 = \frac{6}{1^2+3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$y2 = \frac{6}{(-1)^2+3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

@A_M_Z_F

مثال

جد العدد الذي اذا اضيف الى مربعه يكون الناتج اصغر مايمكن

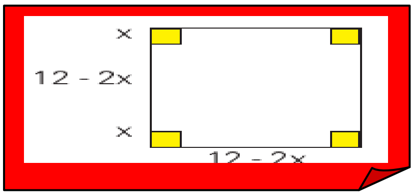
نفرض ان العدد x ومربعه x^2

$$Z = x^2 + x$$

$$\bar{Z} = 0 \Rightarrow 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$$

مثال

صنع صندوق من قطعة من النحاس مربعة الشكل طول ضلعها 12 cm وذلك بقص اربع مربعات متساوية الابعاد من اركانها ثم ثني الاجزاء البارزة منها . ماهو الحجم الاعظم لهذه اللعبة



يكون الشكل بعد التركيب متوازي مستطيلات

$$V = X\,Y\,Z = X\,(12-2X)\,(12-2X)$$

$$V = X\,(12-2X)^2 = X\,(144-48X+4x^2)$$

$$= (144x - 48x^2 + 4x^3) \Rightarrow \bar{V} = 0$$

$$144 - 96X + 12x^2 = 0 \quad \div 12$$

$$x^2 - 8X + 12 = 0 \Rightarrow (X-6)\,(X-2) = 0$$

$x = 6$ يهمل $\quad or \quad x = 2$

لانه عند التعويض يصبح البعد صفر

$$V = 2\,(12-2\,(2))^2 = 2 \times (12-4)^2 = 2 \times 8^2$$

$$= 2 \times 64 = 128 \ cm^3$$

توضيح

عند اجراء القص من الصندوق يصبحا البعدين الطول + العرض " 12 - 2x" كل بعد ينقص بمقدار 2x لانه يتاثر من الجانبيين . . . اما الارتفاع هو عبارة عن الجزء المقطوع x . . . بعد ان حصلنا على الابعاد بامكاننا ان نجد الحجم "عبارة عن ضرب الابعاد " . . . مقدارين متشابهين عند الضرب "مربع كامل " . . . نشتق +نساوي بالصفر لايجاد x . . . نعوض في دالة الحجم

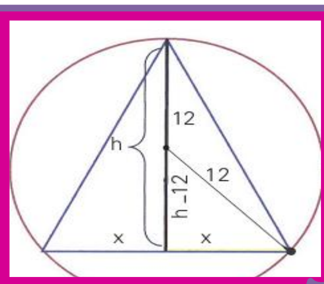
اعداد الاستاذ : باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

جد بعدي اكبر مثلث متساوي الساقين يمكن ان يوضع داخل دائرة نصف قطرها 12 cm

. . . ثم برهن ان نسبة مساحة المثلث الى مساحة الدائرة كنسبة $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$



$$(12)^2 = (h-12)^2 + x^2$$

$$144 = h^2 - 24h + 144 + x^2$$

$$x^2 = 24h - h^2 \Rightarrow x = \sqrt{24h - h^2} \quad . . . \boxed{1}$$

$$A = \frac{1}{2}\ 2X\ .\ h = x\,.h \quad . . . \boxed{2}$$

$$A = \sqrt{24h - h^2}\,.h = \sqrt{24h^3 - h^4}$$

$$A = [24h^3 - h^4]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \bar{A} = 0$$

$$\frac{1}{2}[24h^3 - h^4]^{-\frac{1}{2}}\ (72h^2 - 4h^3) = 0$$

$$\frac{(72h^2 - 4h^3)}{2\sqrt{24h^3 - h^4}} = 0 \Rightarrow 72h^2 - 4h^3 = 0 \quad \div 4 \Rightarrow 18h^2 - h^3 = 0$$

$$h^2(18 - h) = 0 \Rightarrow h = 0 \text{ يهمل} \qquad h = 18\,cm$$

$$x = \sqrt{24(18) - (18)^2}$$ نعوض في معادلة 1 لايجاد x

$$x = \sqrt{18(24 - 18)} = \sqrt{18 \times 6} = \sqrt{108} = \sqrt{36 \times 3}$$

$$= 6\sqrt{3}\ cm$$

المثلث $A1 = \frac{1}{2}\ 2X\ .\ h = x\,.h = 6\sqrt{3} \times 18 = 108\sqrt{3}\ cm^2$

الدائرة $A2 = (12)^2\,\pi = 144\,\pi$

$$\frac{A1}{A2} = \frac{108\sqrt{3}}{144\,\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{4\pi}$$

توضيح

من نظرية فيثاغورس . . كونا معادلة 1"التعويض"

من قانون المساحة للمثلث . . معادلة 2 "الاشتقاق"

نعوض معادلة1 في معادلة 2 لايجاد قيمة h بعدها التعويض في معالة 1 لايجاد x

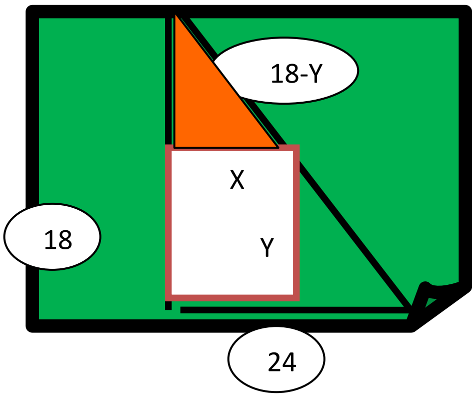
نجد مساحة المثلث + الدائرة لاثبات صحة التناسب

أعداد الأستاذ . . . باسم المالكي

@A_M_Z_F

مثال

جد بعدي اكبر مستطيل يمكن ان يوضع داخل مثلث طول قاعدته 24 cm وارتفاعه 18 cm بحيث ان راسين متجاورين من رؤوسه تقعان على القاعدة والراسين الباقيين على ساقيه



من علاقة تشابه المثلثات " الرسم يوضح ذلك"

$$\frac{18}{18-Y}=\frac{24}{X}$$

$$\frac{3}{18-Y}=\frac{4}{X}$$

$$3x = 72 - 4y \Rightarrow X=\frac{72-4Y}{3} \quad \ldots \quad (1)$$

$$\Rightarrow A = X.Y \quad \ldots \quad (2)$$

نعوض معادلة1 في معادلة 2 " لغرض الاشتقاق والمساواة بالصفر " . . لايجاد قيمة Y

$$A = X.Y = \left(\frac{72-4Y}{3}\right) . Y$$

$$= \frac{72y-4y^2}{3} \Rightarrow \bar{A}=0$$

$$\frac{72-8y}{3}=0 \Rightarrow 72-8Y=0 \Rightarrow Y=9 \; CM$$

نعوض في معادلة 1 لايجاد x

$$X=\frac{72-4\times 9}{3}$$

$$=\frac{72-36}{3}=\frac{36}{3}=12 \; cm$$

أعداد الاستاذ . باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

2013 التكميلي + 2015د 3

مجموع محيطي دائرة ومربع يساوي 60 cm اثبت انه عندما يكون مجموعي مساحتي الشكلين اصغر مايمكن فان طول قطر الدائرة يساوي طول ضلع المربع

مجموع محيطي الدائرة + المربع = 60 . . . نكون معادلة 1 "التعويض"

$S_{الدائرة} + S_{المربع} = 60 \Rightarrow 2r\pi + 4x = 60$

$r = \frac{60 - 4x}{2\pi} \div 2 \Rightarrow r = \frac{30 - 2x}{\pi}$ . . . 1

مجموع مساحتهما اصغر مايمكن . . . نكون من مجموع المساحتين "معادلة 2 "الاشتقاق"

$A_{الدائرة} + A_{المربع} = r^2\pi + x^2$ . . . 2

نعوض معادلة 1 في معادلة 2 لايجاد x

$A_{الشكلين} = \left[\frac{30 - 2x}{\pi}\right]^2 \pi + x^2 = \left[\frac{900 - 120x + 4x^2}{\pi^2}\right]\pi + x^2$

$= \left[\frac{900 - 120x + 4x^2}{\pi}\right] + x^2 \Leftarrow \bar{A}_{الشكلين} = 0$

$= \left[\frac{-120 + 8X}{\pi}\right] + 2X = 0 \quad \times \pi$

$-120 + 8X + 2x\pi = 0 \quad \div 2 \Rightarrow x\pi + 4x = 60$

$x(\pi + 4) = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{(\pi + 4)}\ cm$

نعوض في معادلة 1 لايجاد r

$r = \frac{30 - 2\left[\frac{60}{(\pi+4)}\right]}{\pi}$

.. $r = \frac{30 - \left[\frac{120}{(\pi+4)}\right]}{\pi} = \frac{\left[\frac{30\pi + 120 - 120}{(\pi+4)}\right]}{\pi} = \frac{\left[\frac{30\pi}{(\pi+4)}\right]}{\pi}$

$= \frac{30}{(\pi+4)}\ \text{cm} \Rightarrow 2r = x$

الأستاذ باسم المياحي

قناة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

مثال

2011 د2 + مشابه 2015 د2

جد نقطة او نقاط تنتمي للزائد $y^2 - x^2 = 3$ بحيث يكون اقرب مايمكن للنقطة (0 , 4)

نفرض ان النقطة (x, y) . . . من قانون المسافة بين نقطتين + معادلة القطع الزائد "التعويض" لغرض تقليل المتغيرات + الاشتقاق والمساواة بالصفر لإيجاد قيمة y

معادلة القطع الزائد "معادلة 1 "التعويض" $x^2 = y^2 - 3 \quad . . .$ (1)

$$D = \sqrt{(x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 + (y - 4)^2} = \sqrt{x^2 + y^2 - 8y + 16} \quad . . . \; (2)$$

$$= \sqrt{y^2 - 3 + y^2 - 8y + 16} = \sqrt{2y^2 - 8y + 13}$$

$$D = [2y^2 - 8y + 13]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \bar{D} = 0$$

$$\frac{1}{2}[2y^2 - 8y + 13]^{-\frac{1}{2}} (4y - 8) = 0$$

$$\frac{2(2y - 4)}{2\sqrt{2y^2 - 8y + 13}} = 0 \Rightarrow 2y - 4 = 0 \Rightarrow y = \frac{4}{2} = 2$$

نعوض في معادلة 1 لايجاد x $\Leftarrow$ $x^2 = (2)^2 - 3$

$$x^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

النقطتان هما p1(1,2) , p2 (-1 , 2)

اعداد الاستاذ . . . باسم الميامي

@A_M_Z_F

حلول تمارين 6- 3 S

السؤال 1

جد عددين موجبين مجموعهما = 75 وحاصل ضرب أحداهما في مربع الآخر اكبر مايمكن

نفرض ان العدد الاول =X و العدد الثاني = Y

معطى " مجموع العددين = 75
نعتبرها دالة التعويض بعد الترتيب

نكون دالة1

$X + Y = 75$

نرتب دالة1

$X = 75 - Y \ldots$ **1**

نعتبرها دالة الاشتقاق بعد تعويض 1 في 2
لتقليل عدد المتغيرات

نكون دالة2

$Z = X \cdot Y^2$

$Z = (75 - y) \cdot Y^2$ **2**

نشتق الدالة ونساويها بالصفر لايجاد قيمة y

$z = 75Y^2 - Y^3$

$Z' = 150y - 3Y^2 \Rightarrow Z' = 0 \Rightarrow 150y - 3Y^2$

$y(150 - 3y) = 0$

العدد الاول

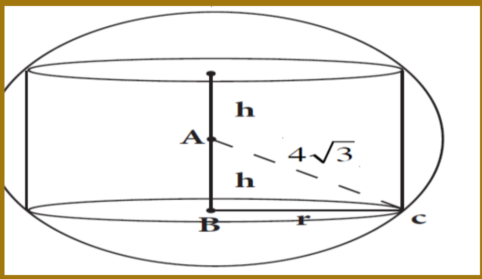
$\Rightarrow$ either $y = 0$ تهمل or $y = 50$ نعوض دالة1 لنحصل على x

$\Rightarrow x = 75 - 50 = 25$ العدد الثاني

@A_M_Z_F

السؤال 2

جد ارتفاع اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل كرة نصف قطرها $4\sqrt{3}$ cm



نحتاج الى تكوين دالتين احدهما للاشتقاق "دالة الحجم للاسطوانة"

ودالة للتعويض " من الرسم الموضح جانبا " مبرهنة فيثاغورس"

نفرض ان الحجم = v

الارتفاع = 2h و نصف القطر = r

دالة التعويض من الرسم

نكون دالة 1

$$(4\sqrt{3})^2 = h^2 + r^2$$

$$48 = h^2 + r^2 \Rightarrow r^2 = 48 - h^2 \quad \ldots \quad 1$$

دالة الاشتقاق " قانون حجم الاسطوانة "

نكون دالة2

$$V = . \ r^2 \ 2h\pi \quad 2$$

$$V = (48 - h^2) 2h\pi = 2\pi(48h - h^3)$$

نعوض 1 في 2 ثم نشتق الدالة ونساويها بالصفر لايجاد الارتفاع

$$V' = 2\pi(48 - 3h^2) \Rightarrow 2\pi(48 - 3h^2) = 0$$

$$48 - 3h^2 = 0 \;\div 3 \Rightarrow h^2 = 16 \Rightarrow h = 4$$

الارتفاع = 8 cm

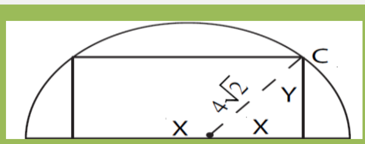
@A_M_Z_F

السؤال 3

2012 الدور الاول

جد بعدي اكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها = $4\sqrt{2}$ cm

نفرض طول المستطيل = 2x , عرض المستطيل = y , مساحة المستطيل A



حسب مبرهنة فيثاغورس " نكون دالة التعويض"

$$(4\sqrt{2})^2 = x^2 + y^2$$

نرتب دالة1

$$x^2 = 32 - y^2 \Rightarrow x = \sqrt{32 - y^2} \quad \ldots 1$$

نرتب دالة2

$$A = 2x \cdot y \quad \ldots 2$$

مساحة المستطيل= الطول × العرض

نعتبرها دالة الاشتقاق

نعوض 1 في 2 لنحصل على قيمة y

$$A = 2\sqrt{32 - y^2} \cdot y = 2\sqrt{32y^2 - y^4}$$

$$A = 2[32y^2 - y^4]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow A' = 0$$

عندما يدخل حد على جذر لاس ياخذ المقلوب لذلك الاس

عند الجذر التربيعي يربع ويدخل وكذلك

$$A' = 2\frac{1}{2} \times [32y^2 - y^4]^{-\frac{1}{2}} \times [64Y - 4y^3]$$

$$A' = \frac{[64Y - 4y^3]}{\sqrt{32y^2 - y^4}} \Rightarrow \frac{[64Y - 4y^3]}{\sqrt{32y^2 - y^4}} = 0$$

$$64Y - 4y^3 = 0 \quad \div 4 \Rightarrow 16Y - y^3 = 0$$

$$Y(16 - y^2) = 0 \Rightarrow \text{either } y = 0 \quad \text{or } y = \pm 4$$

نعوض في م1 لنحصل على x   if $y = 4\ cm$

$$\Rightarrow x = \sqrt{32 - 16} = \sqrt{16} = 4 \Rightarrow 2x = 8\ cm$$

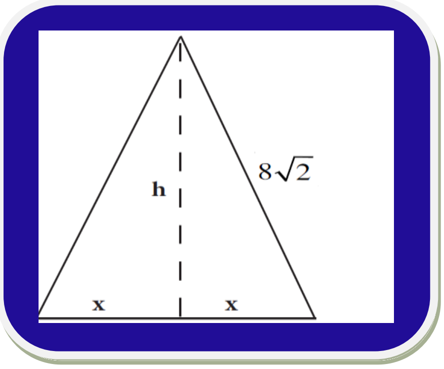
طول المستطيل

@A_M_Z_F

السؤال 4

تمهيدي 2016

جد اكبر مساحة لمثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه = $8\sqrt{2}$



نفرض مساحة المثلث = A

طول قاعدته = 2x , ارتفاع المثلث = h

$(8\sqrt{2})^2 = x^2 + h^2 \quad . . . \quad 1$

نكون دالة التعويض "مبرهنة فيثاغورس"

نرتب م1 $\quad 128 = x^2 + h^2 \Rightarrow x = \sqrt{128 - h^2} \quad . . . \quad 1$

نكون دالة الاشتقاق من قانون مساحة المستطيل = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$A = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot h \Rightarrow A = x \cdot h \quad . . . \quad 2$

نعوض م1 في م2 لنحصل على h

$A = \sqrt{128 - h^2} \times h = \sqrt{128h^2 - h^4}$

$A = [128h^2 - h^4]^{\frac{1}{2}} \Rightarrow A' = 0$

$A' = \frac{1}{2} \times [128h^2 - h^4]^{-\frac{1}{2}} \times [256h - 4h^3]$

$A' = \frac{[256h - 4h^3]}{2\sqrt{128h^2 - h^4}} \Rightarrow \frac{[256h - 4h^3]}{2\sqrt{128h^2 - h^4}} = 0$

$256h - 4h^3 = 0 \quad \div 4 \Rightarrow 64h - h^3 = 0$

$h(64 - h^2) = 0 \Rightarrow$ either $h = 0$ or $h = \pm 8$

نعوض h=8 في م1 لنحصل على x

$x = \sqrt{128 - 64} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

$A = x \cdot y = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$

اعداد الاستاذ . . . باسم المياحي
@A_M_Z_F

السؤال 4

جد اقل محيط ممكن للمستطيل الذي مساحته = $16\ cm^3$

نفرض طول المستطيل = x , عرض المستطيل = y , محيط المستطيل = s

نكون دالة 1

$A = x \cdot y \Rightarrow 16 = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{16}{x} \quad . . . (1)$

من قانون المساحة نكون دالة1 التعويض

نكون دالة 2

$S = (x + y) \times 2$

$S = 2x + 2y \quad . . . (2)$

نعوض معادلة 1 في معادلة 2

$S = 2x + 2 \times \frac{16}{x} = 2x + \frac{32}{x}$

$S' = 2 + \frac{-32}{x^2} \Rightarrow 2 + \frac{-32}{x^2} = 0 \quad \times x^2$

$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

نعوض x = 4 في 1 لايجاد قيمة y

$y = \frac{16}{4} = 4$

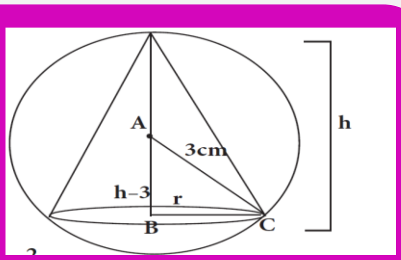
$S = 2(4) + 2(4) = 8 + 8 = 16\ cm$

أعداد الاستاذ .. باسم الهرجي

@A_M_Z_F

السؤال 5

جد حجم اكبر مخروط دائري قائم يمكن وضعه داخل كرة نصف قطرها = 3 cm



نفرض حجم المخروط = V وارتفاعه = h ونصف قطره = r

$(3)^2 = r^2 + (h-3)^2 \quad . . .$ 1

نكون دالة التعويض حسب مبرهنة فيثاغورس "من الرسم

$9 = r^2 + h^2 - 6h + 9$

نرتب علاقة 1

$r^2 = 6h - .h^2 \quad . .$ 1

دالة الحجم هي دالة الاشتقاق

نكون دالة 2

$V = \frac{\pi}{3} . r^2 .h \quad . . .$ 2

نعوض 1 في 2

$V = \frac{\pi}{3} .(6h - h^2). h \Rightarrow V = \frac{\pi}{3}(6h^2 - h^3)$

$V' = \frac{\pi}{3}(12h - 3h^2) \Rightarrow \frac{\pi}{3}(12h - 3h^2) = 0 \quad \div \frac{\pi}{3}$

$3h(4 - h) = 0 \quad \div 3 \Rightarrow h(4-h) = 0$

either $h = 0$ تهمل or $h = 4$ cm الارتفاع

نعوض h= 4 في 1 لنحصل على r

$r^2 = 6(4) - .(4)^2 = 24 - 16 \Rightarrow r^2 = 8 \Rightarrow r = 2\sqrt{2}$ cm

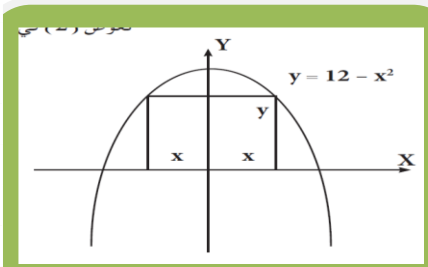
نعوض ماحصلنا عليه في 1 لايجاد الحجم

$V = \frac{\pi}{3} \times 8 \times 4 = \frac{32\pi}{3}$ cm^3

@A_M_Z_F

السؤال 8

جد ابعاد اكبر مستطيل يوضع داخل المنطقة المحددة بالدالة $f(x) = 12 - x^2$ ومحور السينات رأسان من رؤسه على المنحني والرأسان الآخران على محور السينات ثم جد محيطه



نفرض طول المستطيل = 2x العرض = y والمساحة = A

دالة التعويض "معطاة في السؤال" 1 $y = 12 - x^2 \quad . \quad . \quad .$

دالة الاشتقاق " مساحة المستطيل=الطول × العرض" 2 $A = 2 \, . \, x \, . \, y \quad . \, . \, .$

نعوض 1 في 2

$A = 2 \, . \, x\,(12 - x^2) \Rightarrow A = 24x - 2x^3$

$A' = 24 - 6x^2 \Rightarrow 24 - 6x^2 = 0 \quad \div 6$

$4 - x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ نعوض في 1

$\Rightarrow y = 12 - 4 = 8$

نعوض ما حصلنا عليه في قانون المحيط $P = (2X + Y) \times 2$

المحيط $P = (2 \times 2 + 8) \times 2 = 24 \ cm$

توضيح

في هذا السؤال الدالة معطاة في السؤال " معادلة جاهزة " . . . كيف نعرف الرسم . نعوض x= 0 $y = 12 - (0)^2 = 12$

(0 , 12) . . . المنحني وبداخله المستطيل " من المستطيل معادلة 2

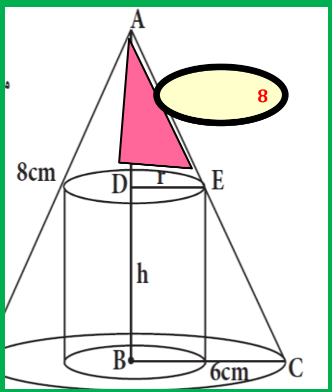
+ نعوض معادلة 1 في 2 " بعد مساواة المشتقة بالصفر نجد قيمة x بعدها نجد y + المحيط المطلوب " نعوض في قانون المحيط "

@A_M_Z_F

السؤال 9

جد ابعاد اكبر اسطوانة دائرية قائمة توضع داخل مخروط دائري قائم ارتفاعه = 8 cm وقاعدته = 12 cm

نفرض ان حجم الاسطوانة = V والارتفاع = h ونصف القطر = r



كونا دالة التعويض من معطيات السؤال الموضحة بالرسم"تشابه المثلثات"

من تشابه المثلثين نكون العلاقة التالية :

$$\frac{6}{r} = \frac{8}{8-h} \Rightarrow \frac{3}{r} = \frac{4}{8-h}$$

$$4r = 24 - 3h \Rightarrow 3h = 24 - 4r$$

$$h = \frac{24 - 4r}{3} \quad . . . \quad (1)$$

دالة 2 " دالة الاشتقاق من قانون حجم الاسطوانة "

$$V = r^2 \, h \, \pi \quad . . \quad (2)$$

نعوض 1 في 2

$$V = . \, r^2 \left[\frac{24 - 4r}{3}\right] \pi = \frac{\pi}{3} (24 \, r^2 - 4 \, r^3)$$

$$V' = \frac{\pi}{3} (48\,r - 12 \, r^2) \div \frac{\pi}{3}$$

$$48\,r - 12 \, r^2 = 0 \div 12 \Rightarrow r(4 - r) = 0$$

either $r = 0$ تهمل or $r = 4$ نعوض في 1

$$h = \frac{24 - 16}{3} = \frac{8}{3} \; cm$$

@A_M_Z_F

السؤال 10

خزان على شكل متوازي سطوح مستطيلة طول قاعدته ضعف عرضها فاذا كانت مساحة المعدن المستخدم في صناعته $108 \ cm^2$ جد ابعاد الخزان لكي يكون حجمه اكبر مايمكن علما ان الخزان ذو غطاء كامل :

وزاري 2013
الدور الأول

نفرض ان الحجم = v , العرض = x , طول القاعدة = 2x , الارتفاع = y

المساحة الكلية = المساحة الجانبية (محيط القاعدة × الارتفاع") + مساحة القاعدتين " غطاء كامل

الكلية $A = (2x + x) \times 2 . y + 4 \ x^2$

$108 = 6xy + 4 \ x^2 \ ] \div 2 \Rightarrow 54 = 3xy + 2 \ x^2$

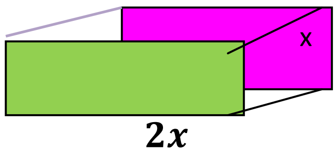
$y = \frac{54 - 2 \ x^2}{3x} \quad . . . \quad$ **1** — من المساحة نكون دالة التعويض 1

$v = 2 \ x^2 \ y \quad . . . \quad$ **2** — من الحجم نكون دالة الاشتقاق 2

نعوض 1 في 2

$v = 2 \ x^2 \left(\frac{54 - 2 \ x^2}{3x} \right)$

$v = \left(\frac{108x - 4 \ x^3}{3} \right)$



$\bar{V} = \left(\frac{108 - 12 \ x^2}{3} \right) \Rightarrow 108 - 12 \ x^2 = 0 \ ] \div 12$

$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow 2x = 6 \ cm$

نعوض في 1 نجد y

$y = \frac{54 - 2 \ (3)^2}{3 \ (3)} = \frac{54 - 18}{9} = \frac{36}{9} = 4 \ cm$

توضيح

في هذا السؤال المساحة الكلية معلومة " نكون منها معادلة 1 " التعويض " القانون حسب القاعدة والشكل"..... معادلة 2 من قانون الحجم + نعوض معادلة 1 في معادلة 2 لنحصل على المتغير الاول بعدها الثاني + الاهم التاكد من الحل نعوض القيم في المساحة الكلية لنحصل على الناتج 108

الأستاذ ... باسم المالكي
@A_M_Z_F

السؤال 11

جد معادلة المستقيم الذي يمر من النقطة (6,8) والذي يصنع مع المحورين في الربع الاول أصغر مثلث.

1 . . . . $\frac{y}{8} = \frac{x}{x-6} \Rightarrow y = \frac{8x}{x-6}$

2 . . . $A = \frac{1}{2} \times b \times h \Rightarrow A = \frac{1}{2} \times x \times y$

$A = \frac{1}{2} . x . \left[\frac{8x}{x-6}\right] = \frac{4x^2}{x-6} \Rightarrow \bar{A} = 0$

$\frac{(x-6) . 8x - 1 \times 4x^2}{(x-6)^2} = 0 \Rightarrow 8x^2 - 48x - 4x^2 = 0$

$4x^2 - 48x = 0 \quad \div 4 \Rightarrow x^2 - 12x = 0$

$x (x - 12) = 0 \Rightarrow x = 0$ يهمل or $x = 12$

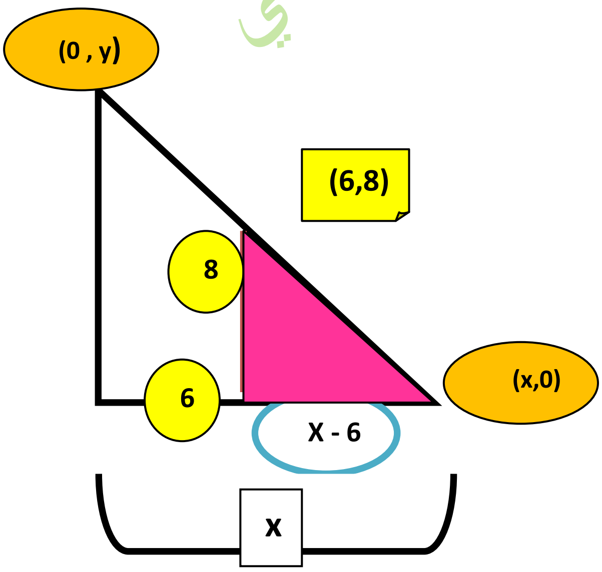
$y = \frac{8 \times 12}{6} = 8 \times 2 = 16$

$m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1} == \frac{16 - 0}{0 - 12} = - \frac{16}{12} = -\frac{4}{3}$

$m = \frac{y - y1}{x - x1} \Rightarrow -\frac{4}{3} = \frac{y - 8}{x - 6}$

$4x - 24 = -3y + 24$

$4x + 3y - 48 = 0$ معادلة المماس المطلوبة



توضيح

من علاقة تشابه المثلثات + قانون مساحة المثلث بعد التعويض والاشتقاق وجدنا قيمتي x, y

من نقطتي التماس والعلاقة التالية وجدنا الميل

بعد ان وجدنا الميل + النقطة معلومة . . . نعوض في العلاقة لايجادمعادلة المماس " بعد التعويض واجراء المهارات الرياضية " ضرب الوسطين = الطرفين + نصفر ونرتب المعادلة" . . . نحد معادلة المماس

أعداد الأستاذ . . . باسم المالكي

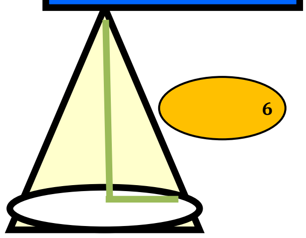
@A_M_Z_F

السؤال 10

جد حجم اكبر مخروط دائري قائم ناتج من دوران مثلث قائم الزاوية طول وتره $6\sqrt{3}$ cm دورة كاملة حول احد ضلعيه القائمين.

2011 الدور الأول

2014 الدور الاول



$$(6\sqrt{3})^2 = r^2 + h^2 \quad \Rightarrow \quad 108 = r^2 + h^2$$

$$r^2 = 108 - h^2 \quad ... \quad \boxed{1}$$

$$V = \frac{1}{3} r^2 h \pi \quad ... \quad \boxed{2}$$

$$V = \frac{1}{3}(108 - h^2) h \pi = \frac{\pi}{3}(108h - h^3)$$

$$\bar{V} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\pi}{3}(108 - 3h^2) = 0 \quad \div \frac{\pi}{3}$$

$$108 - 3h^2 = 0 \quad \div 3 \quad \Rightarrow \quad 36 = h^2 \quad \Rightarrow \quad h = 6$$

$$r^2 = 108 - 36 = 72$$

$$V = \frac{1}{3} \times 72 \times 6\pi = 144\pi \ cm^3$$

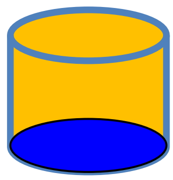
نظرية فيثاغورس "معادلة1"

الحجم معادلة 2

نعوض + نشتق + . . .

السؤال 11

حاوية اسطوانية الشكل مفتوحة من الأعلى سعتها $(125\pi)\ cm^3$ جد أبعادها عندما تكون مساحة المعدن المستخدم في صنعها اقل مايمكن.



$$V = r^2 h \pi \quad \Rightarrow \quad 125\pi = r^2 h \pi$$

$$h = \frac{125}{r^2} \quad ... \quad \boxed{1}$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة قاعدة واحدة "بدون غطاء"

المساحة الجانبية: محيط القاعدة × الارتفاع

$$A = 2r h \pi + r^2 \pi \quad ... \quad \boxed{2}$$

$$= 2r\left[\frac{125}{r^2}\right]\pi + r^2\pi = \frac{250\pi}{r} + r^2\pi$$

$$\bar{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{-250\pi}{r^2} + 2r\pi = 0 \quad \times r^2$$

$$-250\pi + 2r^3\pi = 0 \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{250}{2} = 125 \quad \Rightarrow \quad r = 5\ cm$$

الحجم معلوم . . معادلة 1

المساحة الكلية . . معادلة2

"مفتوحة من الاعلى قاعدة واحدة" +

@A_M_Z_F

$$h = \frac{125}{r^2} = \frac{125}{25} = 5\ cm$$

توضيح

#	نوع الملف	اسم الملف	عدد التحميلات	آخر تحميل
1		السادس الادبي.pdf	1,282	am 04:03 30-06-2016
2		الخامس العلمي 2.pdf	931	pm 08:18 29-06-2016
3		الخامس 1.pdf	681	pm 12:56 29-06-2016
4		ملزمة الثالث المتوسط 2014.pdf	2,232	am 02:31 30-06-2016
5		قوانين الفيزياء + اهم الاساسيات + طريقة التعامل مع المسألة الفيزيا...	13,768	am 02:05 30-06-2016
6		مشروع التفوق والنجاح في السادس العلمي.pdf	4,222	am 09:12 29-06-2016
7		ديمو 1.avi	577	am 12:15 30-06-2016
8		الاومبكا2.avi	133	am 12:18 30-06-2016
9		الاومبكا 1.avi	150	am 12:15 30-06-2016
10		الكلمات الانكليزية الاكثر استخداما.pdf	4,986	am 02:04 30-06-2016
11		ملزمة حلول مسائل الفيزياء 2015.pdf	13,933	am 04:11 30-06-2016
12		الفصل الخامس + السادس المعادلات+الهندسة.pdf	7,772	am 02:01 30-06-2016
13		الفصل الرابع التكامل.pdf	11,092	am 12:58 30-06-2016
14		الفصل الثالث المشتقة.pdf	11,193	am 12:12 30-06-2016
15		الفصل الثاني القطوع المخروطية.pdf	10,037	pm 06:05 29-06-2016
16		الفصل الاول الاعداد المركبة.pdf	9,660	am 12:35 30-06-2016
17		المقدمة + الاساسيات للمنهج.pdf	15,649	am 02:53 30-06-2016

Conclusion

عزيزي الطالب . . . أهتم بالمواضيع بالترتيب . . ضمانك لموضوع المشتقة هو بدايتك للحصول على ال 100 . . . الاسئلة في الوزاري غالبا 40 درجة . . كيف تكون الدرجة . . . 10 درجة على المعدلات المرتبطة بالزمن + 10 على المتوسطة او رول + 10 الثوابت المعادلات او الرسم وغالبا الثوابت + 10 المسائل الانشائية الاخيرة " الاكبر او الاصغر" . . . الخارجي نادر جدا في هذا الفصل الشامل لاغلب مواضيع الرياضيات وهو البداية الكبرى لموضوعي التكامل والمعادلات التفاضلية . . . ركز على مقدمة الفصل التي وضعتها بين يديك بشكل مميز وشامل . . . المشتقة والتكامل والمعادلات التفاضلية مواضيع مترابطة لكي تفهم الرياضيات فهما وليس حفظا عليك المقارنة بينهما . . . الاساسيات + التوضيح الانشائي هو السبيل الوحيد لخلاصك من الاسئلة الخارجية وليس عدد الاسئلة التي يطرحها البعض

@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي

الأحيائي والتطبيقي

الفصل الرابع : التكامل



إعداد الأستاذ

باسم المياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

@rhit_altafawK

DES : MOSTAFA KH

@A_M_Z_F

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من سبعة اجزاء

الجزء الخامس (التكامل)

أعداد الاستاذ باسم المياحي

بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

التطبيقي

الإحيائي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...

تتضمن الملزمة

اساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها + وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية



اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب عملنا لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكون لي مقاطع فيديو بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس"

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

07811144165

269 - 278 حذفت هذه الصفحات من قسم الاحيائي

@A_M_Z_F

المشتقة + التكامل
مراجعة واحدة لمعرفة
الفرق وفهم الموضعين
بشكل أفضل

لتوضيح الشامل والمبسط للتكامل

كالنهر العظيم دراسة الرياضيات، تبدأ بقطرة وتنتهي بفيض. كارل كولتون

مشتقة الثابت

هي الدالة التي تحوي عدد ثابت فقط وخالية من المتغير

الاشتقاق

مشتقتاها = 0

$f(x) = 7$ ⟹ $\bar{f}(x) = 0$

التكامل

يضرب في x " او المتغيير المذكور "

$\int 7\,dx = 7x + c$

ضرب دالتين

الاشتقاق

مشتقة الاولى × الثانية + الاولى × مشتقة الثانية

$f(x) = x^2 \times 3x$ ⟹ $\bar{f}(x) = 2x \,.\, 3x + x^2 \times 3$

التكامل

نضرب ثم نكامل ان تمكنا من ذلك . . . . ان لم نتمكن نكامل كدالة اسية

$\int (x-4)(x+5)\,dx = \int (x^2 + x - 20)\,dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 20x + c$

التكامل الاس يزداد بمقدار واحد . . . . المشتقة يتناقص بمقدار واحد "المشتقة والتكامل عمليتان متعاكستان"

قسمة دالتين

الاشتقاق . . .

$$\frac{\text{المقام} \times \text{مشتقة البسط} - \text{مشتقة المقام} \times \text{البسط}}{[\text{المقام}]^2}$$

التكامل . . . . نتخلص من المقام بطرق التحليل السابقة . . . ان لم نتمكن " ننظر الى المقام ان كان يحوي الدالة وفي البسط المشتقة "موجودة او شبه موجودة " نكامل بطريقة المقام LN . . . اما اذا كانت المشتقة غير موجودة في البسط نرفع المقام الى البسط وباس سالب " نكامله كدالة اسية . . . . او نستخرج العامل المشترك "موجود في كثير

اعداد الاستاذ . باسم المباح
ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

من الحالات " لتقليل الاس وتخليصنا من مشتقة الداخل او توفرها بعد التبسيط . . او احتمالات اخرى تجمع اكثر من قاعدة في سؤال واحد

التحليل فرق بين مكعبين

$$\int \frac{x^3 - 64}{x - 4}\, dx = \int \frac{(x - 4)\,(x^2 + 4x + 16)}{x - 4}\, dx$$

$$= \int (x^2 + 4x + 16)\, dx = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 16x + c$$

الفرق بين مربعين

$$\int \frac{x^2 - 100}{x - 10}\, dx = \int \frac{(x - 10)\,(x + 10)}{x - 10}\, dx$$

$$= \int (x + 10)\, dx = \frac{x^2}{2} + 10x + c$$

التجربة

$$\int \frac{x^2 - 12x + 36}{x - 6}\, dx = \int \frac{(x - 6)\,(x - 6)}{x - 6}\, dx$$

$$= \int (x - 6)\, dx = \frac{x^2}{2} - 6x + c$$

Important note

هنالك اكثر من طريقة للتحليل والتخلص من المقام منها العامل المشترك و ؟ . . . في بعض المسائل نحتاج الى اكثر من طريقة للتحليل لذلك يجب ان تكون عزيزي الطالب مطلع بشكل كامل على الاساسيات وكيفية التعامل معها في كل حالة

في بعض المسائل المقام اكبر من البسط . . . يكامل بطريقى LN سوف نوضحها لاحقا او يجزء البسط على المقام او نرفع المقام وبأس مختلف ويكامل حسب قاعدة الدالة الاسية . . . هنالك حالات مختلفة " خاصة" نوضحها لاحقا في حل التمارين .

رحلة التفوق في السادس @

اعداد الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

الدالة الاسية

الاشتقاق . . .

مشتقة الدالة الاسية = الاس $\times$ [الدالة]$^{\text{الاس} - 1}$ $\times$ مشتقة الداخل

Warning

مع مراعاة حالة الاس اذا كان عددا موجبا . . . . يتناقص بمقدار واحد

سالبا . . . . يزداد العدد وتقل قيمته العددية . . . . عددا نسبيا " نطرح البسط من المقام / المقام"

التكامل

اما مشتقة الداخل موجودة . . . نهملها ونكامل

شبه موجودة . . . . نضرب بعدد ونقسم على نفس العدد . . . . نهملها ونكامل

غير موجودة . . . العمل يكون في الداخل اما عامل مشترك "لتقليل الاس " او المربع الكامل للتخلص من الجذر او لتبسيط . . . ثم نكامل

Important note

كيفية التعامل مع الاس " بشكل عدد نسبي" . . . . اما نوحد المقامات بعد اجراء ؟ كما ؟ او ؟

عند الشتقاق . . .

$$\text{الاس الجديد} = \frac{\text{البسط} - \text{المقام}}{\text{المقام}}$$

عند التكامل . . .

$$\text{الاس الجديد} = \frac{\text{البسط} + \text{المقام}}{\text{المقام}}$$

@A_M_Z_F

$$\int [x^2 + 10X]^{\frac{3}{4}} (2X + 10)\, dx = \frac{[x^2 + 10X]^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}}$$

مشتقة الداخل موجودة

مشتقة الداخل شبه موجودة

نحتاج ان نضرب الداخل بعدد والخارج بمقلوب العدد . . . نهملها ونكامل $\int [x^2 + 10X]^{\frac{3}{4}} (X + 5)\, dx$

$$= \frac{1}{2} \int [x^2 + 10X]^{\frac{3}{4}}\, 2\,(X + 5)\, dx = \frac{1}{2}\, \frac{[x^2 + 10X]^{\frac{7}{4}}}{\frac{7}{4}} + c$$

مشتقة الداخل غير موجودة

$$= \int [\,[x + 10]\,]\, dx = \frac{x^2}{2} + 10x + c$$

دالة الاكسبونشيل

الاشتقاق . . . . دالة الاكسبونشيل × مشتقة الاس

$$f(x) = e^{x^2 + 8X} \Rightarrow \bar{f}(x) = e^{x^2 + 8X}\,(2X + 8)\, dx$$

التكامل . . . . حسب المشتقة "للاس"

موجودة نهملها . . . . نكامل

$$\int e^{x^2 + 8X}\,(2x + 8)\, dx = e^{x^2 + 8X} + c$$

شبه موجودة . . . . نضرب في عدد ونقسم على مقلوب ذلك العدد . . . نهملها ونكامل

تكامل دالة الاكسبونشيل . . . " الدالة كما هي"

$$\frac{1}{2} \int e^{x^2 + 8X}\, 2(x + 4)\, dx = \frac{1}{2}\, e^{x^2 + 8X} + c$$

@A_M_Z_F

دالة LN

الاشتقاق

الدالة في المقام والمشتقة في البسط

$$f(x) = LN\,|x^2 + 7X| \Rightarrow \bar{f}(x) = \frac{2x + 7}{x^2 + 7X}$$

التكامل

تطبق هذه القاعدة في الدوال الكسرية . . . التي تحوي الدالة في المقام والمشتقة في البسط . . . و

عند التكامل بعد توفر مشتقة الداخل

مشتقة الداخل موجودة

$$\int \frac{3x^2 + 6x}{x^3 + 3x^2}\,dx = LN\,|\text{المقام}| = LN\,|x^3 + 3x^2| + C$$

او شبه موجودة . . . . نضرب بعدد ونقسم على ذلك العدد + نهملها ونكامل

$$\frac{1}{3}\int \frac{3(x^2 + 2x)}{x^3 + 3x^2}\,dx = \frac{1}{3} LN\,|x^3 + 3x^2| + C$$

دالة الثابت مرفوع الى اس a^x

الاشتقاق

$$y = 9^{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 9^{\sqrt{x}}\ \ln 9 \cdot \frac{1}{2}\,x^{-\frac{1}{2}} = \frac{9^{\sqrt{x}} \cdot \ln 9}{2\sqrt{x}}$$

الدالة × LN الثابت × مشتقة الاس

التكامل عكس العملية

Important note

التكامل نوعان . . . . غير محدد نظيف قيمة الثابت C في نهاية التكامل

التكامل المحدد . . . نعوض حدود التكامل $[a,b]$ . . . نكامل كما في القواعد السابقة

الية التعويض = تعويض القيمة العليا بدل كل x - تعويض القيمة الدنيا بدل كل x

وله عدة تطبيقات اهما المسافة " قيمة مطلقة" + الحجوم الدورانية + الازاحة والسرعة والتعجيل و ؟ ؟ ؟

@A_M_Z_F

Advice

التكامل يختلف عن المشتقة . . . رغم بساطته لكنه يحتاج الى جاهزية الفكرة قبل العمل بالتكامل اما المشتقة تعتمد على القواعد وهي بسيطة نوعا ما "التكامل موضوع لم نتطرق له في مرحلة الخامس العلمي ويحتاج الى جهود مضاعفة منا جميعا "

دالة المطلق

يجب ان نعرف القيمة المطلقة ولها احتمالان للدالة . . . احداهما سالب والاخر موجب وقيمة المتغير

$$x = \frac{\text{عكس إشارة البعيد}}{\text{القريب}}$$

Important note

اذا كانت قيمة x تنتمي لحدود التكامل تاخذ وتكون فترة جديدة اما اذا كانت اصلا موجود فالتكامل لدالة واحدة " هي من تحقق الفترة المقابلة "

$$\int_{-2}^{4} |3x-6|\ dx .$$

$$\ldots|3x-6| = \begin{cases} 3x - 6 , & x \geq 2 \\ (-3x+6) , & x < 2 \end{cases}$$

$$. .\int_{-2}^{4} |3x-6|\ dx = \int_{-2}^{2}(-3x+6)\ dx + \int_{2}^{4} (3x-6)\ dx$$

دالة المقابلة

في هذا النوع يجب ان تكون الدالة محققة لشروط الاستمرارية الثلاث

"معلومة سابقة" . . . الصورة معرفة + الغاية موجودة + الغاية = الصورة

+ اخيرا نشتق الدالة يجب ان = الدالة المقابلة . . . بعدها نكامل بعد تحقق الشروط

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

Important table in integration

بعض الاسئلة بالتكامل تحتاج الى التبسيط قبل الشروع بقواعد التكامل

جدول الدوال الفريدة "التي لاتحوي على مشتقة الداخل" . . . التبسيط من داخل الدالة

function الدالة	simplistic التبسيط	integration التكامل
$\sin^2 9x$.	$\frac{1}{2}[1 - \cos 18x]$.	$\frac{1}{2}\left[x - \frac{\sin 18x}{18}\right] + c.$
$\cos^2 4x$.	$\frac{1}{2}[1 + \cos 8x]$.	$\frac{1}{2}\left[x + \frac{\sin 8x}{8}\right] + c.$
$\tan^2 3x$.	$\sec^2 3x - 1$.	$\frac{\tan 3x}{3} - x + c$.
$\cot^2 7x$.	$\csc^2 7x - 1$.	$\frac{-\cot 7x}{7} - x + c$.
$\tan 4x$.	$\frac{\sin 4x}{\cos 4x}$.	$\frac{-LN\lvert\cos 4x\rvert}{4} + c$.
$\cot 2x$.	$\frac{\cos 2x}{\sin 2x}$.	$\frac{LN\lvert\sin 2x\rvert}{2} + c$.

Note

في هذه الدوال السابقة السؤال ياتي حسب العمود الاول . . . . نبسطها حسب العمود الثاني + نكاملها حسب الثالث

لعدم التمكن من التكامل كدالة اسية "لعد توفر مشتقة الداخل"

@A_M_Z_F

Golden rule

المتطابقة الذهبية . . . . لها الكثير من الاستخدامات اما " لايجاد قيم الدوال الدائرية لزوايا خاصة

و المنتسبة وزوايا دائرة الوحدة او بقية الزوايا . . . وكذلك لايجاد اي دالة بمعلوم الاخرى او لاثبات صحة القيم لايزاوية ولها الكثير من التطبيقات الاخرى

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1 \quad \begin{cases} \sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta \\ \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta \end{cases}$$

متطابقتي tan + cot

متطابقتي دالتي ال cot , tan . . . لهما الكثير من التطبيقات اهمها في هذه المرحلة في المشتقة والتكامل "الدوال الفريدة + المعادلات التفاضلية " لاثبات ان جذر معين يحقق تلك المعادلة

$\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$ ⇨ or $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

$\cot^2\theta + 1 = \csc^2\theta$ ⇨ or $\cot^2\theta = \csc^2\theta - 1$

قوانين الضعف والنصف للزاوية لدالتي sin , cos

قوانين ضعف ونصف الزاوية . . . نحصل عليها من قوانين الجمع او الفرق بين زاويتين " الخامس العلمي "

نتطرق الى اهمها

قانون النصف لدالة cos

لدالة cos ثلاث احتمالات اولها من قانون الفرق او الجمع بين زاويتين والاحتمالين الاخرين من المتطابقة الذهبية

$$\cos 8x = \begin{cases} \cos^2 4x - \sin^2 4x & \text{في حال وجود sin , cos في السؤال} \\ 1 - 2\sin^2 4x & \text{في حال وجود ال sin فقط} \\ 2\cos^2 4x - 1 & \text{في حال وجود ال cos فقط} \end{cases}$$

@A_M_Z_F

قانون النصف لدالة sin

لدالة sin لها شكل واحد " " حسب قانون الفرق او الجمع بين زاويتين "

advice

$$\sin 10x = 2\sin 5x \cos 5x$$

القوانين اعلاه تعتمد على الزاوية في اليسار حيث انها ضعف زاوية اليمين

استخدامات القوانين اعلاه في التكاملات والمشتقة والمعادلات التفاضلية

مثال

$$\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x}\,dx = \int \frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\cos 2x - \sin 2x}\,dx$$

$$= \int \frac{(\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)}{\cos 2x - \sin 2x}\,dx$$

$$= \int (\cos 2x + \sin 2x)\,dx = \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{2} + c$$

مثال

$$\int \sqrt{1 + \sin 2x}\,dx$$

$$\int [1 + 2\sin x\cos x]^{\frac{1}{2}}\,dx = \int \left[\sin^2 x + 2\sin x\cos x + \cos^2 x\right]^{\frac{1}{2}}\,dx$$

$$\int (\sin x + \cos x)\,dx = -\cos x + \sin x + c$$

Important note

في هذا السؤال بدل العدد 1 عوضنا $\sin^2\theta + \cos^2\theta$ المتطابقة الذهبية "لتكوين مربع كامل نتخلص به من الجذر التربيعي + نجزء sin 2x بقانون نصف الزاوية لدالة sin لنحصل على الحد الوسط "

لاحظ المثالين اعلاه استخدمنا القوانين السابقة + المتطابقة الذهبية . . .

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

My questions , , about Intgration

$\int \tan 10x \ \sec^3 10x \ dx$

$\int \tan^3 4x \ dx$

$\int \tan^8 2x \sec^2 2x \ dx$

$\int \sin^4 3x \ dx$

$\int \tan^6 4x \ \cot^3 4x \ dx$

$\int \frac{\cos 8x}{1-\sqrt{2}\sin 4x} dx$

$\int \cot 7x \ \csc^3 7x \ dx$

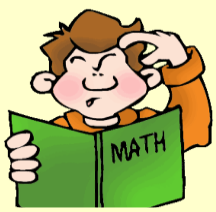
$\int \frac{\left[\left[\sqrt[3]{x^4} - x\right]\right]^{\frac{3}{4}}}{\sqrt[4]{x^3} \ \sqrt[3]{x^2}} dx$

$\int \frac{\cos 12x}{\sqrt{2}\cos 6x - 1} dx$

$\int \sin^2 \sqrt{2}\,x \ \cos^2 \sqrt{2}\,x \ dx$

أسئلة من أعدادي لإتقان التكامل

اسئلة للكبار . . . متعة الافكار سأتركها لكم في نهاية الملزمة المتكاملة ل 2017



Problem Solving

@A_M_Z_F

هذا الموضوع للتطبيقي فقط

التكامل باستخدام الفترات " بتحديد المجاميع العليا والسفلى "

- نجد المشتقة الاولى . . . نساويها بالصفر . . . نختبر انتماءها للفترة المعطاة
- نحدد طول الفترة . . حسب ماهو مطلوب منا . . . او حسب عدد التجزئات
- من العلاقة التالية $h = \frac{b-a}{n}$ طول الفترة

نكون جدول مكون من ستة أعمدة وكالتالي

حاصل ضرب . hiMI طول الفترة بالقيمة العظمى	حاصل himi. ضرب طول الفترة بالقيمة الدنيا	القيمة Mi العظمى بعد التعويض	القيمة mi الدنيا بعد التعويض	طول الفترة الفرق بين القيمتين h = b-a	الفترة $[a\ ,b]$

- التكامل = حاصل جمع العمودين الاخيرين / 2

$$\int_a^b f(x) = \frac{L(\sigma,f) + U(\sigma,f)}{2}$$

اذا طلب منا التحقق هندسيا من المساحة الموجودة تحت المنحني مثلا $\int_1^4 f(x)\,dx$

حيث $f(x) = 3x - 3$ نعوض العدد الادنى 1 نحصل على الزوج المرتب $(1,0)$ . . .

نعوض الحد الاعلى 4 في الدالة نحصل على $(4,9)$ . . . ثم نعين النقاط والشكل حسب الموقع من محور الاحداثيات " كل شكل له قانون كان يكون مثلث او مستطيل او مربع او ؟ ؟

$$\int_1^4 f(x)\,dx = \frac{1}{2}\ b\ h = \frac{1}{2}\ 3 \times 9 = \frac{27}{2}\ unit^2$$

@A_M_Z_F

ملاحظات لايجاد المساحة في التكامل المحدد

مساواة الدالة بالصفر لايجاد قيم x واختبارها

نجد نقاط التقاطع مع محور السينات اي $y = 0$ ومن خلال ذلك نجد قيم x

وتكون قيمة واحدة او اكثر " حسب درجة الدالة " ونقارنها مع حدود التكامل المعطاة

في السؤال ان كانت تنتمي تؤخذ وان كانت لا تهمل .

احتمالات نقاط التقاطع "طبيعة الدالة المعطاة"

لايجاد نقاط التقاطع هناك عدة احتمالات منها .

- **اذا ذكر في السؤال دالة واحد** ⬅ نساوي الدالة بالصفر ونجد قيم x ونقارنها مع الفترة المعطاة ان كانت تنتمي تاخذ من ضمن حدود التكامل وان كانت غير ذلك تهمل

- **اذا ذكر في السؤال دالتان** نطرح احداهما من الاخرى لايجاد قيم x ونجري عليهما الية الاختبار المماثلة لما سبق .

- **أذا ذكر في السؤال دالتان وكانت احداهما تحتوي على جذرمعين** ⬅ نساوي الدالتين (ونربع او نكعب او . . . الطرفين) حسب طبيعة الجذر للتخلص من الجذر ثم نطرح احداهما من الاخرى ومساواتهما بالصفر لايجاد قيم x ثم نقارنها مع حدود التكامل المذكورة "مع الاخذ بنظر الاعتبار عند التكامل نكامل طرح الدالتين حسب طبيعتهما في السؤال .

- **اذا كانت الدالة او الدالتين عبارة عن احدى الدوال الدائرية** عندها قيم x تكون عبارة عن زوايا "نحتاج الى معرفة بمخطط محور الإحداثيات موضح سابقا "

التكامل بعد تحديد الفترة التي تحقق شرط الانتماء

بعد أن عرفنا نقاط التقاطع " قيم x " نكامل الدالة او الدالتين كتكامل محدد مع مراعاة القيمة المطلقة لكل دالة " لان المساحة كمية غير اتجاهية " . . . بعد التكامل نعوض اعلى قيمة – تعويض ادنى قيمة " خواص التكامل المحدد"

@A_M_Z_F

التطبيقات الفيزيائية

السلم التالي يوضح الفرق بين المشتقة والتكامل في الحصول على الدوال

المشتقة

التعجيل $a(t)$ ← السرعة $V(t)$ ← الازاحة $S(t)$

التكامل

الاسئلة تكون حسب الحالات التالية :

- اذا كان الوقت معلوم . . . التعويض مباشر في الدالة المطلوب ايجاد كميتها
- اذا كان الوقت غير معلوم التعويض غير مباشر . . . حسب المعطى في السؤال
  - اذا كان المطلوب الازاحة عندما السرعة معلومة . . . . من السرعة نجد الوقت ونعوضه في دالة الازاحة
  - اذا كان المطلوب الازاحة عندما التعجيل معلوم . . . من التعجيل نجد الوقت ونعوضه في دالة الازاحة
  - اذا كان المطلوب السرعة عندما التعجيل معلوم . . . من التعجيل نجد الوقت ونعوضه في دالة السرعة
- اذا كان المطلوب ايجاد المسافة او ؟ . . خلال الثانية الخامسة فان حدود التكامل $\int_4^5$

وكذلك الحال لاي مطلب من هذا النوع " أي الحد الادنى اقل بواحد من الثانية المذكورة"

- التكامل عكس المشتقة يبدأ من الادنى الى الاعلى . . . حسب السلم اعلاه
- المسافة نحصل عليها من تكامل دالة السرعة " الا انه ناخذ المطلق " لانها كمية غير اتجاهية لاتعتمد على اتجاه . . . يكون ناتجها موجبا دائما . . . مع مساواة السرعة بالصفر للاختبار

إعداد الاستاذ ... باسم المياحي

@A_M_Z_F

الحركة من السكون تعني ان t=0 . . . العودة الى موضع الاستقرار يعني ان الازاحة= 0

. . . لان الذهاب موجبا والاياب سالبا وعكس الاشارة . . . زمن الذهاب والاياب = 0 . . .

نستفاد من هذه العلاقات لايجاد ثابت التكامل او لتكوين حد من حدود التكامل

الحجوم الدورانية

حول السينات

$$V = \pi \int_a^b y^2 \quad dx$$

حول السينات . . . نعوض مايعادل y^2 بدلالة المتغير x

حول الصادات

$$V = \pi \int_a^b x^2 \quad dy$$

حول الصادات . . . نعوض مايعادل x^2 بدلالة المتغير y

Important note

بعض الاحيان نضطر الى تربيع او جذر او تكعيب او الجذر التكعيبي للطرفيين . . . او احتمالات اخرى غايتنا الحصول على x^2 او y^2 حسب ماهو مطلوب منا في السؤال

اما بالنسبة لحدود التكامل اما تذكر بشكل مباشر او غير مباشر " مثلا لو كانت الحدود حسب القانون لـy والمعطاة x

نعوض x لايجاد قيم y " والعكس كذلك" . . . في حال ذكر حد واحد نعوض قيمة المتغير الثاني صفرا لايجاد الحد الاخر

اعداد الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 4 -1

هذه التمارين لمجموعة التطبيقي فقط

السؤال 1

- اوجد كل من $L(\sigma, f)$, $U(\sigma, f)$ لكل مما يأتي :

$f: [-2, 1] \to R$, $F(X) = 3 - X$

$a)\ \sigma = (-2, 0, 1)$

نجد المشتقة الأولى للدالة لمعرفة النقاط الحرجة أن وجدت

الفترات هي $[-2, 0], [0, 1]$

لا توجد نقاط حرجة والدالة متناقصة في مجالها $\bar{f} = -1 < 0$

الفترة $[a, b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
	2	3	5	6	10
	1	2	3	2	3

نكون الجدول لإيجاد المجاميع السفلى + العليا

$\sum hi\,mi = L(\sigma, f) = 8$

$\sum hi\,Mi = U(\sigma, f) = 13$

$b)\ h = \frac{b-a}{n} \qquad h = \frac{1-(-2)}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$\sigma = (-2, -1, 0, 1)$

الفترات هي $[-2, -1]$, $[-1, 0]$, $[0, 1]$

@A_M_Z_F

الفترة $[a, b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
	1	4	5	4	5
	1	3	4	3	4
	1	2	3	2	3

$\sum hi\, mi = 9$	$\sum hi\, Mi = 12$

نكون الجدول لإيجاد المجاميع السفلى + العليا

$$\sum hi\, mi = L(\sigma, f) = 9$$

$$\sum hi\, Mi = U(\sigma, f) = 12$$

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

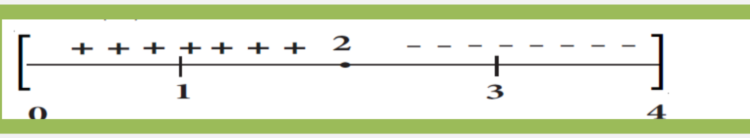
السؤال 2

$f: [0\ ,4] \rightarrow R\ ,\ F(X) = 4x - x^2$

$\sigma = (0\ ,1\ ,2\ ,3\ ,4)$

الفترات هي $[0\ ,1]\ ,[1\ ,2]\ ,\ [2\ ,3]\ ,\ [3\ ,4]$

$\bar{f} = 4 - 2x \Rightarrow 4 - 2x = 0 \Rightarrow x = 2$



نساوي المشتقة الاولى بالصفر

لايجاد قيمة x ثم نبين ان كانت تنتمي ام لا

$\Rightarrow x = 2 \in [1\ ,2] \Rightarrow f(2) = 4 \times 2 - (2)^2 = 8 - 4 = 4$

الفترة الجزئية $[a,b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
$[0,1]$	1	0	3	0	3
$[1,2]$	1	3	4	3	4
$[2,3]$	1	3	4	3	4
$[3,4]$	1	0	3	0	3
				$\sum$ himi = 6	$\sum$ hiMi = 14

نكون الجدول لإيجاد المجاميع السفلى + العليا

$\sum hi\,mi = L(\sigma, f) = 6$

$\sum hi\,Mi = U(\sigma, f) = 14$

@A_M_Z_F

السؤال 4

$f : [1 , 4] \rightarrow R \ , \ f(x) = 3x^2 + 2x$

$a) \quad \sigma = (1 , 2 , 4)$

$b)$ استخدم ثلاث جزيئات متساوية

$\bar{f} = 6x + 2 \Rightarrow 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \notin [1 , 4]$

الفترة الجزئية $[a,b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
$[1,2]$	1	5	16	5	16
$[2,4]$	2	16	56	32	112
				$\sum$ himi = 37	$\sum$ hiMi = 128

نجد المشتقة + نساويها بالصفر

لإيجاد قيمة x ونقارنها بالفترة المعطاة لمعرفة أن كانت تنتمي

نعوض قيم a في الدالة

نعوض قيم b في الدالة

$\sum hi\,mi = L(\sigma , f) = 37$

$\sum hi\,Mi = U(\sigma , f) = 128$

المجموع الأسفل

المجموع الأعلى

$b)$ استخدم ثلاث تجزيئات متساوية

$h = \frac{b-a}{n} \qquad h = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$\sigma = (1 , 2 , 3 , 4)$

@A_M_Z_F

الفترات هي : [3 , 4] , [2 , 3] , [1 , 2]

طول الفترة × صورة b

طول الفترة × صورة a

نعوض قيم b في الدالة

نعوض قيم a في الدالة

الفترة الجزئية $[a,b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
$[1,2]$	1	5	16	5	16
$[2,3]$	1	16	33	16	33
$[3,4]$	1	33	56	33	56
				$\sum$ himi $= 54$	$\sum$ hiMi $= 105$

المجموع الاسفل

المجموع الاعلى

$$\sum hi\,mi = L(\sigma, f) = 54$$

$$\sum hi\,Mi = U(\sigma, f) = 105$$

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

السؤال 1

حلول تمارين 2- 4 S

للتطبيقي فقط

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_1^3 \frac{3}{x}\,dx$ باستخدام التجزئة

$\sigma = (1, 2, 3)$

الدالة متناقصة في الفترة $[1, 3]$ $\quad \bar{f} = \frac{-3}{x^2} < 0$

الفترة الجزئية $[a,b]$	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
$[1,2]$	1	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{3}{2}$	3
$[2,3]$	1	1	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{3}{2}$
				$\sum$ himi $= \frac{5}{2}$	$\sum$ hiMi $= \frac{9}{2}$

$$\sum hi\,mi = L(\sigma, f) = \frac{5}{2}$$

$$\sum hi\,Mi = U(\sigma, f) = \frac{9}{2}$$

$$\int_1^3 f(x)\,dx \cong \frac{L(\sigma, f) + U(\sigma, f)}{2}$$

$$\int_1^3 \frac{3}{x}\,dx \cong \frac{\frac{5}{2}+\frac{9}{2}}{2} = \frac{\frac{14}{2}}{2} = \frac{7}{2}$$

السؤال 2

لتكن $f : [1, 4] \to R \quad , \quad f(x) = 3x - 3$

اوجد قيمة التكامل $\int_1^4 f(x)\,dx$ باستخدام التجزئة $\sigma = (1, 2, 3, 4)$

ثم تحقق هندسيا بحساب مساحة المنطقة تحت منحني الدالة f

@A_M_Z_F

الفترات هي : [3 , 4] , [2 , 3] , [1 , 2]

$\bar{f} = 3 > 0$

الدالة متزايدة في [1 , 4]

الفترة الجزئية [a,b]	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
[1,2]	1	0	3	0	3
[2,3]	1	3	6	3	6
[3,4]	1	6	9	6	9
				∑ himi= 9	∑ hiMi= 18

في التحقق الهندسي نعوض ادنى حد 1 نجد صورته بالشكل ثم نعوض الحد (1,0) الاعلى(4,9) في الدالة

نمثل الازواج على خط الاعداد . . نجد البعدين . . . نعوض في القانون حسب الشكل الهندسي المتكون . . . الناتج مساوي او مقارب لكنه طريقة ثانية للحل

للتحقق:

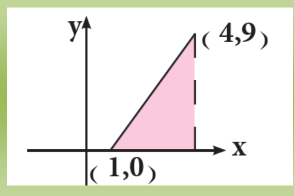
مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع

$\sum hi\,mi = L(\sigma, f) = 9$

$\sum hi\,Mi = U(\sigma, f) = 18$

$\int_1^4 f(x)\,dx = \int_1^4 (3x-3)\,dx = \frac{9+18}{2} = \frac{27}{2}$

$A = \frac{3 \times 9}{2} = \frac{27}{2}\ unit^2$



التحقق الهندسي بذكر قانون مساحة المثلث

السؤال 3 اوجد قيمة التكامل $\int_2^4 (3x^2 - 3)\,dx$ باستخدام التجزئة

2015 د3

$\sigma = (2, 3, 4)$

فترات [3 , 4] , [2 , 3]

$\bar{f}(x) = 6x$ ⟸ $6x = 0$ ⟸ $0 \notin [2, 4]$

متزايدة عند الفترة [2 , 4]

الفترة الجزئية [a,b]	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
[2,3]	1	9	24	9	24
[3,4]	1	24	45	24	45
				∑ himi=33	∑ hiMi= 69

@A_M_Z_F

$\sum hi\, mi = L(\sigma, f) = 33$

$\sum hi\, Mi = U(\sigma, f) = 69$

السؤال 4

$\int_{2}^{4} (3x^2 - 3)\, dx = \frac{33 + 69}{2} = \frac{102}{2} = 51$

اوجد قيمة تقريبية للتكامل $\int_{-3}^{2} f(x)\, dx$ حيث $f(x) = -4$

الفترة الجزئية [a,b]	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
[−3,−1]	2	−4	−4	−8	−8
[−1,2]	3	−4	−4	−12	−12
				$\sum$ himi = L(σ, f) = −20	$\sum$ hiMi = U(σ, f) = −20

$\sum hi\, mi = L(\sigma, f) = -20$

$\sum hi\, Mi = U(\sigma, f) = -20$

$\int_{-3}^{2} f(x)\, dx = \frac{-20 - 20}{2} = \frac{-40}{2} = -20$

السؤال 5

اوجد قيمة تكامل $\int_{1}^{5} x^3\, dx$ باستخدام أربعة جزيئات منتظمة

$h = \frac{b-a}{n} \qquad h = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\sigma = (1, 2, 3, 4, 5)$

الفترات [1 , 2] , [2 , 3], [3 , 4] , [4 , 5]

$\bar{f}(x) = 3x^2$ ⇐ $3x^2 > 0$ الدالة متزايدة في مجالها

@A_M_Z_F

الفترة الجزئية [a, b]	طول الفترة hi	mi	Mi	himi	hiMi
[1, 2]	1	1	8	1	8
[2,3]	1	8	27	8	27
[3,4]	1	27	64	27	64
[4,5]	1	64	125	64	125
				$\sum$ himi = L (σ, f) =100	$\sum$ hiMi = U (σ, f) =224

$$\sum hi\, mi = L\,(\sigma, f) = 100$$

$$\sum hi\, Mi = U\,(\sigma, f) = 224$$

$$\int_1^5 x^3\, dx = \frac{L\,(\sigma, f) + U\,(\sigma, f)}{2} = \frac{100 + 224}{2} = \frac{324}{2} = 162$$

اعداد الاستاذ ... باسم الميالي

@A_M_Z_F

اعداد الاستاذ ... باسم الباجي

We build
Confidence & Success
in Math...

@A_M_Z_F

حلول تمارين 3- 4 S

السؤال 1

احسب كلا من التكاملات التالية :

$$\int_{-2}^{2}(3x - 2)$$

العملية جمع وطرح التكامل مباشر كل حد حسب قاعدته

$$= \left[\frac{3x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2} = \left[\frac{3\times(4)}{2} - 2(2)\right] - \left[\frac{3\times(4)}{2} - 2(-2)\right]$$

$$= \left[\frac{12)}{2} - 4\right] - \left[\frac{12}{2} + 4\right] = [6 - 4] - [6 + 4]$$

$$= 2 - 10 = -8$$

$$\int_{1}^{2}(x^{-2} + 2x + 1)dx$$

العملية جمع نكامل كل حد على حدة

ه حسب قاعدته

$$= \left[\frac{x^{-1}}{-1} + \frac{2x^2}{2} + x\right]_{1}^{2} = \left[\frac{-1}{x} + x^2 + x\right]_{1}^{2}$$

$$= \left[\frac{-1}{2} + 4 + 2\right] - [-1 + 1 + 1]$$

$$= \left[\frac{-1}{2} + 6\right] - 1 = \frac{-1 + 12 - 2}{2} = \frac{9}{2}$$

الأس سالب في البسط

يحول إلى المقام

يصبح موجبا

@A_M_Z_F

$$\int_1^3 (x^4 + 4x)dx$$

العملية جمع تكامل مباشر كل حد حسب قاعدته

$$= \left[\frac{x^5}{5} + \frac{4x^2}{2} \right]_1^3 = \left[\frac{x^5}{5} + 2x^2 \right]_1^3$$

$$= \left[\frac{(3)^5}{5} + 2(3)^2 \right] - \left[\frac{(1)^5}{5} + 2(1)^2 \right]$$

بعدما اكملنا التكامل نعوض اعلى قيمة في الدالة – تعويض ادنى قيمة

$$= \left[\frac{243}{5} + 18 \right] - \left[\frac{1}{5} + 2 \right]$$

$$= \left[\frac{243+90}{5} \right] - \left[\frac{1+10}{5} \right] = \frac{333}{5} - \frac{11}{5} = \frac{322}{5}$$

$$\int_0^2 |x-1|\,dx$$

تعريف القيمة المطلقة) عبارة عن دالتين

أحداهما موجبة والأخرى سالبة) كما موضح

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 & x \geq 1 \\ -x+1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\int_0^2 |x-1|\,dx = \int_0^1 (-x+1)\,dx + \int_1^2 (x-1)\,dx$$

$$= \left[\frac{-x^2}{2} + x \right]_0^1 + \left[\frac{x^2}{2} - x \right]_1^2$$

$$= \left[\left[-\frac{1}{2} + 1 \right] - [0]\right] + \left[\left[\frac{4}{2} - 2 \right] - \left[\frac{1}{2} - 1 \right]\right]$$

$$= \left[\left[\frac{1}{2} \right] - 0\right] + \left[[2-2] - \left[-\frac{1}{2} \right]\right]$$

$$= \frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Important note

بعد ان وجدنا قيمة x تنتمي للدالة وغير موجودة . . . نعتبرها من ضمن حدود التكامل " معلومة سابقة" . . . نكامل الدالتين حسب الشكل التالي

تكامل الدالة المطلقة في الفترة [0 , 2] يتضمن فترتين كما موضح :

$\int_0^2$ المطلقة الدالة = $\int_0^1$ الاحتمال السالب + $\int_1^2$ الاحتمال الموجب

@A_M_Z_F

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} (x + \cos x) \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + \sin x \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}$$

تكامل مباشر كل حد حسب قاعدته بعد ذلك نعوض حدود التكامل

$$= \left[\frac{0}{2} + \sin 0\right] - \left[\frac{(-\frac{\pi}{2})^2}{2} + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right]$$

$$= [0 - 0] - \left[\frac{\frac{\pi^2}{4}}{2} - \sin \frac{\pi}{2} \right]$$

$\sin(-\theta) = -\sin\theta$

تعني الملاحظة دالة sin تحافظ على الاشارة " حسب قانون الفرق بين زاويتين معلومة سابقة "

$$= 0 - \left[\frac{\pi^2}{8} - 1 \right]$$

$$= -\frac{\pi^2}{8} + 1 = \frac{8 - \pi^2}{8}$$

$$\int_{3}^{2} \frac{x^3 - 1}{x - 1} \, dx$$

نحلل البسط فرق بين مكعبين للتخلص

$$= \int_{3}^{2} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)} \, dx$$

التكامل من الأدنى إلى الأعلى أن لم يكن كذلك نجعله مع ضرب الدالة ب -1

$$= -\int_{2}^{3} (x^2 + x + 1) \, dx$$

العملية جمع نكامل كل حد على حدة

$$= -\left[\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right]_{2}^{3}$$

$$= -\left[\left[\frac{27}{3} + \frac{9}{2} + 3\right] - \left[\frac{8}{3} + \frac{4}{2} + 2\right] \right]$$

$$= -\left[\left[9 + \frac{9}{2} + 3\right] - \left[\frac{8}{3} + 2 + 2\right] \right]$$

@A_M_Z_F

$$= -\left[\left[\frac{18+9+6}{2}\right]-\left[\frac{8+12}{3}\right]\right]$$

$$= -\left[\left[\frac{33}{2}\right]-\left[\frac{20}{3}\right]\right]$$

$$= -\left[\frac{33}{2}-\frac{20}{3}\right] = -\left[\frac{99-40}{6}\right]$$

$$= -\left[\frac{59}{6}\right] = -\frac{59}{6}$$

$$\int_1^3 \frac{2x^3-4x^2+5}{x^2}\,dx$$

نستخدم خاصية توزيع البسط على المقام
عند عمليتي الجمع او الطرح (للتخلص
من المقام) ثم نكامل او نرفع المقام
الى البسط وباس سالب " من خواص
الاسس "

بعد ذلك نضربه بحدود البسط ثم نكامل

$$= \int_1^3 \left(\frac{2x^3}{x^2}-\frac{4x^2}{x^2}+\frac{5}{x^2}\right) dx$$

$$= \int_1^3 \left(2x-4+5x^{-2}\right) dx$$

او نستخرج العامل المشترك للبسط ونقسمه مع المقام
+ . . . عند رفع الاس من المقام نغير اشارة الاس له
لغرض التكامل

$$= \left[x^2-4x-\frac{5}{x^1}\right]_1^3$$

$$= \left[\left[(3)^2-4(3)-\frac{5}{3}\right]-\left[(1)^2-4(1)-\frac{5}{1}\right]\right]$$

$$= \left[\left[9-12-\frac{5}{3}\right]-[1-4-5]\right]$$

$$= \left[\left[-3-\frac{5}{3}\right]-[-3-5]\right]$$

$$= \left[\left[\frac{-14}{3}\right]-[-8]\right]$$

$$= \frac{-14}{3}+8 = \frac{-14+24}{3} = \frac{10}{3}$$

@A_M_Z_F

السؤال 2

اثبت ان الدالة $F(x)$ هي دالة مقابلة للدالة $f(x)$ حيث : $F: \left[0 , \frac{\pi}{6}\right] \to R$

$F(X) = \sin x + x$

$f: \left[0 , \frac{\pi}{6}\right] \to R$ $\qquad f(X) = 1 + \cos x$

ثم احسب $= \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\, dx$

لكي نثبت ان الدالة F هي دالة مقابلة للدالة $f(x)$ حيث أن $F: \left[0 , \frac{\pi}{6}\right] \to R$

يجب ان نبين ان الدالة مستمرة في مجالها $\left[0 , \frac{\pi}{6}\right]$

1. $F(a) = \sin a + a \in \left[0 , \frac{\pi}{6}\right]$ الصورة معرفة
2. $\lim_{x \to a} (\sin x + x) = \sin a + a$ الغاية موجودة
3. $\lim_{x \to a} (\sin x + x) = F(a)$

الغاية = الصورة ← الدالة $F(x)$ مستمرة في مجالها

$F(x)$ هي دالة مقابلة للدالة $f(x)$ بقي ان نجد التكامل

تكامل مباشر ثم نعوض حدود التكامل

$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x)\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{6}} (1 + \cos x)\, dx$$

$$= [x + \sin x]_0^{\frac{\pi}{6}}$$

$$= \left[\left[\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{6} \right] - [0 + \sin 0] \right]$$

$$= \left[\left[\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} \right] - [0] \right]$$

$$= \frac{\pi}{6} + \frac{1}{2} = \frac{\pi + 3}{6} = \frac{3 + \pi}{6}$$

@A_M_Z_F

السؤال 3

جد التكملات التالية :

$$\int_1^4 (x-2)(x+1)^2 \, dx$$

نحلل المقدار كمربع كامل

$$= \int_1^4 (x-2)(x^2+2x+1)\, dx$$

$$= \int_1^4 (x^3 + 2x^2 + x - 2x^2 - 4x - 2)\, dx$$

نضرب المقدارين كي نكامل

$$= \int_1^4 (x^3 - 3x - 2)\, dx$$

نكامل ثم نعوض حدود التكامل

$$= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3x^2}{2} - 2x\right]_1^4$$

$$= \left[\left[\frac{(4)^4}{4} - \frac{3(4)^2}{2} - 2(4)\right] - \left[\frac{(1)^4}{4} - \frac{3(1)^2}{2} - 2(1)\right]\right]$$

$$= \left[\left[64 - \frac{3\times16}{2} - 8\right] - \left[\frac{1}{4} - \frac{3}{2} - 2\right]\right]$$

$$= \left[\left[64 - \frac{48}{2} - 8\right] - \left[\frac{1-6-8}{4}\right]\right]$$

$$= \left[[64 - 24 - 8] - \left[\frac{-13}{4}\right]\right] = 32 - \left(\frac{-13}{4}\right)$$

$$= 32 - \left(\frac{-13}{4}\right) = 32 + \frac{13}{4} = \frac{128+13}{4} = \frac{141}{4}$$

@A_M_Z_F

السؤال 3

$$\int_{-1}^{1} |x+1| \, dx$$

تعريف القيمة المطلقة

$$|x+1| = \begin{cases} (x+1) & x \geq -1 \\ -(x+1) & x < -1 \end{cases}$$

في هذا السؤال قيمة x " قيمة الاختبار " تنتمي للفترة المعطاة ومن ضمنها . . . التكامل دالة واحدة وهي الاحتمال الموجب " اكبر من -1

لانها تحقق شرط الاكبر من -1

$$= \int_{-1}^{1} (x+1) \, dx$$

$$= \left[\frac{x^2}{2} + x \right]_{-1}^{1}$$

$$= \left[\frac{(1)^2}{2} + 1 \right] - \left[\frac{(-1)^2}{2} + (-1) \right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} + 1 \right] - \left[\frac{1}{2} - 1 \right]$$

$$= \left[\frac{3}{2} \right] - \left[\frac{-1}{2} \right] = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\int_{2}^{3} \frac{(x^4 - 1)}{x - 1} \, dx$$

نحلل البسط فرق بين مربعين

$$= \int_{2}^{3} \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x-1} \, dx$$

يحلل فرق بين مربعين مرة اخرى

$$= \int_{2}^{3} \frac{(x^2+1)(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}} \, dx$$

$$= \int_{2}^{3} (x^3 + x^2 + x + 1) \, dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right]_{2}^{3}$$

نكامل ثم نعوض (القيمة العليا - القيمة الدنيا)

@A_M_Z_F

$$= \left[\frac{(3)^4}{4} + \frac{(3)^3}{3} + \frac{(3)^2}{2} + 3\right] - \left[\frac{(2)^4}{4} + \frac{(2)^3}{3} + \frac{(2)^2}{2} + 2\right]$$

$$= \left[\frac{81}{4} + \frac{27}{3} + \frac{9}{2} + 3\right] - \left[\frac{16}{4} + \frac{8}{3} + \frac{4}{2} + 2\right]$$

$$= \left[\frac{81}{4} + 9 + \frac{9}{2} + 3\right] - \left[4 + \frac{8}{3} + 2 + 2\right]$$

$$= \left[\frac{81 + 36 + 18 + 12}{4}\right] - \left[\frac{8}{3} + 8\right]$$

$$= \left[\frac{147}{4}\right] - \left[\frac{8 + 24}{3}\right] = \frac{147}{4} - \frac{32}{3} = \frac{441 - 128}{12} = \frac{313}{12}$$

$$\int_0^1 \sqrt{x}\ (\sqrt{x} + 2)^2\ dx$$

يحلل المقدار "مربع كامل" كي نتمكن من ضربهما

$$= \int_0^1 \sqrt{x}\ (x + 4\sqrt{x} + 4)\ dx$$

عند الضرب تجمع الأسس أذا تشابهت الأساسات

$$= \int_0^1 \left(x^{\frac{3}{2}} + 4x + 4\sqrt{x}\right) dx$$

بعدما تمكنا من الضرب نكامل ثم نعوض

$$= \left[\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + 2x^2 + 4\frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}}\right]_0^1$$

$$= \left[\frac{2}{5}\sqrt{x^5} + 2x^2 + \frac{8}{3}\sqrt{x^3}\right]_0^1$$

$$= \left[\frac{2}{5}\sqrt{(1)^5} + 2(1)^2 + \frac{8}{3}\sqrt{(1)^3}\right] - \left[\frac{2}{5}\sqrt{(0)^5} + 2(0)^2 + \frac{8}{3}\sqrt{(0)^3}\right]$$

$$= \left[\frac{2}{5} + 2 + \frac{8}{3}\right] - 0 = \frac{6 + 30 + 40}{15} = \frac{76}{15}$$

@A_M_Z_F

السؤال 4

اذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x & , \quad x \geq 3 \\ 6 & , \quad x < 3 \end{cases}$ جد $\int_1^4 f(x)\ dx$

في الدوال التي تحمل احتمالين نبرهن تحقق شروط استمرارية الدالة

من خلال فترة الاختبار المذكورة في السؤال نجد ان العدد 3 ينتمي للفترة . . . يأخذ من ضمن حدود التكامل + نكامل دالتين كلا حسب الفترة التي تنتمي اليها

نبرهن أن f مستمرة على الفترة $[1\ ,\ 4]$

العدد 3 ينتمي لحدود التكامل وغير موجود من ضمنها . . . نكون فترتين للتكامل الاولى للدالة الاصغر والثانية للدالة الاكبر

1. $f(3) = 2(3) = 6$ الصورة معرفة

2. $\lim_{x\to+3} 2x = 2(3) = 6 = L1$

   $\lim_{x\to-3} 6 = 6 = L2$

   $L1 = L2$ الغاية موجودة

3. $\lim_{x\to+3} f(x) = f(3)$

الدالة مستمرة في الفترة $[1\ ,\ 4]$

لايجاد تكامل الدالة في الفترة $[1\ ,\ 4]$ يتضمن فترتين هما $[1\ ,\ 3]$, $[3\ ,\ 4]$

$$\int_1^4 f(x)\ dx = \int_1^3 6\ dx + \int_3^4 2x\ dx$$

$$= [\ 6x\ ]_1^3 + [\ x^2\ ]_3^4$$

$$= [\,6(3) - 6(1)\,] + [\,(4)^2 - (3)^2\,]$$

$$= [18 - 6] + [16 - 9]$$

$$= 12 + 7 = 19$$

@A_M_Z_F

2014 د1

السؤال 5

أذا كانت $f(x)=\begin{cases}3x^2 & , \quad x\ge 0\\ 2x & , \quad x<0\end{cases}$ جد $\int_{-1}^{3} f(x)\,dx$

نبرهن أن f مستمرة على الفترة $[-1\ ,\ 3]$ عند $x = 0$

بعد اكمال شروط الاستمرارية

العدد 0 ينتمي لحدود التكامل وغير موجود من ضمنها . . . نكون فترتين للتكامل الاولى للدالة الاصغر والثانية للدالة الاكبر

1 الصورة معرفة $f(0) = 3(0)^2 = 0$

2 $\lim_{x\to +0} 3x^2 = 3(0)^2 = 0 = L1$

$\lim_{x\to -0} 2x = 2(0) = 0 = L2$

الغاية موجودة $L1 = L2$

3 الصورة= الغاية $\lim_{x\to +0} f(x) = f(0)$

الدالة مستمرة في الفترة $[-1\ ,\ 3]$

نجد تكامل الدالة كما فعلنا في السؤال السابق

$$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} 2x\,dx + \int_{0}^{3} 3x^2\,dx$$

$$= [\ x^2\ ]_{-1}^{0} + [\ x^3\ ]_{0}^{3}$$

$$= [\ (0)^2 - (-1)^2\ ] + [\ (3)^3 - (0)^3\ ]$$

$$= [0 - 1\ ] + [\ 27 - 0\ ]$$

$$= -1 + 27 = 26$$

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

عطاءٌ بلا حدود

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

@rhlt_altafawk

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

مثال

$\int (x^2+3)^2\ 2x\ dx$

$= \frac{(x^2+3)^3}{3} + c = \frac{1}{3}(x^2+3)^3 + c$

$\int (3x^2+8x+5)^6\ (3x+4)\ dx$

$= \int \frac{1}{2}(3x^2+8x+5)^6\ 2(3x+4)\ dx = \frac{1}{2}\frac{(3x^2+8x+5)^7}{7} + c$

$= \frac{1}{14}(3x^2+8x+5)^7 + c$

$\int \sin^4 x\ \cos x\ dx$

$= \int \sin^4 x\ \cos x\ dx = \frac{1}{5}\sin^5 x + c$

$\int \tan^6 x\ \sec^2 x\ dx$

$= \int \tan^6 x\ \sec^2 x\ dx = \frac{1}{7}\tan^7 x + c$

$\int 9\sin 3x\ dx$

$= \int 9\sin 3x\ dx = \frac{-9\cos 3x}{3} + c = -3\cos 3x + c$

$\int x^2 \sin x^3\ dx$

$= \frac{1}{3}\int \sin x^3\ 3x^2\ dx = \frac{1}{3}\int -\cos x^3 + c = \frac{-1}{3}\cos x^3 + c$

@A_M_Z_F

$$\int \sqrt{1 - \sin 2x}\, dx$$

توضيح

نجزء $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ قانون نصف الزاوية لدالة sin لتوفير الحد الاوسط + اما العدد 1 حسب المتطابقة الذهبية

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ لتوفير الحدين الاول والاخير وتكوين مربع كامل للتخلص من الجذر التربيعي لعدم توفر مشتقة الداخل . . . مقدمة فصل التكامل جميع القواعد والمعلومات الشاملة . . . اخذنا احتماليين لان اشارة الحد الوسط سالبة . . اذا كانت موجبة يفضل احتمال واحد الموجب فقط

$$= \int \sqrt{\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x}\, dx = \int \sqrt{((\sin x - \cos x))^2}\, dx$$

$$= \int \pm(\sin x - \cos x)\, dx = \pm(-\cos x - \sin x) + c$$

توضيح

$$\int \sin^4 x\, dx$$

نجزء الاس لعدم توفر مشتقة الداخل + بقانون ضعف الزاوية لدالة ال sin نبسط ثم نكامل

$$= \int \sin^2 x \sin^2 x\, dx = \int \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)\, \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)\, dx$$

$$= \int \frac{1}{4}(1 - 2\cos 2x + \cos^2 2x)\, dx$$

$$= \int \frac{1}{4}\left(1 - 2\cos 2x + \frac{1}{2}(1 + \cos 4x)\right) dx$$

$$= \frac{1}{4}\left(x - \sin 2x + \frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{4}\sin 4x\right)\right) + c$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{8}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

$$= \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\sin 2x + \frac{1}{32}\sin 4x + c$$

في هذه السؤال ذكرنا قانون ضعف الزاوية لدالة ال sin . . . ضربنا المقدارين مربع كامل لتشابههما من الداخل والخارج + جزئنا الحد الاخير بقانون ضعف الزاوية لدالة cos . . . راجع المعلومات في مقدمة فصل التكامل هي السبيل لاتقانك المنهج + الاساسيات

$$\int ((\sin x - \cos x))^7 (\cos x + \sin x)\, dx$$

مشتقة الداخل موجودة . . . نهملها ونكامل من الخارج

$$\int ((\sin x - \cos x))^7 (\cos x + \sin x)\, dx$$

$$= \int \frac{1}{8}((\sin x - \cos x))^8 + c$$

@A_M_Z_F

$$\int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^3 x}\, dx$$

نعوض بدل $1 + \tan^2 x = sec^2 x$ نرفع المقام الى البسط وباس مختلف + نكامل كدالة اسية بعد توفر مشتقة الداخل

$$= \int \frac{1+\tan^2 x}{\tan^3 x}\, dx = \int \tan^{-3} x\ (1 + \tan^2 x)\, dx$$

$$= \int \tan^{-3} x\ sec^2 x\ dx = \frac{\tan^{-2} x}{-2} + c$$

$$= -\frac{1}{2}\ \frac{1}{\tan^2 x} + c = -\frac{1}{2}\ \cot^2 x + c$$

الاس سالب ينزل الى المقام يصبح موجبا خواص الاسس والجذور + نعوض بدل $\frac{1}{\tan^2 x} = \cot^2 x$

$$\int \cos^3 x\, dx$$

نجزء الاس " لعدم توفر مشتقة الداخل " . . . نعوض بدل $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ . . . نضرب الخارج بالداخل . . ثم نكامل

$$\int \cos^2 x \cos x\ dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x\ dx$$

$$= \int (1 - \sin^2 x) \cos x\ dx = \int (\cos x - \sin^2 x\ \cos x)\ dx$$

$$= \sin x - \frac{1}{3} \sin^3 x + c$$

2013 تكميلي + 2014د2

$$\int \frac{tan\ x}{\cos^2 x}\, dx$$

نعوض بدل $sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ لتوفير مشتقة ال tan ثم نكامل كدالة اسية

$$= \int \tan x\ \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \int \tan x\ sec^2 x\ dx$$

$$= \frac{1}{2} \tan^2 x + c$$

2016 د1 + 2014د3

$$\int \sin 6x\ \cos^2 3x\, dx$$

نجزء $\sin 6x = 2 \sin 3x \cos 3x$ قانون نصف الزاوية لدالة sin " لجعل الزاوية متساوية والتكامل كدالة اسية بعد توفر مشتقة الداخل "

$$= \int 2 \sin 3x\ \cos 3x\ \cos^2 3x\, dx = \int 2 \cos^3 3x\ \sin 3x\ dx$$

$$= -2 \int \cos^3 3x\ (-\sin 3x\ dx) = \frac{-2}{12} \cos^4 3x + c$$

$$= \frac{-1}{6} \cos^4 3x + c$$

advice

بأمكاننا أن نكامل بأكثر من طريقة . . . الطريقة الثانية هي التحويل لقانون ضعف الزاوية لكن افضل لكم هذه الطريقة لانها العامة والشاملة والابسط + اخواني كل المعلومات الخاصة بالدوال الدائرية في التكامل والمشتقة موجودة امام كل سؤال او في الاساسيات او مقدمة كل فصل . . . عليك الاطلاع بعدها الابداع

@A_M_Z_F

$$\int \frac{\cos 4x}{\cos 2x - \sin 2x} dx$$

نجزء البسط بقانون نصف الزاوية لدالة ال cos .. نحلل البسط فرق بين مربعين لاجل الاختصار مع المقام . . . ثم نكامل

2014 د1

2015 د1

$$= \int \frac{\cos^2 2x - \sin^2 2x}{\cos 2x - \sin 2x} dx = \int \frac{(\cos 2x + \sin 2x)(\cos 2x - \sin 2x)}{\cos 2x - \sin 2x} dx$$

$$= \int (\cos 2x + \sin 2x)\ dx = \frac{\sin 2x}{2} - \frac{\cos 2x}{2} + c$$

$$\int \sin^2 3x\ dx$$

قانون ضعف الزاوية لدالة ال sin " لعدم توفر مشتقة الداخل " . . ثم نكامل

$$= \int \sin^2 3x\ dx = \frac{1}{2}(1 - \cos 6x)\ dx = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 6x}{6}\right) + c$$

$$= \frac{1}{2}x - \frac{\sin 6x}{12} + c$$

$$\int \cot^2 5x\ dx$$

نذكر متطابقة ال cot لعدم توفر مشتقة الداخل " ثم نكامل "

$$= \int (\csc^2 5x - 1)\ dx = \left(-\frac{\cot 5x}{5} - x\right) + c$$

$$\int \tan^2 7x\ dx$$

نذكر متطابقة ال tan لعدم توفر مشتقة الداخل " ثم نكامل "

$$= \int (\sec^2 7x - 1)\ dx = \left(\frac{\tan 7x}{7} - x\right) + c$$

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 4 -4

السؤال 1

جد كلا من التكاملات التالية :

$$\int \frac{(2x^2-3)^2-9}{x^2}\,dx$$

نحلل المقدار مربع كامل + نجري عمليتي الجمع والطرح للحدود المتشابهة " لتبسيط"

$$= \int \frac{4x^4 - 12x^2 + 9 - 9}{x^2}\,dx$$

نجزئ البسط على المقام او نقسمه للتخلص من المقام او باستخراج

$$= \int \frac{4x^4 - 12x^2}{x^2}\,dx = \int (4x^2 - 12)\,dx$$

أخيرا نكامل كلا حسب قاعدته

$$= 4\,\frac{x^3}{3} - 12x + c$$

$$= \frac{4}{3}x^3 - 12x + c$$

$$\int \frac{\cos^3 x}{1-\sin x}\,dx$$

نجزئ أس دالة cosx لكي يتسنى لدينا

استخدام المتطابقة

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

+ نحلل المقدار فرق بين مربعين

للتخلص من المقام

$$= \int \frac{\cos^2 x \cdot \cos x}{1-\sin x}\,dx$$

$$= \int \frac{(1-\sin^2 x)\cdot \cos x}{1-\sin x}\,dx$$

$$= \int \frac{(1-\sin x)\cdot(1+\sin x)\cdot \cos x}{1-\sin x}\,dx$$

نضرب الدالتين بعدها نكامل

$$= \int (1+\sin x)\cdot \cos x\,dx$$

@A_M_Z_F

$$= \int (\cos x + \sin x \cos x)\, dx$$

تعتبر مشتقة دالة ال sin x

$$= \sin x + \frac{\sin^2 x}{2} + c$$

$$\int \frac{x}{(3x^2+5)^4}\, dx$$

نوفر مشتقة الداخل 6 x + نرفع المقام الى البسط مع تغيير إشارة الأس "يصبح سالبا بعد أن كان موجبا " + لكي نتمكن من تكامله كدالة آسية

$$= \frac{1}{6} \int (3x^2+5)^{-4}\; 6x\, dx$$

$$= \frac{1}{6} \int \frac{(3x^2+5)^{-3}}{-3} + c$$

$$= \frac{-1}{18\,(3x^2+5)^3} + c$$

بعد التكامل نرتب الدالة " الاس السالب في البسط يصبح موجبا عند نقله للمقام "خواص الأسس"

$$\int \sin^3 x\, dx$$

نجزئ أس الدالة الدائرية لنتمكن من استخدام المتطابقة $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$$= \int \sin x \,.\, \sin^2 x\, dx$$

$$= \int \sin x\,.\,(1 - \cos^2 x)\, dx$$

$$= \int (\sin x + \cos^2 x\,(-\sin x))\, dx$$

مشتقة الداخل لدالة $\cos^2 x$ متوفرة التكامل مباشرة كلا حسب قاعدته مع مراعاة الاشارة بضرب الداخل والخارج ب -1

$$= -\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + c$$

$$\int (3x^2+1)^2\, dx$$

نحلل المقدار مربع كامل ثم نكامل كل حد حسب قاعدته

$$= \int (9x^4 + 6x^2 + 1)\, dx$$

$$= \frac{9}{5}x^5 + 2x^3 + x + c$$

@A_M_Z_F

2013 د2

$$\int (1+\cos 3x)^2 \, dx$$

نحلل المقدار مربع كامل

$$= \int (1 + 2\cos 3x + \cos^2 3x) \, dx$$

متطابقة دالة cos x معلومة سابقة

$\cos^2 3x = \frac{1}{2}(1+\cos 6x)$

$$= \int (1 + 2\cos 3x + \cos^2 3x) \, dx$$

$$= \int \left[1 + 2\cos 3x + \frac{1}{2}(1+\cos 6x)\right] dx$$

بعد ان جزئنا . . .
نكامل ونبسط الحدود
حسب العمليات المتوفرة
لدينا مع مراعاة خواص
كل عملية

$$= x + \frac{2}{3}\sin 3x + \frac{1}{2}\left(x + \frac{\sin 6x}{6}\right) + c$$

$$= x + \frac{2}{3}\sin 3x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{12}\sin 6x + c$$

$$= \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}\sin 3x + \frac{1}{12}\sin 6x + c$$

$$\int \frac{(3-\sqrt{5x})^7}{\sqrt{7x}} \, dx$$

توضيح

نستخدم خاصية توزيع الجذر عند
عملية الضرب لنرفع المقام إلى
البسط
وبأس سالب " لنوفر مشتقة
الداخل"
+ نكامل المقدار كدالة آسية

$$= \int \frac{(3-\sqrt{5x})^7}{\sqrt{7x}} \, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{7}} \int (3-\sqrt{5x})^7 \cdot (x)^{-\frac{1}{2}} \, dx$$

$$= \frac{1}{\sqrt{7}} \cdot -\frac{2}{\sqrt{5}} \int (3-\sqrt{5x})^7 \cdot -\frac{\sqrt{5}}{2}(x)^{-\frac{1}{2}} \, dx$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{35}} \int (3-\sqrt{5x})^7 \cdot -\frac{\sqrt{5}}{2}(x)^{-\frac{1}{2}} \, dx$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{35}} \cdot \frac{(3-\sqrt{5x})^8}{8} + c$$

$$= \frac{-(3-\sqrt{5x})^8}{4\sqrt{35}} + c$$

مشتقة الداخل أصبحت متوفرةبعد ما
ضربنا المشتقة ب $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ والدالة ب
$-\frac{2}{\sqrt{5}}$ بعد ذلك نهمل مشتقة الداخل
ونكامل

@A_M_Z_F

$$\int \csc^2 x \cos x \, dx$$

توضيح

2013 د1

$$= \int \frac{1}{\sin^2 x} \cos x \, dx$$

$$= \int \frac{1}{\sin x} . \frac{\cos x}{\sin x} \, dx$$

$$= \int \csc x . \cot x \, dx$$

$$= -\csc x + c$$

نجزأ المقام لكي نحصل على المتطابقة

$\csc x \quad \cot x$

عند تكاملها نحصل على $-\csc x$

طريقة ثانية . . نبسطهما بدلالة sin + cos

$$.= \int \frac{1}{\sin^2 x} \cos x \, dx$$

$$.= \int \sin^{-2} x \cos x \, dx$$

$$.= \frac{\sin^{-1} x}{-1} + c = \frac{-1}{\sin x} + c$$

$$.= -\csc x + c$$

$$\int \frac{\cos \sqrt{1-x}}{\sqrt{1-x}} \, dx$$

نرفع المقام " مشتقة الزاوية" الى البسط وباس سالب

$$= -2 \int \cos (1-x)^{\frac{1}{2}} \times -\frac{1}{2} \times (1-x)^{\frac{-1}{2}} \, dx$$

$$= -2 \int \cos \sqrt{1-x} \times -\frac{1}{2} (1-x)^{\frac{-1}{2}} \, dx$$

$$= -2 \sin \sqrt{1-x} + c$$

مشتقة الداخل موجودة نهملها ثم نكامل . . . التكامل كدالة اعتيادية بعد ان وفرنا مشتقة الزاوية بضرب الخارج ب $-\frac{1}{2}$ والداخل ب -2

@A_M_Z_F

سؤال شامل . . . في نهاية الملزمة
اسئلة من اعدادي لإتقانكم المنهج
بجميع أساسياته

$$\int \frac{\sqrt{x-\sqrt{x}}}{\sqrt[4]{x^3}}\, dx$$

نعرف الجذور كلا حسب " دليله "

الصيغة الاسية $[\text{الدالة}]^{\text{الاس/دليل الجذر}}$ $\sqrt[\text{دليل الجذر}]{\text{الدالة}^{\text{الاس}}}$

$$= \int \frac{\sqrt{\sqrt{x}\,(\sqrt{x}-1)}}{\sqrt[4]{x^3}}\, dx$$

$$= \int \frac{\left[x^{\frac{1}{2}}\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)\right]^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{4}}}\, dx$$

$$= \int x^{\frac{1}{4}} \left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{3}{4}}\, dx$$

عند رفع الأس من المقام الى البسط

تتغير أشارته +نستخرج $x^{\frac{1}{2}}$ كعامل

مشترك فيخرج بالاس $x^{\frac{1}{4}}$ + عند الضرب

تجمع الأسس لكي نوفر مشتقة الداخل

$$= \int \left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{1}{2}} x^{-\frac{1}{2}}\, dx$$

$$= \int 2 \left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}\, dx$$

مشتقة الداخل متوفرة بعدما

ضربنا مشتقة الداخل ب $\frac{1}{2}$

والدالة بالعدد 2 بعدها نهمل

مشتقة الداخل ونكامل كدالة

اسية

$$= 2\, \frac{\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + c$$

$$= \frac{4}{3}\left(x^{\frac{1}{2}}-1\right)^{\frac{3}{2}} + c = \frac{4}{3}\sqrt{\left(\sqrt{x}-1\right)^{3}} + c$$

اخيرا نحول من الصيغة الاسية الى الجذرية

$$\int \sec^2 4x \; dx$$

$$\int \sec^2 4x \; dx = \frac{1}{4}\tan 4x + c$$

@A_M_Z_F

الطريقة الاولى

$$\int \cos^4 3x \quad dx$$

نبسط ماتحت الأس لنطبق إحدى قوانين ضعف الزاوية بدلالة cos

$$\int \cos^4 3x \; dx = \int (\cos^2 3x)^2 \; dx$$

$\cos^2 3x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 6x$

نجزئ المقدار كمربع كامل

$$= \int \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 6x \right)^2 dx$$

نبسط دالة cos x مرة اخرى

$\cos^2 6x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 12x$

$$= \int \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos 6x + \frac{1}{4}\cos^2 6x \right) dx$$

$$= \int \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\cos 6x + \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 12x \right) \right) dx$$

بعدما بسطنا الدالة نكامل كل حد حسب قاعدته

$$= \frac{3}{8}x + \frac{1}{12}\sin 6x + \frac{1}{96}\sin 12x + c$$

الطريقة الثانية "الافضل"

$$\int \cos^4 3x \quad dx$$

$$= \int \cos^2 3x \; \cos^2 3x \; dx$$

$$= \int \frac{1}{2}[1 + \cos 6x] \; \frac{1}{2}[1 + \cos 6x] \; dx$$

$$= \int \frac{1}{4}[1 + 2\cos 6x + \cos^2 6x] \; dx$$

$$= \int \frac{1}{4}\left[1 + 2\cos 6x + \frac{1}{2}[1 + \cos 12x]\right] dx$$

$$= \frac{1}{4}\left[x + 2\frac{\sin 6x}{6} + \frac{1}{2}\left[x + \frac{\sin 12x}{12}\right]\right] + c$$

$$= \frac{1}{4}x + \frac{1}{12}\sin 6x + \frac{1}{8}x + \frac{\sin 12x}{96} + c$$

$$= \frac{3}{8}x + \frac{1}{12}\sin 6x + \frac{1}{96}\sin 12x + c$$

نجزء الاس + نبسط الدالتين " قانوني ضعف الزاوية" + عند ضرب مقدارين متشابهين "مربع كامل " ثلاث حدود"

نكامل بعد التبسيط

@A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

حلول تمارين 5- 4 S

السؤال 1

$\frac{dy}{dx}$ لكل مما ياتي :

$y = \ln 3x$

مشتقة الدالة

$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{3x} = \frac{1}{x}$

الدالة

$y = \ln \frac{x}{2}$

ملاحظة : عند قسمة عدد نسبي على أخر

= الأول × مقلوب الثاني "النضير الضربي"

مشتقة الدالة

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{x}{2}} = \frac{2}{x} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{x}$

الدالة

$y = \ln x^2$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{x^2} = \frac{2x}{x^2} = \frac{2}{x}$

$y = [\ln (x)]^2$

الاس الموجود لدالة اللوغارتم الطبيعي " ln " عند الاشتقاق نشتق كدالة اسية

$\frac{dy}{dx} = 2\ [\ln (x)] \cdot \frac{1}{x} \cdot 1 = \frac{2 \ln x}{x}$

$y = \ln \left(\frac{1}{x}\right)^3$

نرفع المقام الى البسط مع تغيير اشارة اسه لكي نشتق الدالة

عند القسمة تطرح الاسس اذا تشابهت الأساسات "خواص الأسس"

$y = \ln x^{-3}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-3\ x^{-4}}{x^{-3}} = -3\ x^{-4+3} = -3\ x^{-1} = \frac{-3}{x}$

@A_M_Z_F

$$y = \ln(2-\cos x)$$

مشتقة الدالة

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-(-\sin x)}{2-\cos x} = \frac{\sin x}{2-\cos x}$$

الدالة

$$y = e^{-5x^2+3x+5}$$

$e^{\text{الدالة}}$ × مشتقة الاس "الدالة"

$$\frac{dy}{dx} = e^{-5x^2+3x+5} \cdot (-10x+3)$$

الدالة ، مشتقة الاس

$$y = 9^{\sqrt{x}}$$

دالة الثابت ، الثابت Ln ، مشتقة دالة الأس

$$\frac{dy}{dx} = 9^{\sqrt{x}} \ln 9 \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{9^{\sqrt{x}} \cdot \ln 9}{2\sqrt{x}}$$

$$y = 7^{-\frac{x}{4}}$$

$$\frac{dy}{dx} = 7^{-\frac{x}{4}} \ln 7 \cdot \frac{-1}{4} = \frac{-7^{-\frac{x}{4}} \times \ln 7}{4}$$

دالة الثابت ، الثابت Ln ، مشتقة دالة

اعداد الاستاذ ... باسم العبيدي

@A_M_Z_F

2013 تكميلي

$$y = x^2 \cdot e^x$$

نشتق حاصل ضرب دالتين =

$$\frac{dy}{dx} = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x \cdot 1$$

$$= 2x\ e^x + x^2\ e^x$$

$$= x\ e^x\ (2 + x)$$

السؤال 2

$$\int_0^3 \frac{1}{x+1}\, dx$$

تكامل اي دالة بالصيغة

$$\int_a^b \frac{du}{u} = [\,ln\ |u|\,]_a^b$$

$$= [\,ln\ |x+1|\,]_0^3$$

$$= [\,[ln\,(3+1)] - [ln\,(0+1)]\,]$$

$$= [\,[ln\,4] - [ln\,1]\,]$$

$$= [\,[ln\,2^2] - 0\,]$$

$$= 2\ ln\ 2$$

توضيح

تكامل اي دالة كسرية تحتوي الدالة في المقام
والمشتقة في البسط اي بالصيغة

$$\int_a^b \frac{du}{u} = [\,ln\ |u|\,]_a^b$$

عند تكاملها نحصل على الدالة ln

@A_M_Z_F

$$\int_0^4 \frac{2x}{x^2+9}\,dx$$

تكامل اي دالة بالصيغة

$$\int_a^b \frac{du}{u} = [\ln|u|]_a^b$$

$$= [\ln|x^2+9|]_0^4$$

مشتقة داخل الدالة متوفرة نهملها ثم نكامل

$$= [\,[\ln((4)^2+9)] - [\ln((0)^2+9)]\,]$$

$$= [\,[\ln(16+9)] - [\ln(0+9)]\,]$$

$$= [\,[\ln(25)] - [\ln(9)]\,]$$

$$= [\,[\ln 5^2] - [\ln 3^2]\,]$$

$$= 2\ln 5 - 2\ln 3 = 2\ln\frac{5}{3}$$

خواص اللوغارتمات نحتاجها في هذه المجموعة من التمارين

$\log x^n = n\log x$.

$[\ln 5^2] - [\ln 3^2]$.

$2\ln 5 - 2\ln 3$.

2012 د1 + 2014 د2

$$\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x}\,dx$$

$$= \frac{1}{2}\int_{\ln 3}^{\ln 5} e^{2x}\,2\,dx$$

نوفر مشتقة الداخل ثم نكامل

$$= \frac{1}{2}[e^{2x}]_{\ln 3}^{\ln 5}$$

$$= \frac{1}{2}[\,[e^{2\ln 5}] - [e^{2\ln 3}]\,]$$

قاعدة : $e^{n\ln a} = e^{\ln a^n}$

$$= \frac{1}{2}[\,[e^{\ln 5^2}] - [e^{\ln 3^2}]\,]$$

$$= \frac{1}{2}[\,[e^{\ln 25}] - [e^{\ln 9}]\,]$$

قاعدة : $e^{\ln a} = a$

$$= \frac{1}{2}[\,[25] - [9]\,] = \frac{1}{2}[25-9] = \frac{1}{2}\times 16 = 8$$

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$\int_0^{\ln 2} e^{-x}\, dx$$

نضرب الداخل والخارج ب -1 لتوفير مشتقة الداخل

$$= -\left[\, e^{-x} \,\right]_0^{\ln 2}$$

$$= -\left[\, [e^{-\ln 2}] - [e^{0}] \,\right]$$

$$= -\left[\, [e^{\ln 2^{-1}}] - [1] \,\right]$$

قاعدة : $e^{\ln a} = a$

$$= -\left[\, [e^{\ln \frac{1}{2}}] - [1] \,\right]$$

$$= -\left[\, \frac{1}{2} - 1 \,\right] = -\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

2011 د1 + 2013 د2

2016 تمهيدي

$$\int_0^{1} (1+e^{x})^{2} \cdot e^{x}\, dx$$

مشتقة الداخل متوفرة نهملها ثم نكامل

$$= \left[\, \frac{(1+e^{x})^{3}}{3} \,\right]_0^{1}$$

خواص الاسس . . كل حد اسه صفر = 1

$$= \frac{1}{3}\left[\, [(1+e^{1})^{3}] - [(1+e^{0})^{3}] \,\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\, [(1+e)^{3}] - [(1+1)^{3}] \,\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\, [(1+e)^{3}] - [(2)^{3}] \,\right]$$

$$= \frac{1}{3}\left[\, [(1+e)^{3}] - 8 \,\right]$$

اعداد الاستاذ . . . باسم البياتي

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

2011 د2

$$\int_0^1 \frac{3x^2+4}{x^3+4x+1}\,dx$$

تكامل $\frac{\text{مشتقة دالة}}{\text{الدالة}}$ ⬅ ln |الدالة|

$$= \left[\ln|x^3+4x+1|\right]_0^1$$

$$= \left[\left[\ln|(1)^3+4(1)+1|\right]-\left[\ln|(0)^3+4(0)+1|\right]\right]$$

$$= \left[\left[\ln|1+4+1|\right]-\left[\ln|0+0+1|\right]\right]$$

$$= \left[\left[\ln 6\right]-\left[\ln 1\right]\right] = \left[\ln 6-0\right] = \ln 6$$

2012 د2 + 2015 د2 + 2012

$$\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$$

$$= \int_1^4 e^{\sqrt{x}}\ \frac{1}{2}\,x^{-\frac{1}{2}}\,dx$$

$$= \left[e^{\sqrt{x}}\right]_1^4$$

$$= \left[\left[e^{\sqrt{4}}\right]-\left[e^{\sqrt{1}}\right]\right]$$

$$= e^2 - e$$

التوضيح

وزاري

2011 د1

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sec^2 x}{2+\tan x}\,dx$$

قاعدة : تكامل الدالة بالصيغة :

$$\int_a^b \frac{du}{u} = \left[\ln|u|\right]_a^b$$

نعوض حدود التكامل + $\tan\frac{\pi}{4}=1$

اما في حال الزاوية سالبة tan يكون سالب لان دالة sin تحافظ على الاشارة

$$= \left[\ln|2+\tan x|\right]_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}}$$

$$= \left[\ln\left|2+\tan\frac{\pi}{4}\right| - \ln\left|2+\tan -\frac{\pi}{4}\right|\right]$$

$$= \left[\ln|2+1| - \ln|2-1|\right]$$

$$= \left[\ln 3 - \ln 1\right] = \ln 3 - 0 = \ln 3$$

@A_M_Z_F

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}\, dx$$

مشتقة الداخل موجودة في البسط

نرفع المقام وباس سالب الى البسط ثم نكامل

$$= \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^{-\frac{1}{2}} \cdot \cos x\, dx$$

نهمل مشتقة الداخل ثم نكامل الدالة الاسية

$$= 2\left[\sqrt{\sin x}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 2\left[\sqrt{\sin\frac{\pi}{2}} - \sqrt{\sin\frac{\pi}{6}}\right]$$

$$= 2\left[\sqrt{1} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right]$$

$$= 2\left[1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right] = 2\left[\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right] = \sqrt{2}\times\sqrt{2}\left[\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= 2 - \sqrt{2}$$

$$\int \cot^3 5x\, dx$$

نجزء اس الدالة المثلثية لصعوبة تكاملها بهذه الصورة لعدم توفر مشتقة الداخل

نستخدم المتطابقة :

$\cot^2 5x = \csc^2 5x - 1$

نجري عملية الضرب ونكامل الحد الاول دالة اسية لتوفر مشتقة الداخل + الحد الثاني بطريقة (المقام) ln لوجود الدالة في المقام والمشتقة في البسط

$$= \int \cot^2 5x \,.\, \cot 5x\, dx$$

$$= \int (\csc^2 5x - 1) \,.\, \cot 5x\, dx$$

$$= \int (\csc^2 5x \,.\cot 5x - \cot 5x)\, dx$$

$$= \int \left(\cot 5x \,.\csc^2 5x - \frac{\cos 5x}{\sin 5x}\right) dx$$

$$= \frac{-1}{5}\,\frac{\cot^2 5x}{2} - \frac{1}{5}\ln|\sin 5x| + c$$

$$= \frac{-\cot^2 5x}{10} - \frac{1}{5}\ln|\sin 5x| + c$$

$\int \frac{du}{u} = \ln u$

@A_M_Z_F

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x \, dx$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot -\sin x \, dx$$

مشتقة الاس لدالة الاكسبونشيل موجودة نهملها ونكامل

$$= -\left[e^{\cos x} \right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= -\left[e^{\cos\frac{\pi}{2}} - e^{\cos 0} \right] = -\left[e^{0} - e^{1} \right]$$

$$= -(1 - e) = e - 1$$

$$\int_1^2 x \, e^{-\ln x} \, dx$$

$$= \int_1^2 \frac{x}{e^{\ln x}} \, dx$$

الاس سالب في البسط عند نقله الى المقام يصبح موجبا

ملاحظة $e^{\ln a} = a$

$$= \int_1^2 \frac{x}{x} \, dx = \int_1^2 dx$$

$$= [x]_1^2 = 2 - 1 = 1$$

رحلة التفوق في السادس

عطاءٌ بلا حدود

@A_M_Z_F

السؤال 3

اثبت أن :

$$\int_1^8 \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x} - 1}}{\sqrt[3]{x^2}}\,dx = 2$$

نرفع المقام الى البسط وباس سالب

LHS

$$= \int_1^8 \frac{\left[x^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{2}{3}}}\,dx$$

$$= 3\int_1^8 \left[x^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}\,dx$$

مشتقة الداخل
موجودة بعدما ضربنا
المشتقة ب $\frac{1}{3}$
والدالة بالعدد 3

$$= 3 \cdot \frac{\left[\left[x^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{3}{2}}\right]_1^8}{\frac{3}{2}}$$

$$= 3 \times \frac{2}{3}\left[\left[x^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{3}{2}}\right]_1^8$$

$$= 2\left[\left(\left[(8)^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{3}{2}}\right) - \left(\left[(1)^{\frac{1}{3}} - 1\right]^{\frac{3}{2}}\right)\right]$$

$$= 2\left[\left([2 - 1]^{\frac{3}{2}}\right) - \left([1 - 1]^{\frac{3}{2}}\right)\right]$$

$$= 2\left[\left([1]^{\frac{3}{2}}\right) - \left([0]^{\frac{3}{2}}\right)\right]$$

$$= 2\,[1 - 0] = 2 \times 1 = 2$$

RHS

@A_M_Z_F

$\int_{-2}^{4} |3x - 6|\, dx = 30$

2-2014

اثبت ان

نطبق تعريف القيمة المطلقة عبارة عن دالتين احداهما موجبة والاخرى سالبة كما هو موضح بالشكل المقابل

$$|3x - 6| = \begin{cases} 3x - 6 & , \quad x \geq 2 \\ (-3x + 6) & , \quad x < 2 \end{cases}$$

LHS $= \int_{-2}^{2}(-3x + 6)\, dx + \int_{2}^{4}(3x - 6)\, dx$

$$= \left[\frac{-3\,x^2}{2} + 6x\right]_{-2}^{2} + \left[\frac{3\,x^2}{2} - 6x\right]_{2}^{4}$$

$$= \left[\left(\frac{-3\,(2)^2}{2} + 6(2)\right) - \left(\frac{-3\,(-2)^2}{2} + 6(-2)\right)\right] + \left[\left(\frac{3\,(4)^2}{2} - 6(4)\right) - \left(\frac{3\,(2)^2}{2} - 6(2)\right)\right]$$

$$= \left[\left(\frac{-12}{2} + 12\right) - \left(\frac{-12}{2} - 12\right)\right] + \left[\left(\frac{48}{2} - 24\right) - \left(\frac{12}{2} - 12\right)\right]$$

$$= -6 + 12 + 6 + 12 + 24 - 24 - 6 + 12$$

$= 30$ RHS

توضيح

في القيمة المطلقة احتماليين . . . احداهما موجب والاخر سالب وقيمة x = عكس اشارة البعيد / القريب . . . اذا كانت قيمة x تنتمي للفترة المعطاة في السؤال وغير موجودة من ضمنها . . . . نكون فترتين وكل فترة لها دالة " نكاملها حسب القواعد " . . . . اختيار الدالة حسب فترة الاختيار

تكامل الدالة المطلقة في الفترة $[-2\,,4]$ يتضمن فترتين كما موضح :

$\int_{-2}^{4}$ الدالة المطلقة $= \int_{-2}^{2}$ الاحتمال السالب $+ \int_{2}^{4}$ الاحتمال الموجب

عزيزي الطالب . . . راجع مقدمة الفصل + الاساسيات . . . انها تضم جميع القواعد والملاحظات لكل موضوع

@A_M_Z_F

2016 د1

F(x) دالة مستمرة على الفترة $[-2\ ,\ 6]$ فاذا كان $\int_{1}^{6} f(x)\,dx = 6$ وكان

$\int_{-2}^{6} [f(x) + 3]\,dx = 32$ فجد $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$

العلاقة الكلية

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{6} f(x)\,dx$$

في العلاقة المطلوبة مجهولان نجد احداهما $\int_{-2}^{6} f(x)\,dx$ من معطى السؤال

. . . . بعدها نرجع الى العلاقة الرئيسية لايجاد المطلب الاخر

من المعلوم لدينا أن

$$\int_{-2}^{6} [f(x) + 3]\,dx = 32$$

التكامل يتوزع على عملية الجمع من هذه العلاقة نجد $\int_{-2}^{6} f(x)dx$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx + \int_{-2}^{6} 3\,dx = 32$$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx + \Big[\ 3x\ \Big]_{-2}^{6} = 32$$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx + [(3(6)) - (3(-2))] = 32$$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx + [18 + 6] = 32$$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx + 24 = 32 \Rightarrow \int_{-2}^{6} f(x)\,dx = 32 - 24 = 8$$

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx = 8$$

بعد ان وجدنا $\int_{-2}^{6} f(x)\,dx = 8$ نجد $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$ من العلاقة التالية

$$\int_{-2}^{6} f(x)\,dx = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + \int_{1}^{6} f(x)\,dx$$

$$8 = \int_{-2}^{1} f(x)\,dx + 6$$

$$\int_{-2}^{1} f(x)\,dx = 8 - 6 = 2$$

@A_M_Z_F

2015 د1

السؤال 5

جد قيمة a أذا علمت أن $\int_1^a \left(x+\frac{1}{2}\right)dx = 2\int_0^{\frac{\pi}{4}} sec^2\, x\, dx$

$$\left[\frac{x^2}{2}+\frac{x}{2}\right]_1^a = 2\left[\tan x\right]_0^{\frac{\pi}{4}}$$

$$\left[\left(\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2}\right)-\left(\frac{1^2}{2}+\frac{1}{2}\right)\right] = 2\left[\left(\tan\frac{\pi}{4}\right)-\left(\tan 0\right)\right]$$

$$\left[\left(\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2}\right)-(1)\right] = 2\left[(1)-(0)\right]$$

$$\left[\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2}-1\right] = 2$$

$$\frac{a^2}{2}+\frac{a}{2} = 2+1 = 3$$

$$\frac{a^2+a}{2} = 3 \Rightarrow a^2+a-6=0$$

$$\Rightarrow (a+3)(a-2)=0$$

either $a=-3$ or $a=2$

توضيح

نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته ثم نعوض حدود التكامل لإيجاد قيمة a بعد اجراء مختلف المهارات الرياضية من توحيد المقامات+ بالإضافة الى خاصية تساوي عددين نسبيين "حاصل ضرب الوسطين = حاصل ضرب الطرفين

بالنسبة للقيمة السالبة في التكامل تؤخذ في حالة ذكر ان الدالة تضرب في 1- لجعل حدود التكامل من الادنى الى الاعلى " معلومة سابقة "

$a=2$ حسب حدود التكامل المعطاة + a=-3 الدالة يجب ان تضرب 1- لترتيب الحدود من الادنى الى الاعلى

@A_M_Z_F

لتكن $f(x) = x^2 + 2x + k$ دالة نهايتها الصغرى = -5 فجد

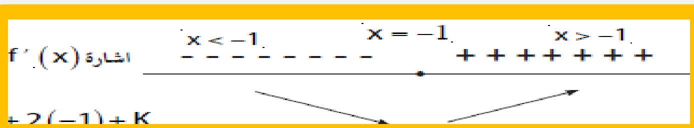
$\int_1^3 f(x)\ dx$

نشتق الدالة ونساويها بالصفر لنجد قيمة x اما قيمة y = -5 " معطى "

ثم نعوض النقطة p (x , y) في معادلة المنحني لإيجاد قيمة k

$\overline{f(x)} = 2x + 2$ ⟹ $\overline{f(x)} = 0$ ⟹ $2x + 2 = 0$

⟹ $x = -1$



نقطة النهاية الصغرى (-5 , -1) p تحقق معادلة المنحني + نعوضها في معادلة المنحني لايجاد قيمة k

⟹ $-5 = (-1)^2 + 2(-1) + k$ ⟹ $-5 = 1 - 2 + k$

$-5 = -1 + k$ ⟹ $k = -4$

بعدما وجدنا قيمة k = -4 نجد $\int_1^3 f(x)\ dx$

$\int_1^3 (x^2 + 2x - 4)\ dx$ ⟹ تكامل مباشر كل حد حسب قاعدته

$$= \left[\frac{x^3}{3} + x^2 - 4x \right]_1^3$$

$$= \left[\left(\frac{(3)^3}{3} + (3)^2 - 4(3) \right) - \left(\frac{1^3}{3} + 1^2 - 4(1) \right) \right]$$

$$= \left[(9 + 9 - 12) - \left(\frac{1}{3} + 1 - 4 \right) \right]$$

$$= \left[6 - \left(\frac{1}{3} - 3 \right) \right] = \left[6 - \left(\frac{1-9}{3} \right) \right]$$

$$= 6 + \frac{8}{3} = \frac{18+8}{3} = \frac{26}{3}$$

@A_M_Z_F

السؤال 7

اذا كان للمنحني $f(x) = (x - 3)^3 + 1$ نقطة انقلاب (a , b) جد القيمة العددية للمقدار

$$\int_0^b \overline{f(x)}\ dx - \int_0^a \overline{\overline{f(x)}}\ dx$$

الدالة تمتلك نقطة انقلاب ⬅ $\overline{\overline{f(x)}} = 0$ من هذه العلاقة نجد قيمة x لنعوضها بالدالة لنجد قيمة y

$\overline{f(x)} = 3(x - 3)^2$ ➡ $\overline{\overline{f(x)}} = 6(x - 3)$

$= 6(x - 3) = 0 \,]\, \div 6$ ➡ $x - 3 = 0$

➡ $x = 3$ ➡ $a = 3$

$y = (3 - 3)^3 + 1$ ➡ $y = 0 + 1$ ➡ $y = 1$

النقطة p (3 , 1) نعوضها لنجد قيمة التكامل حسب العلاقة :

اشارة $f''(x)$	x > 3	x = 3	x < 3
	+ + + + + + + +	•	- - - - - - - -
	تقعر		تحدب

$$\int_0^b \overline{f(x)}\ dx - \int_0^a \overline{\overline{f(x)}}\ dx$$

$$= \int_0^1 3(x - 3)^2\ dx - \int_0^3 (6x - 18)\ dx$$

$$= \Big[(x - 3)^3\Big]_0^1 - \Big[(3x^2 - 18x)\Big]_0^3$$

$$= [((1 - 3)^3) - ((0 - 3)^3)] - [(3(3)^2 - 18(3)) - (3(0)^2 - 18(0))]$$

$$= [((-2)^3) - ((-3)^3)] - [(27 - 54)) - (0 - 0))]$$

$$= [-8 + 27] - [(-27)] = 19 + 27 = 46$$

توضيح

لايجاد نقطة الانقلاب "حدود التكامل " . . . . نساوي المشتقة الثانية بالصفر " لايجاد قيمة x تمثل a . . . نعوض x في الدالة لايجاد y تمثل b . . . بعد ان وجدنا حدود التكامل . . نكامل حسب ماهو مطلوب منا

تكامل المشتقة الاولى + تكامل المشتقة الثانية وحسب الحدود المذكورة في السؤال

@A_M_Z_F
اعداد الاستاذ باسم الميالي

مثال

جد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة $f(x) = x^3 - 4x$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-2,2]$.

$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = 0$ either $x = 0 \in [-2,2]$ or $x = \pm 2$

فترتا التكامل هما $[-2, 0]$, $[0, 2]$

$$A = \left|\int_{-2}^{0} (x^3 - 4x)\,dx\right| + \left|\int_{0}^{2} (x^3 - 4x)\,dx\right|$$

$$= \left|\left[\left(\frac{x^4}{4}\right) - (2x^2)\right]_{-2}^{0}\right| + \left|\left[\left(\frac{x^4}{4}\right) - (2x^2)\right]_{0}^{2}\right|$$

$$= \left|\left[(0) - \left(\left(\frac{(-2)^4}{4}\right) - (2(-2)^2)\right)\right]\right| + \left|\left[\left(\frac{(2)^4}{4}\right) - (2(2)^2)\right]\right|$$

$$= \left|\left[(0) - ((4) - (8))\right]\right| \; \left|\left[(4) - (8)\right]\right|$$

$$= |4| + |-4| = 8 \ unit^2$$

توضيح

دالة واحدة مع فترة معلومة . . . نساوي الدالة بالصفر + نستخرج x كعامل مشترك + نحلل المقدار فرق بين مربعين + نختبر قيم x مع الفترة المعطاة في السؤال + تكامل الفترات حسب الترتيب + . . . نكمل خطوات التعويض مع مراعاة المطلق لجعل الناتج موجب دائما

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحني $f(x) = x^2 - 1$ ومحور السينات وعلى الفترة $[-2, 3]$.

$$x^2 - 1 = (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow x = 1 \in [-2,3] \Rightarrow x = -1 \in [-2,3]$$

الفترات

فترات التكامل هما $[-2\ ,\ -1]\ ,\ [-1\ ,\ 1]\ ,\ [1\ ,\ 3]$

$$A = \left|\int_{-2}^{-1} (x^2 - 1)\, dx\right| + \left|\int_{-1}^{1} (x^2 - 1)\, dx\right| + \left|\int_{1}^{3} (x^2 - 1)\, dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{-2}^{-1}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{-1}^{1}\right| + \left|\left[\frac{x^3}{3} - x\right]_{1}^{3}\right|$$

$$= \left|\left(\frac{(-1)^3}{3} - (-1)\right) - \left(\frac{(-2)^3}{3} - (-2)\right)\right| + \left|\left(\frac{(1)^3}{3} - (1)\right) - \left(\frac{(-1)^3}{3} - (-1)\right)\right| + \left|\left(\frac{(3)^3}{3} - (3)\right) - \left(\frac{(1)^3}{3} - (1)\right)\right|$$

$$= \left|\left(\frac{-1}{3} + 1\right) - \left(\frac{-8}{3} + 2\right)\right| + \left|\left(\frac{1}{3} - 1\right) - \left(\frac{-1}{3} + 1\right)\right| + \left|(9 - 3) - \left(\frac{1}{3} - 1\right)\right|$$

$$= \left|\left(\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{-2}{3}\right)\right| + \left|\left(-\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right| + \left|6 - \left(\frac{-2}{3}\right)\right|$$

$$= \left|\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\right| + \left|-\frac{2}{3} - \frac{2}{3}\right| + \left|6 + \frac{2}{3}\right|$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{20}{3} = \frac{28}{3}\ unit^2$$

توضيح

دالة واحدة مع فترة معلومة . . . نساوي الدالة بالصفر + نحلل المقدار فرق بين مربعين + نختبر قيم x مع الفترة المعطاة في السؤال + نكامل الفترات حسب الترتيب + في هذا السؤال تكونت لدينا ثلاث فترات أي ثلاث مساحات صغيرة نجمعها مع بعضها للحصول على المساحة المطلوبة . . . نكمل خطوات التعويض مع مراعاة المطلق لجعل الناتج موجب دائما

اعداد الاستاذ : باسم البياحي

@A_M_Z_F

السؤال 1

جد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة $y = \sin x$ ومحور السينات وعلى الفترة $\left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

$$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0,\ \pi \in \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right] \Rightarrow x = 2\pi \notin \left[-\frac{\pi}{2}, \pi\right]$$

الفترات

فترات التكامل هما $\left[-\frac{\pi}{2}, 0\right]$, $[0, \pi]$,

$$A = \left|\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \sin x \, dx\right| + \left|\int_{0}^{\pi} \sin x \, dx\right|$$

$$= \left|\left[-\cos x\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{0}\right| + \left|\left[-\cos x\right]_{0}^{\pi}\right|$$

$$= \left|(-\cos 0) - \left(-\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right| + |(-\cos \pi) - (-\cos 0)|$$

$$= |(-1) - (0)| + |(-(-1)) - (-1)|$$

$$= 1 + |1 + 1| = 3unit^2$$

توضيح

نساوي الدالة بالصفر لايجاد قيم x الزوايا لان في السؤال دالة دائرية + أي زاوية sin لها = 0 . . . الزوايا ($0, \pi, 2\pi$) من محور الاحداثيات " راجع الاساسيات" . . . نجد قيم x ونختبر انتمائها + نكامل حسب قواعد التكامل + نعوض مع مراعاات المطلق

اعداد الاستاذ باسم الميالي
@A_M_Z_F

مثال

جد مساحة المنطقة المحددة بمنحني الدالة y = cos x ومحور السينات وعلى الفترة $[-\pi,\pi]$

$$\cos x = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \in [-\pi,\pi] \;,\quad x = -\frac{\pi}{2} \in [-\pi,\pi]$$

$$x = \frac{3\pi}{2} \notin [-\pi,\pi] \;,\quad x = -\frac{3\pi}{2} \notin [-\pi,\pi]$$

الفترات

فترات التكامل هما $\left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right] , \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] , \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$

$$A = \left|\int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx\right| + \left|\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx\right| + \left|\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos x \, dx\right|$$

$$= \left|\left[\sin x\right]_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}}\right| + \left|\left[\sin x\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\right| + \left|\left[\sin x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi}\right|$$

$$= \left|\left(\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(\sin(-\pi)\right)\right| + \left|\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \left(\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right)\right|$$

$$+ \left|\left(\sin(\pi)\right) - \left(\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\right|$$

$$= |(-1) - (0)| + |(1) - (-1)| + |(0) - 1|$$

$$= 1 + 2 + 1 = 4 \quad unit^2$$

توضيح

نساوي الدالة بالصفر لايجاد الزوايا ان كانت تنتمي
تؤخذ ام لا تهمل + مع مراعات الاشارة عند التعويض

@A_M_Z_F

مثال

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة $V(t) = 2t - 4 \ m/s$

فجد :

a) المسافة المقطوعة في الفترة [1,3]

b) الازاحة المقطوعة في الفترة [1,3]

c) المسافة المقطوعة في الثانية الخامسة

d) بعده بعد مضي (4) ثواني من بدء الحركة .

نساوي دالة السرعة بالصفر لايجاد قيمة t ونقارنها مع الفترة المعطاة + نكامل دالة السرعة للفترتين + نعوض اعلى قيمة – تعويض ادنى قيمة لكل فترة

$$2t - 4 = 0 \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2 \in [1,3]$$

المسافة

$$d = \left|\int_1^2 (2t-4)\,dt\right| + \left|\int_2^3 (2t-4)\,dt\right|$$

$$= \left|\left[t^2 - 4t\right]_1^2\right| + \left|\left[t^2 - 4t\right]_2^3\right|$$

$$= \left|\left[((2)^2 - 4(2)) - ((1)^2 - 4(1))\right]\right| + \left|\left[((3)^2 - 4(3)) - ((2)^2 - 4(2))\right]\right|$$

$$= \left|\left[(4-8) - (1-4)\right]\right| + \left|\left[(9-12) - (4-8)\right]\right|$$

$$= \left|\left[-4 - (-3)\right]\right| + \left|\left[(-3) - (-4)\right]\right| = \left|\left[-4+3\right]\right| + \left|\left[(-3)+4\right]\right|$$

$$= 1 + 1 = 2\ m$$

نجد الازاحة خلال الفترة [1, 3] تكامل دالة السرعة

الازاحة

$$s = \int_1^3 (2t-4)\,dt = \left[t^2 - 4t\right]_1^3$$

$$= \left[((3)^2 - 4(3)) - ((1)^2 - 4(1))\right] = \left[(9-12) - (1-4)\right]$$

$$= \left[(-3) - (-3)\right] = -3 + 3 = 0$$

المسافة خلال الخامسة . . . الوقت من الرابعة الى الخامسة . . . يقل بمقدار واحد

المسافة خلال الثانية الخامسة

$$d = \left|\int_4^5 (2t-4)\,dt\right| = \left|\left[t^2 - 4t\right]_4^5\right|$$

$$= \left|\left[((5)^2 - 4(5)) - ((4)^2 - 4(4))\right]\right| = \left|\left[(25-20) - (16-16)\right]\right|$$

$$= 5\ m$$

خلال اربع ثواني من 0 الى 4 تكامل دالة السرعة

الازاحة خلال اربع ثواني

$$s = \int_0^4 (2t-4)\,dt\ dt = \left[t^2 - 4t\right]_0^4$$

@A_M_Z_F

$$= \left[\left((4)^2 - 4\,(4) \right) - \left((0)^2 - 4\,(0) \right) \right] = \left[(16 - 16) - (0) \right]$$

2015 د1 + مشابه 2015 د2

$$= 0$$

مثال

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل قدره $(18)\ m/s^2$ فأذا كانت سرعته قد أصبحت $(82)\ m/s$ بعد مرور 4 ثواني من بد الحركة جد :

a) المسافة خلال الثانية الثالثة

b) بعده عن نقطة بدء الحركة بعد مرور 3 ثواني

$$v(t) = \int a(t)\ dt = \int 18\ dt = 18\,t + c$$

$$18\,(4) + c = 82 \Rightarrow 72 + c = 82 \Rightarrow c = 10$$

دالة السرعة $v(t) = 18\,t + 10$

المسافة " الثانية الثالثة "

$$d = \left| \int_2^3 (18\,t + 10)\ dt \right| = \left| \left[9\,t^2 + 10t \right]_2^3 \right|$$

$$= \left| \left[9\,(3)^2 + 10(3) - (9\,(2)^2 + 10\,(2)) \right] \right| = \left| \left[(81 + 30) - (36 + 20) \right] \right|$$

$$= \left| \left[(111) - (56) \right] \right| = 55$$

" تكامل دالة السرعة خلال الفترة من 2 الى 3 الحدود عند الثانية المحدد تقل بمقدار واحد

الازاحة بعد 3 ثانية من بدء الحركة

$$s = \int_0^3 (18\,t + 10)\ dt = \left[9\,t^2 + 10\,t \right]_0^3$$

$$= \left[9\,(3)^2 + 10(3) - (9\,(0)^2 + 10\,(0)) \right] = \left[(81 + 30) - (0) \right]$$

$$= 111$$

الازاحة بعد 3 ثانية من بدء الحركة يكون الوقت من 0 الى 3

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 4 -6

عزيزي الطالب راجع الملاحظات في مقدمة الفصل . . . بإمكانك الإجابة على أي سؤال يخص هذا الموضوع وبإمكانية عالية

السؤال 1

مشابه 2012 د2

جد المساحة المحددة بالمنحني $y = x^4 - x$ ومحور السينات والمستقيمين $x = 1$, $x = -1$

قيم x

$y = 0 \Rightarrow x^4 - x = 0 \Rightarrow x(x^3 - 1) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = 1 \Rightarrow 0 \in [-1 , 1]$

المساحة

$$A = \left|\int_{-1}^{0} (x^4 - x)\, dx\right| + \left|\int_{0}^{1} (x^4 - x)\, dx\right|$$

$$= \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^2}{2}\right]_{0}^{1}$$

$$= \left[\left|\left(\frac{(0)^5}{5} - \frac{(0)^2}{2}\right) - \left(\frac{(-1)^5}{5} - \frac{(-1)^2}{2}\right)\right| + \left|\left(\frac{1^5}{5} - \frac{1^2}{2}\right) - \left(\frac{(0)^5}{5} - \frac{(0)^2}{2}\right)\right|\right]$$

$$= \left[\left|(0) - \left(\frac{-1}{5} - \frac{1}{2}\right)\right| + \left|\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right) - (0)\right|\right]$$

$$= \left[\left|\frac{1}{5} + \frac{1}{2}\right| + \left|\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{2}\right)\right|\right]$$

$$= \left[\left|\frac{7}{10}\right| + \left|\left(\frac{-3}{10}\right)\right|\right]$$

$$= \left[\frac{7}{10} + \frac{3}{10}\right] = \frac{10}{10} = 1 \quad unit^2$$

دالة واحدة . . نساويها بالصفر لايجاد قيمة x واختبارها ان كانت تنتمي ام لا . . . ثم نكامل الدالة بعد معرفة حدود التكامل مع مراعاة المطلق

@A_M_Z_F

السؤال 2

جد المساحة المحددة بالدالة $f(x) = x^4 - 3x^2 - 4$ وعلى الفترة $[-2,3]$ ومحور السينات

دالة واحدة نساويها بالصفر لايجاد قيم x ونختبر انتمائها ان كانت تنتمي ام لا + نكامل الدالة كثيرة الحدود تكامل اعتيادي + نعوض حدود التكامل مع مراعاة المطلق لجعل المساحة موجبة دائما

قيم x

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$$

either $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$ or $x^2 + 1 \neq 0$

$$x = 2 \in [-2,3]$$

الفترات

الفترتين $[2,3]$, $[-2,2]$ فترتا التكامل .

المساحة

$$A = \left|\int_{-2}^{2} (x^4 - 3x^2 - 4)\,dx\right| + \left|\int_{2}^{3} (x^4 - 3x^2 - 4)\,dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{x^5}{5} - \frac{3x^3}{3} - 4x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^5}{5} - \frac{3x^3}{3} - 4x\right]_{2}^{3}\right|$$

$$.= \left|\left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x\right]_{-2}^{2}\right| + \left|\left[\frac{x^5}{5} - x^3 - 4x\right]_{2}^{3}\right|$$

$$= \left|\left(\frac{32}{5} - 8 - 8\right) - \left(\frac{-32}{5} + 8 + 8\right)\right| + \left|\left(\frac{243}{5} - 27 - 12\right) - \left(\frac{32}{5} - 8 - 8\right)\right|$$

$$= \left|\left(\frac{32}{5} - 16\right) - \left(\frac{-32}{5} + 16\right)\right| + \left|\left(\frac{243}{5} - 39\right) - \left(\frac{32}{5} - 16\right)\right|$$

$$= \left[\left|\frac{32}{5} - 16 + \frac{32}{5} - 16\right| + \left|\left(\frac{243}{5} - 39 - \frac{32}{5} + 16\right)\right|\right]$$

$$= \left[\left|\frac{32+32}{5} - 32\right| + \left|\left(\frac{243-32}{5} - 23\right)\right|\right]$$

$$= \left[\left|\frac{64-160}{5}\right| + \left|\left(\frac{211-115}{5}\right)\right|\right] = \left[\left|\frac{-96}{5}\right| + \left|\left(\frac{96}{5}\right)\right|\right]$$

$$= \frac{192}{5}\ unit^2$$

@A_M_Z_F

السؤال 3

جد المساحة المحددة بالدالة $f(x) = x^4 - x^2$ ومحور السينات .

$x^4 - x^2 = 0$ ⇒ $x^2(x^2 - 1) = 0$

either ⇒ $x^2 = 0$ ⇒ $x = 0$

Or ⇒ $x^2 - 1$ ⇒ $x = \pm 1$

فترتا التكامل هما $[0, 1]$, $[-1, 0]$

$$A = \left|\int_{-1}^{0} (x^4 - x^2)\, dx\right| + \left|\int_{0}^{1} (x^4 - x^2)\, dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0}\right| + \left|\left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3}\right]_{0}^{1}\right|$$

$$= \left|(0) - \left(\frac{-1}{5} - \frac{-1}{3}\right)\right| + \left|\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right) - (0)\right|$$

$$= \left|\frac{1}{5} - \frac{1}{3}\right| + \left|\frac{3-5}{15}\right|$$

$$= \left[\left|\frac{3-5}{15}\right| + \left|\left(\frac{-2}{15}\right)\right|\right]$$

$$= \frac{2}{15} + \frac{2}{15} = \frac{4}{15} \quad unit^2$$

دالة واحدة نساويها بالصفر لايجاد قيمة x ثم نكامل مباشرة . . . في هذا السؤال لاتوجد حدود تكامل " ناخذ جميع الحدود " . . مع مراعاة خطوات الحل في ايجاد قيمة x

@A_M_Z_F

السؤال 4

جد المساحة بالمنحني $y = \sin 3x$ ومحور السينات وعلى الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

قيم x

$$\sin 3x = 0 \Rightarrow 3x = \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

الفترات

فترتا التكامل هما $\left[0 , \frac{\pi}{3}\right] , \left[\frac{\pi}{3} , \frac{\pi}{2}\right]$

المساحة

$$A = \left|\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 3x)\ dx\right| + \left|\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin 3x)\ dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{-\cos 3x}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{3}} + \left[\frac{-\cos 3x}{3}\right]_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\right|$$

$$= \left|\left(\frac{-\cos 3\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3}\right) - \left(\frac{-\cos 0}{3}\right)\right| + \left|\left(\frac{-\cos \frac{3\pi}{2}}{3}\right) - \left(\frac{-\cos 3\left(\frac{\pi}{3}\right)}{3}\right)\right|$$

$$= \left|\frac{-\cos\pi}{3} + \frac{\cos 0}{3}\right| + \left|\frac{-\cos\frac{3\pi}{2}}{3} + \frac{\cos\pi}{3}\right|$$

$$= \left[\left|\frac{-(-1)}{3} + \frac{1}{3}\right| + \left|0 + \left(-\frac{1}{3}\right)\right|\right]$$

$$= \left[\left|\frac{2}{3}\right| + \left|\frac{1}{3}\right|\right] = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \quad unit^2$$

الدالة من الدوال الدائرية .. عند المساواة بالصفر ناخذ . جميع احتمالات الزوايا لدائرة الوحدة التي يكون sin لها = صفر . . . . أختبرنا قيمة x فوجدنا

$x = \frac{\pi}{3}$

ينتمي يؤخذ من ضمن حدودالتكامل المعطاة في السؤال

@A_M_Z_F

السؤال 5

جد المساحة المحددة بالمنحني $y = 2\cos^2 x - 1$ ومحور السينات وعلى الفترة $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

$$2\cos^2 x - 1 = 0 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

either $x = \frac{\pi}{4} \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ or $x = \frac{3\pi}{4} \notin \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

فترتا التكامل هما $\left[0, \frac{\pi}{4}\right], \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

$$A = \left|\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2x)\,dx\right| + \left|\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (\cos 2x)\,dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{\sin 2x}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} + \left[\frac{\sin 2x}{2}\right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}\sin 2\left(\frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}\sin 0\right| + \left|\frac{1}{2}\left(\sin 2\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) - \frac{1}{2}\sin 2\left(\frac{\pi}{4}\right)\right|$$

$$= \left|\frac{1}{2}(1) - 0\right| + \left|\frac{1}{2}(0) - \frac{1}{2}(1)\right|$$

$$= \left[\left|\frac{1}{2}\right| + \left|-\frac{1}{2}\right|\right] = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad unit^2$$

توضيح

نساوي الدالة بالصفر . . . الدالة بأمكاننا ان نعوض عنها $2\cos^2 x - 1 = \cos 2x$

قانون ضعف الزاوية لدالة cos . . . نجد قيمة x التي تحقق الدالة . نكامل حسب قواعد التكامل . . . وبامكاننا ان نختار طريقة اخرى "التبسيط"

@A_M_Z_F

السؤال 6

جد المساحة المحددة بالداليتين $y = \sqrt{x-1}$, $y = \frac{x}{2}$ وعلى الفترة $[2\,,\,5]$

$$\frac{x}{2} = \sqrt{x-1} \Rightarrow \frac{x^2}{4} = x - 1 \quad \times 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)\ (x-2) = 0$$

$$x = 2 \in [2\,,\,5]$$

داالتان احداهما تحوي جذر تربيعي .... نساوي الدلتين + نربع الطرفين للتخلص من الجذر التربيعي + ضرب الطرفين = الوسطين + نصفر ونحل المعادلة بالتجربة + نجد قيمة x ونكامل طرح الدالتين الاصليتين ... مع مراعاة التعويض

$$A = \left| \int_2^5 \left(\frac{1}{2}\,x - (x-1)^{\frac{1}{2}} \right) dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^2}{4} - \frac{2}{3}\,(x-1)^{\frac{3}{2}} \right]_2^5 \right|$$

$$= \left| \left(\frac{(5)^2}{4} - \frac{2}{3}\,(5-1)^{\frac{3}{2}} \right) - \left(\frac{(2)^2}{4} - \frac{2}{3}\,(2-1)^{\frac{3}{2}} \right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{25}{4} - \frac{2}{3}\,(4)^{\frac{3}{2}} \right) - \left(\frac{4}{4} - \frac{2}{3}\,(1)^{\frac{3}{2}} \right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{25}{4} - \frac{16}{3} \right) - \left(1 - \frac{2}{3} \right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{75-64}{12} \right) - \left(\frac{3-2}{3} \right) \right|$$

$$= \left| \frac{11}{12} - \frac{1}{3} \right| = \left| \frac{11-4}{12} \right| = \frac{7}{12}\ unit^2$$

@A_M_Z_F

السؤال7

جد المساحة المحددة بالدالتين $y = x^4 - 12$, $y = x^2$.

$x^4 - 12 = x^2 \Rightarrow x^4 - x^2 - 12 = 0$

$(x^2 - 4)(x^2 + 3) = 0$

either $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$ or $x^2 + 3 \neq 0$ تهمل

فترة التكامل هي $[-2 , 2]$

$$A = \left|\int_{-2}^{2} (x^4 - x^2 - 12)\, dx\right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} - 12x \right]_{-2}^{2} \right|$$

$$= \left| \left(\frac{(2)^5}{5} - \frac{(2)^3}{3} - 12(2)\right) - \left(\frac{(-2)^5}{5} - \frac{(-2)^3}{3} - 12(-2)\right)\right|$$

$$= \left| \left(\frac{32}{5} - \frac{8}{3} - 24\right) - \left(\frac{-32}{5} - \frac{-8}{3} + 24\right)\right|$$

$$= \left| \left(\frac{96 - 40 - 360}{15} \right) - \left(\frac{-96 + 40 + 360}{15} \right)\right|$$

$$= \left| \frac{96 - 400 + 96 - 400}{15} \right| = \left| \frac{192 - 800}{15} \right|$$

$$= \left| -\frac{608}{15} \right| = \frac{608}{15} \quad unit^2$$

توضيح

نطرح الدالتين + ونساوي طرح الدالتين بالصفر لايجاد قيمة x + نكامل طرح الدالتين ... مع مراعاة الدقة في ايجاد قيمة x لانها الحدود المعتمدة + فرق بين مربيع لايحلل في R ؟ $x^2 + 3 \neq 0$

إعداد الأستاذ باسم البياحي

@A_M_Z_F

السؤال8

2014 د1

جد المساحة المحددة بالداليتين $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sin x \cos x$ حيث $x \in [0\ ,\ 2\pi]$

$g(x) = f(x) \Rightarrow \sin x \cos x = \sin x$

$\sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(\cos x - 1) = 0$

$\sin x = 0 \Rightarrow x = 0\ ,\ \pi\ ,\ 2\pi \in [0\ ,\ 2\pi]$

$\cos x = 1 \Rightarrow x = 0\ ,\ 2\pi \in [0\ ,\ 2\pi]$

فترتا التكامل هما $[0\ ,\ \pi]\ ,\ [\pi\ ,\ 2\pi]$

$$A = \left|\int_0^{\pi} (\sin x \cos x - \sin x)\, dx\right| + \left|\int_{\pi}^{2\pi} (\sin x \cos x - \sin x)\, dx\right|$$

$$= \left|\int_0^{\pi}(\sin x \cos x - \sin x)dx\right| + \left|\int_{\pi}^{2\pi}(\sin x \cos x - \sin x)dx\right|$$

$$= \left|\left[\frac{\sin^2 x}{2} + \cos x\right]_0^{\pi}\right| + \left|\left[\frac{\sin^2 x}{2} + \cos x\right]_{\pi}^{2\pi}\right|$$

$$= \left|\left[\frac{\sin^2 \pi}{2} + \cos \pi\right] - \left[\frac{\sin^2 0}{2} + \cos 0\right]\right| + \left|\left[\frac{\sin^2 2\pi}{2} + \cos 2\pi\right] - \left[\frac{\sin^2 \pi}{2} + \cos \pi\right]\right|$$

$$= |((0 + (-1)) - (0 + 1))| + |((0 + 1) - (0 - 1))|$$

$$= |-1 - 1| + |1 + 1|$$

$$= |-2| + |2|$$

$$= 2 + 2 = 4 \quad unit^2$$

نطرح الدالتين + ونكامل طرح الدالتين +
ثم نعوض حدود التكامل مع مراعاة التعويض والمطلق

@A_M_Z_F

السؤال9

جد المساحة المحددة بالدالتين $y = 2\sin x + 1$, $y = \sin x$ حيث $x \in \left[0 , \frac{3\pi}{2}\right]$

2013 د2

$$2\sin x + 1 - \sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad \sin x + 1 = 0$$

$$\sin x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3\pi}{2} \in \left[0 , \frac{3\pi}{2}\right]$$

نجد قيم x من مساواة الدالتين ثم نقارن قيم x التي حصلنا عليها ان كانت تنتمي للفترة المعطاة في السؤال نعتبرها من ضمن حدود التكامل وان كانت لاتنتمي نهملها ثم نكامل حسب القواعد المذكورة سابقا

$$A = \left| \int_0^{\frac{3\pi}{2}} (\sin x + 1)\, dx \right|$$

$$= \left| \left[-\cos x + x\right]_0^{\frac{3\pi}{2}} \right|$$

$$= \left| \left(-\cos\frac{3\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}\right) - (-\cos 0 + 0) \right|$$

$$= \left| \left(0 + \frac{3\pi}{2}\right) - (-1 + 0) \right|$$

$$= \left| \frac{3\pi}{2} + 1 \right| = 1 + \frac{3\pi}{2} \quad unit^2$$

مشابه 2013 د1

السؤال10

جد المساحة المحددة بالدالة $y = x^3 + 4x^2 + 3x$ ومحور السينات .

$$x^3 + 4x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(x^2 + 4x + 3) = 0$$

either $x = 0 \Rightarrow (x + 3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -3 , x = -1$

نساوي الدالة بالصفر لايجاد قيم x ونجري عليها نفس الخطوات السابقة

حدود التكامل غير معطاة .. الحدود التي نجدها تؤخذ

فترتا التكامل هما $[-1 , 0]$, $[-3 , -1]$

$$A = \left| \int_{-3}^{-1} (x^3 + 4x^2 + 3x)\, dx \right| + \left| \int_{-1}^{0} (x^3 + 4x^2 + 3x)\, dx \right|$$

$$= \left| \left[\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-3}^{-1} \right| + \left| \left[\frac{x^4}{4} + \frac{4x^3}{3} + \frac{3x^2}{2}\right]_{-1}^{0} \right|$$

$$= \left| \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{81}{4} + \frac{4(-27)}{3} + \frac{3(9)}{2}\right) \right| + \left| (0) - \left(\frac{1}{4} - \frac{4}{3} + \frac{3}{2}\right) \right|$$

@A_M_Z_F

$$= \left|\left(\frac{3 - 16 + 18}{12}\right) - \left(\frac{81}{4} - 36 + \frac{27}{2}\right)\right| + \left|\left(\frac{-3 + 16 - 18}{12}\right)\right|$$

$$= \left|\left(\frac{5}{12}\right) - \left(\frac{81 - 144 + 54}{4}\right)\right| + \left|\left(\frac{-5}{12}\right)\right|$$

$$= \left|\frac{5}{12} - \frac{-9}{4}\right| + \left|\frac{-5}{12}\right|$$

$$= \left|\frac{5 + 27}{12}\right| + \left|\frac{-5}{12}\right|$$

$$= \frac{32}{12} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12} \quad unit^2$$

اعداد الاستاذ ... باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال11

جسم يتحرك على خط مستقيم بسرعة $V(t) = 3t^2 - 6t + 3$ احسب :

1 – المسافة المقطوعة في الفترة $[2 , 4]$

2- الإزاحة في الفترة $[0 , 5]$

$3t^2 - 6t + 3 = 0 \quad \div 3 \quad \Rightarrow \quad t^2 - 2t + 1 = 0$

$(t - 1)(t - 1) = 0$

$t = 1 \notin [2 , 4]$

نساوي دالة السرعة بالصفر لايجاد قيم t ونقارنها بالفترة المعطاة في السؤال ان كانت تنتمي ام لا بعدها نكامل حسب القواعد السابقة . . . المسافة تكامل مطلق دالة السرعة

$$d = \left| \int_2^4 (3t^2 - 6t + 3)\, dx \right|$$

$$= \left| \left[t^3 - 3t^2 + 3t \right]_2^4 \right|$$

$$= \left| ((4)^3 - 3(4)^2 + 3(4)) - (((2)^3 - 3(2)^2 + 3(2))) \right|$$

$$= |(64 - 48 + 12)) - (8 - 12 + 6)|$$

$$= |28 - (2)| = 28 - 2 = 26 \quad m$$

لإيجاد الإزاحة

الازاحة = تكامل دالة السرعة خلال الفترة $[0 , 5]$

$$s(t) = \int_0^5 (3t^2 - 6t + 3)\, dx$$

الازاحة . . . تكامل دالة السرعة "
+ نكامل ونعوض حدود التكامل

$$= \left[t^3 - 3t^2 + 3t \right]_0^5$$

$$= ((5)^3 - 3(5)^2 + 3(5)) - ((0)^3 - 3(0)^2 + 3(0))$$

$$= 125 - 75 + 15 = 65 \quad m$$

@A_M_Z_F

السؤال12

جسم يتحرك على خط مستقيم بتعجيل $a(t) = 4t + 12$ unit وكانت سرعته بعد مرور 4 sec تساوي $90 \frac{m}{}$ جد احسب :.

1 – السرعة عندما t = 2

-2 المسافة خلال الفترة [1 , 2]

-3 الإزاحة بعد 10 sec من بدء الحركة .

1

السرعة = تكامل دالة التعجيل

بعدما نكامل نحتاج الى معرفة قيمة c ثابت التكامل نحصل عليها من تعويض " السرعة = 90 و t = 4 "

$$v(t) = \int a(t) \quad dt$$

$$v(t) = \int (4t + 12) \quad dt$$

$$v(t) = 2t^2 + 12t + c$$

$$90 = 2(4)^2 + 12(4) + c$$

$$90 = 32 + 48 + c \Rightarrow c = 90 - 80 = 10$$

$$v(t) = 2t^2 + 12t + 10$$

اخيرا نعوض t= 2 لايجاد السرعة عند تلك اللحظة

$$v(2) = 2(2)^2 + 12(2) + 10 = 8 + 24 + 10 = 42 \frac{m}{s}$$

2

المسافة = مطلق تكامل دالة السرعة خلال الفترة [1 , 2]

$$d = \left|\int_1^2 (2t^2 + 12t + 10)\, dx\right|$$

$$= \left| \left[\frac{2t^3}{3} + 6t^2 + 10t \right]_1^2 \right|$$

$$= \left| \left(\frac{2(2)^3}{3} + 6(2)^2 + 10(2)\right) - \left(\frac{2(1)^3}{3} + 6(1)^2 + 10(1)\right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{16}{3} + 24 + 20\right) - \left(\frac{2}{3} + 6 + 10\right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{16}{3} + 44\right) - \left(\frac{2}{3} + 16\right) \right|$$

$$= \left| \left(\frac{16 + 132}{3}\right) - \left(\frac{2 + 48}{3}\right) \right|$$

$$= \left| \frac{148}{3} - \frac{50}{3} \right| = \left| \frac{98}{3} \right| = \frac{98}{3} \quad m$$

@A_M_Z_F

الازاحة = تكامل دالة السرعة خلال الفترة [0 , 10] من بدء الحركة t1=0

3

$$s = \int_0^{10} (2t^2 + 12t + 10)\, dx$$

$$= \left[\frac{2t^3}{3} + 6t^2 + 10t \right]_0^{10}$$

$$= \left[\left(\frac{2(10)^3}{3} + 6(10)^2 + 10(10) \right) - \left(\frac{2(0)^3}{3} + 6(0)^2 + 10(0) \right) \right]$$

$$= \left[\left(\frac{2000}{3} + 600 + 100 \right) \right]$$

$$= \left[\left(\frac{2000}{3} + 700 \right) \right] = \frac{2000+2100}{3} = \frac{4100}{3} \; m$$

2014 د2

السؤال13

تتحرك نقطة من السكون وبعد t من بدء الحركة أصبحت سرعتها $V = 100t - 6t^2$

اوجد الزمن اللازم لعودة النقطة الى موضعها الاول الذي بدات منه ثم احسب التعجيل عندها.

من بدء الحركة . . . . الوقت الاول = 0

+ رجوع الجسم الى موقعه . . .

الازاحة= 0

$$s = \int v(t)\; dt$$

$$s = \int (100t - 6t^2)\; dt$$

$$= 50t^2 - 2t^3 + c$$

$$0 = 50(0)^2 - 2(0)^3 + c$$

$$c = 0$$

دالة الازاحة= تكامل دالة السرعة

بعد التكامل نجد قيمة c بعد تعويض

" الازاحة = 0 , t =0 لان الجسم يتحرك من السكون ويعود الى موضعه "

$$0 = 50t^2 - 2t^3 \;\Big]\; \div 2 \;\Rightarrow\; 25t^2 - t^3 = 0$$

$$t^2(25 - t) = 0$$

either $t = 0$ يهمل؟ or $t = 25$

نساوي دالة الإزاحة بالصفر لنجد قيمة t ونعوضه في دالة التعجيل (و . ه . م)

$$a(t) = 100 - 12t \Rightarrow a(25) = 100 - 300 = -200 \; m/sec^2$$

@A_M_Z_F

مثال

المنطقة المحددة بين المنحني $y = \sqrt{x}$ ، $0 \le x \le 4$ ومحور السينات ، دارت حول محور السينات ، جد حجمها .

2013 تكميلي

$$v = \pi \int_0^4 y^2 \, dx \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad y^2 = x$$

$$= \pi \int_0^4 x \, dx = \left[\pi \frac{x^2}{2}\right]_0^4$$

$$= \pi \left[\left(\frac{(4)^2}{2}\right) - \left(\frac{(0)^2}{2}\right)\right] = 8\pi \ \text{unit}^3$$

توضيح

نذكر قانون الحجم حول السينات + حدود التكامل معطاة في السؤال + الدالة ترتب لنحصل على مايعادل y^2 بتربيع الطرفين + نكامل ونعوض حدود التكامل مباشرة

2014 د3

مثال

المنطقة المحددة بين المنحني $x = \frac{1}{\sqrt{y}}$ ، $1 \le y \le 4$ دارت حول محور الصادات . جد حجمها .

$$v = \pi \int_1^4 x^2 \, dy \quad \Rightarrow \quad x = \frac{1}{\sqrt{y}} \quad \Rightarrow \quad x^2 = \frac{1}{y}$$

$$= \pi \int_1^4 \frac{1}{y} \, dy = \pi \left[LN|Y| \right]_1^4$$

$$= \pi \left[(LN|4|) - (LN|1|)\right] = \pi \ LN \ 2^2 = 2 \ LN \ 2 \ \pi \ \text{unit}^3$$

توضيح

نذكر قانون الحجم حول الصادات + حدود التكامل معطاة في السؤال + الدالة ترتب لنحصل على مايعادل x^2 بتربيع الطرفين + نكامل ونعوض حدود التكامل مباشرة

@A_M_Z_F

2011 د2

مثال

أوجد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته $y^2 = 8x$ والمستقيمين $x=0$ ، $x=2$ حول المحور السيني .

$$y^2 = 8x \Rightarrow v = \pi \int_0^2 y^2 \, dx$$

$$= \pi \int_0^2 8x \, dx = \pi \left[4x^2 \right]_0^2$$

$$= \pi \left[(4 (2)^2) - (4 (0)^2) \right] = 16\pi \ \text{unit}^3$$

توضيح

نذكر قانون الحجم حول السيني +
حدود التكامل معطاة في السؤال +
الدالة ترتب لنحصل على مايعادل
y^2 " الدالة جاهزة " + نكامل
ونعوض حدود التكامل مباشرة

مثال

اوجد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ الذي معادلته $y = 2x^2$ والمستقيمين $x = 0$, $x = 5$ حول المحور السيني .

$$v = \pi \int_0^5 y^2 \, dx \Rightarrow y = 2x^2 \Rightarrow y^2 = 4x^4$$

$$= \pi \int_0^5 4x^4 \, dx = \pi \left[4 \frac{x^5}{5} \right]_0^5$$

$$= \pi \left[\left(4 \frac{(5)^5}{5}\right) - \left(4 \frac{(0)^5}{5}\right) \right] = \frac{4}{5} \times 3125 \ \pi = 2500\pi \ \text{unit}^3$$

توضيح

نذكر قانون الحجم حول السيني +
حدود التكامل معطاة في السؤال +
الدالة ترتب لنحصل على مايعادل
y^2 " نربع الطرفين " + نكامل
ونعوض حدود التكامل مباشرة

رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F

مثال 5

اوجد الحجم الناتج من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ $y = 4x^2$ والمستقيمين $y=16$ ، $y=0$ حول المحور الصادي .

$$v = \pi \int_0^{16} x^2 \, dy \Rightarrow y = 4x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{y}{4}$$

$$= \pi \int_0^{16} \frac{y}{4} \, dx = \pi \left[\frac{y^2}{8} \right]_0^{16}$$

$$= \pi \left[\left(\frac{(16)^2}{8} \right) - \left(\frac{(0)^2}{8} \right) \right] = \frac{16 \times 16}{8} \pi = 32\pi \text{ unit}^3$$

توضيح

نذكر قانون الحجم حول الصادي +
حدود التكامل معطاة في السؤال +
الدالة ترتب لنحصل على مايعادل
x^2 " الترتيب " + نكامل
ونعوض حدود التكامل مباشرة

2015 د3 + مشابه 2013د2

مثال 6

اوجد الحجم الناشيء من دوران المنطقة المحصورة بين محور الصادات ومنحني الدالة $y = \frac{1}{x}$ والمستقيمين $x = 1$ ، $x = \frac{1}{2}$ دورة كاملة حول المحور الصادي .

$$v = \pi \int_{y1}^{y2} x^2 \, dy \Rightarrow y = \frac{1}{x} \Rightarrow yx = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{y} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{y^2}$$

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y1 = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow y2 = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$ حدود التكامل ل y بعد تعويض قيم x

$$v = \pi \int_1^2 \frac{1}{y^2} \, dy == \pi \int_1^2 y^{-2} \, dy = \pi \left[\frac{y^{-1}}{-1} \right]_1^2$$

$$= \pi \left[\left(-\frac{1}{(2)} \right) - \left(-\frac{1}{(1)} \right) \right] = \left[\frac{-1}{2} + 1 \right] \pi = \frac{1}{2} \pi \text{ unit}^3$$

نذكر قانون الحجم حول الصادي + حدود التكامل
معطاة في السؤال للمتغير x نعوضها لنجدها بدلالة y
+ الدالة ترتب لنحصل على مايعادل
x^2 " الترتيب " + نكامل ونعوض حدود التكامل
مباشرة

@A_M_Z_F

راجع الملاحظات في مقدمة
الفصل الخاصة بالحجوم +
التوضيح الانشائي لكل مسألة .
. . اتمنى لكم كل التوفيق

حلول تمارين S 4 -7

السؤال1

اوجد الحجم الدوراني المتولد من دوران المساحة المحددة بالقطع المكافئ $y = x^2$ والمستقيمين $X = 2$ و $x = 1$ حول محور السينات

حول محور السينات

$$v = \pi \int_1^2 y^2 \, dx$$

dx وما يعادل y^2 بدلالة المتغير x

$$v = \pi \int_1^2 y^2 \, dx$$

$$v = \pi \int_1^2 [x^2]^2 \, dx$$

$$= \pi \int_1^2 x^4 \, dx$$

$$= \left[\pi \frac{x^5}{5}\right]_1^2$$

$$= \left[\pi \frac{2^5}{5}\right] - \left[\pi \frac{1^5}{5}\right]$$

$$= \frac{\pi \, [32 - 1]}{1} = \frac{31 \, \pi}{5} \quad unit^3$$

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

السؤال2

اوجد الحجم الدوراني المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y = x^2 + 1$ والمستقيم $y = 4$ حول المحور الصادي .

حول محور الصادات

$$v = \pi \int_1^4 x^2 \, dy$$

وما يعادل x^2 بدلالة المتغير y dy

المذكور حدود $y2$ اما $y1$نجده بتعويض $x = 0$

$$y1 = 0 + 1 = 1$$

$$v = \pi \int_1^4 x^2 \quad dy$$

$$v = \pi \int_1^4 [y - 1] \quad dy$$

$$= \left[\pi \frac{[y-1]^2}{2}\right]_1^4$$

$$= \left[\pi \frac{3^2}{2}\right] - \left[\pi \frac{0^2}{2}\right]$$

$$= \frac{\pi \, [9]}{2} = \frac{9\pi}{2} \quad unit^3$$

رحلة التفوق في السادس
عطاءٌ بلا حدود
@A_M_Z_F

السؤال3

احسب الحجم المتولد من دوران المنحني $y^2+x=1$ والمستقيم $x=0$ حول المحور الصادي .

نجد حدود التكامل بدلالة y " لان المطلوب حول المحور الصادي " . . . نعوض x=0

$$y^2 = 1 - x = 1 - 0 = 1 \Rightarrow y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1$$

$x = 1 - y^2$ بتربيع الطرفين $x^2 = (1 - y^2)^2$

$$v = \pi \int_{-1}^{1} x^2 \, dy$$

$$= \pi \int_{-1}^{1} [(1 - y^2)^2] \, dy$$

$$= \pi \int_{-1}^{1} [(1 - 2y^2 + y^4)] \, dy$$

$$= \pi \left[y - \frac{2}{3} y^3 + \frac{y^5}{5}\right]_{-1}^{1}$$

$$= \pi \left[\left((1) - \frac{2}{3}(1)^3 + \frac{(1)^5}{5}\right) - \left(\left((-1) - \frac{2}{3}(-1)^3 + \frac{(-1)^5}{5}\right)\right)\right]$$

$$= \pi \left[\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{1}{5}\right) - \left(\left(-1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)\right)\right]$$

$$. = \pi \left[\left(\frac{15-10+3}{15}\right) - \left(\left(\frac{-15+10-3}{15}\right)\right)\right]$$

$$= \pi \left[\left(\frac{8}{15}\right) - \left(\left(\frac{-8}{15}\right)\right)\right] = \pi \frac{8+8}{15} = \frac{16}{15}\pi \text{ unit}^3$$

نجد قيمتي وحدود التكامل y " نعوض x=0 " + نكامل بعد ذكر القانون " نجزء المقدار كمربع كامل " . . . نكامل ونعوض حدود التكامل

مراحل الحصول على مايعادل x^2

من نقل وترتيب وتربيع الطرفيين

باسل . . . البياجي

@A_M_Z_F

السؤال4

2د2014

احسب الحجم المتولد من دوران المساحة المحصورة بين المنحني $y^2 = x^3$ والمستقيمان

$X = 2$ و $x = 0$ حول المحور السيني

حول محور السينات

$v = \pi \int_1^2 y^2 \, dx$

dx وما يعادل y^2 بدلالة المتغير x

$$v = \pi \int_0^2 y^2 \, dx$$

$$v = \pi \int_0^2 [x^3] \, dx$$

$$= \left[\pi \frac{x^4}{4}\right]_0^2$$

$$= \left[\pi \frac{2^4}{4}\right] - \left[\pi \frac{0^5}{4}\right]$$

$$= \left[\pi \frac{16}{4}\right] = 4\pi \text{ unit}^3$$



تذكير

التكامل يختلف عن بقية المواضيع بامكاننا سابقا ان نختار أي طريقة حسب رغبتنا والسهولة لدى البعض لكن في التكامل وان كانت طريقة التبسيط صحيحة في بعض المسائل لكننا نختار الطريق الذي نحصل فيه على تكامل الدالة "وكيف نعرف ذلك من خلال اشتقاق الخطوة الاخيرة لنحصل على ماقبلها " . . . . وفي التكامل نحتاج الى رسم خارطة عمل قبل الشروع بالتكامل

من الافضل ان نكون على اطلاع تام بحلول جميع التمارين لحين الحصول على فكرة كاملة بالموضوع واعطاء الاهتمام للقواعد وجدول الدوال الفريدة والدوال الدائرية سريعة النسيان لدى الأغلب والموضحة بشكل مفصل في مقدمة كل فصل + الاساسيات . . . التكامل بحاجة الى اطلاع قبل كل محاولة

@A_M_Z_F

الراوابط لجميع ملازمي

1	السادس الادبي.pdf	1,282	am 04:03 30-06-2016
2	الخامس العلمي 2.pdf	931	pm 08:18 29-06-2016
3	الخامس 1.pdf	681	pm 12:56 29-06-2016
4	ملزمة الثالث المتوسط 2014.pdf	2,232	am 02:31 30-06-2016
5	قوانين الفيزياء + اهم الاساسيات + طريقة التعامل مع المسألة الفيزيا...	13,768	am 02:05 30-06-2016
6	مشروع التفوق والنجاح في السادس العلمي.pdf	4,222	am 09:12 29-06-2016
7	ديموافر 1.avi	577	am 12:15 30-06-2016
8	الاوميكا2.avi	133	am 12:18 30-06-2016
9	الاوميكا 1.avi	150	am 12:15 30-06-2016
10	الكلمات الانكليزية الاكثر استخداما.pdf	4,986	am 02:04 30-06-2016
11	ملزمة حلول مسائل الفيزياء 2015.pdf	13,933	am 04:11 30-06-2016
12	الفصل الخامس + السادس المعادلا+الهندسة.pdf	7,772	am 02:01 30-06-2016
13	الفصل الرابع التكامل.pdf	11,092	am 12:58 30-06-2016
14	الفصل الثالث المشتقة.pdf	11,193	am 12:12 30-06-2016
15	الفصل الثاني القطوع المخروطية.pdf	10,037	pm 06:05 29-06-2016
16	الفصل الاول الاعداد المركبة.pdf	9,660	am 12:35 30-06-2016
17	المقدمة + الاساسيات للمنهج.pdf	15,649	am 02:53 30-06-2016

الفصل الرابع التكامل حذف منه موضوع التجزئة وهو موضوع منفصل لاعلاقة له بما بعده سوى انه طريقة ثانية خاصة لايجاد التكامل . . التكامل 30 درجة غالبا وهو مكمل للمعادلات التفاضلية لاحقا . . الاسئلة عادة تاتي بالشكل . . 10 تكاملات اعتيادية من مجموعة التمارين 3-4 , 4-4 + المساحة والحجوم 10 او 20

درجة احيانا + 10 تكاملات الدوال الدائرية كمثال او سؤال ولفهم المواضيع المذكورة راجع الأساسيات + مقدمة الفصل + الحلول لتمارين الكتاب والأمثلة مع التمارين العامة والأسئلة الاثرائية في نهاية الملزمة

@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي

الاحيائي والتطبيقي

الفصل الخامس : معادلات تفاضلية

إعداد الأستاذ

باسم المياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس

@rhlt_altafawK

@A_M_Z_F

DES : MOSTAFA KH

بسم الله الرحم الرحيم

أقدم لكم اخواني الملزمة المتكاملة

start from zero 2017

والمتكونة من ستة اجزاء

الجزء السادس (المعادلات التفاضلية + الهندسة)

أعداد الاستاذ باسم المياحي
بكلوريوس علوم الرياضيات ... الجامعة المستنصرية

الإحيائي

التطبيقي

الملزمة متكاملة من الاساس الى القمة ...
تتضمن الملزمة

اساسيات + حلول امثلة وتمارين الكتاب والعامة منها + حلول الاسئلة الوزارية والخارجية منها + وضع اسئلة من اعدادي تحمل مهارات وافكار عالية



اخواني اتمنى منكم أن تستثمرو هذه الملزمة بالشكل المطلوب عملنا لخدمتكم جميعا وعن قرب ستكون لي مقاطع فيديو بالقلم الالكتروني " الرياضيات بدون مدرس"

نسأل الله ان يوفقنا لخدمتكم جميعا وتقديم الافضل بعون الله

المعادلات ثابتة دون حذف للتطبيقي + الاحيائي

07811144165

@A_M_Z_F

المعادلات التفاضلية

غالبا في الوزاري 10 درجة مضمونة

هي على ثلاث انواع

الأول يعتمد على موضوع المشتقة اما النوعين الثاني والثالث يعتمد على موضوع التكامل بشكل رئيسي والمشتقة بشكل ثانوي

وهذا الموضوع يعتبر موضوع مراجعة للتكامل والمشتقة وبامكاننا معالجة وإكمال كل مانحتاج اليه سابقا في هذا الموضوع البسيط ودرجته مضمونة للجميع لانه لايحتاج الى مهارات وجهد ذهني عالي فقط يحتاج الاطلاع على الملاحظات الشاملة ادناه

النوع الاول

الخطوة الاولى "الاشتقاق"

نشتق الجذر المعطى في السؤال حسب ماهو مطلوب " نوفر جميع رتب المشتقة " . . . مع مراعاة . . قواعد الاشتقاق السابقة كأن يكون اشتقاق عادي في حال الدالة $(f(x))$ أو اشتقاق ضمني

الاشتقاق الضمني في حال $(y\,x = ?)$ . . . نشتق حسب القواعد السابقة لكن عند اشتقاق كل متغير y نضربه في $\bar{y}$ معناها $\frac{dy}{dx}$ اشتقاق yx ⟸ $\bar{y}\,x + y \times 1$.

بعد ان نكمل الاشتقاق نأتي إلى خطوة التعويض " نعوض ماحصلنا عليه في المعادلة المذكورة

خطوة الترتيب . . . نضع متطابقة بدلالة دالة اخرى او قيمة لدالة بدلالة شكل . اخر معطى في السؤال .

مثلا $\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1$ *or* $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

الخطوة الثانية " طبيعة السؤال"

اذا كانت $\bar{y}$ غير موجودة في العلاقة بوجود $\bar{\bar{y}}$ . . . هذا يعني ان $\bar{y}$ كونا منها . معادلة 1 وعوضناها في معادلة 2 المتكونة من $\bar{\bar{y}}$.

@A_M_Z_F

الخطوة الاهم

بعد ان عملنا المطلوب . . . الجذر يكون حلا . للمعادلة بشرط . ان . . الطرف الايسر = الايمن

وفي غير ذلك لايمثل حلا للمعادلة " العلاقة المذكورة في السؤال "

advice

هذه النوع بامثلته وتمارينه 10 درجات في الوزاري مضمونة للأغلب " لكن رغم بساطته الا انه يحمل بعضا من الأفكار الموضحة اعلاه

كيف تتعامل مع هذا النوع

. . . اقرأ هذه الملاحظات بشكل كامل ومفصل + مقابل كل سؤال

توضيح إنشائي مبسط وشامل لكل المهارات المستخدمة + قواعد المشتقة حاضرة معنا دائما اتقانها يجنبنا الخطأ بشكل نهائي + ليس دائما الجذر المذكور حلا للمعادلة المعطاة " اذا لم يتساوى الطرفان بعد الترتيب فالعلاقة لاتمثل حلا للمعادلة المذكورة "

إعداد الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

طريقة فصل المتغيرات

يعتمد على قواعد التكامل بعد فصل المتغيرات

الخطوة الاولى " فصل المتغيرين"

نجعل المتغير x مع dx الى اليمين والمتغير y مع dy الى اليسار . . حسب خواص

الاعداد النسبية + بعض المهارات المختلفة المذكورة مقابل كل سؤال "

التنقل بين الإطراف يعتمد على خواص الإعداد النسبية جميعا

والتنقل عكس الموقع

الموجب . . . سالب ← البسط ← مقام . . . والعكس كذلك

الخطوة الثانية " طبيعة المشتقتين"

يجب ان تكونا dx , dy في البسط لاخذ التكامل ان كانا غير ذلك ← نقلب الطرفين "بعد . توحيد المقامات" لأجل التكامل .

الخطوة الثالثة " اهم المهارات المستخدمة"

المهارات المستخدمة " تبسيط بعض المتطابقات للدوال الدائرية المختلفة مثلا

$$\sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \;,\; \csc^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \;,\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \;,\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

بقية العلاقات موضحة بشكل كامل في (الأساسيات ، مقدمة فصلي المشتقة والتكامل)

+ فصل الأس بخواصه المتعددة مثلا $e^{x+y} = e^x \; e^y$

الخطوة الاهم " التاكد من صحة الحل "

في هذا النوع للتأكد من صحة التكامل ← نشتق الخطوة الأخيرة يجب ان نحصل على ما قبلها

advice

هذا النوع هو بداية للنوع الثالث " المعادلات التفاضلية المتجانسة " . . . غالبا ماتكون ال 10 درجة على تمارين او امثلة النوع الثالث " النوع الشامل " . . . الشرح والتوضيح لاحقا وبشكل مفصل

أعداد الاستاذ . . باسم المياحي

ملزمة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

خطوات حل المعادلات المتجانسة

الخطو الاولى " التقسيم + الفرض + التعويض

نقسم على أعلى درجة للمتغير y بدلالة المتغير x . . . لجعل مقام كل y .. x وبنفس الدرجة

+ نقسم على dx ان كانت منفصلة عن dy . . . لجعلها مقام ونحصل عليها بالشكل التالي $\frac{dy}{dx}$

بعدها ان حصلنا على كل الحدود بالشكل التالي (مقام كل y هو x وبنفس الدرجة ومقام كل dy هو dx وبنفس الدرجة) نأتي إلى طريقة الفرضية

$$Y = vx$$

$$\frac{dy}{dx} = V + X\frac{dV}{dx}$$

$$V = \frac{Y}{x}$$

الخطو الثانية " فصل المتغيرات "

طريقة فصل المتغيرات . . . نحتاجها الآن بعد الفرض . . . نفصل المتغير v مع مشتقتها الى اليسار والمتغير x . مع مشتقتها الى اليمن . . . كلا حسب قاعدة تنقله بين الإطراف

والأغلب من هذه الخواص " خواص الإعداد النسبية "

الخطو الثالثة " قلب الطرفين والتكامل "

بعد ان فصلنا المتغيرات . . . يجب ان تكونا المشتقتين في البسط .. ان كانا غير ذلك .... نقلب الطرفين بعد توحيد المقامات " . . . ثم نأخذ التكامل للطرفيين

التكامل يكون حسب القواعد السابقة . . . بعد ان كاملنا . . . نعوض بدل كل $V = \frac{Y}{X}$

الخطو الاخيرة "التاكد من الحل "

الخطوة الأهم التأكد من صحة الحل . . . عند اشتقاق الخطوة الأخيرة نحصل على ماقبلها

إعداد الأستاذ . . . باسم المياحي
@A_M_Z_F

سؤال إثرائى

$$\int \frac{\sin 6y}{\cos 4x}\, dy = \int \frac{\sin 8x}{\cos 3y}\, dx \Rightarrow \int \sin 6y \cos 3y\, dy = \int \sin 8x \cos 4x\, dx$$

$$\int 2\sin 3y \cos 3y \cos 3y\, dy = \int 2\sin 4x \cos 4x \cos 4x\, dx$$

$$-\int 2\cos^2 3y\ (-\sin 3y)\ dy = -\int 2\cos^2 4x\ (-\sin 4x)\ dx$$

$$-\frac{2}{9}\cos^3 3y = -\frac{2}{12}\cos^3 4x + c$$

$$-\frac{2}{9}\cos^3 3y = -\frac{1}{6}\cos^3 4x + c$$

نجعل y مع dy الى اليسار + x مع dx الى اليمين + نجزء الطرفيين بقانون نصف الزاوية لدالة sin + نكامل كدالة اسية بعد توفر مشتقة الداخل + مع مراعاة حالة الاس والزاوية " نقسم على حاص ضرب الاس في الزاوية" خواص الدوال المثلثية في التكامل . . . راجع مقدمة الفصل + الأساسيات

الأستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال — 2013 تكميلي + 2014 د1

بين ان العلاقة $y = x^2 + 3x$ حلا للمعادلة التفاضلية $x\bar{y} = x^2 + y$

$$y = x^2 + 3x \Rightarrow \bar{y} = 2x + 3$$

$$x\bar{y} = 2x^2 + 3x \Rightarrow x\bar{y} = x^2 + x^2 + 3x$$

$$x\bar{y} = x^2 + y$$

نضرب الطرفين في x مقارنة مع المعادلة المعطاة " لمعرفة حالة الجذر بالنسبة لها"

نرتب الجذر بعد الاشتقاق الضمني

الجذر $y = x^2 + 3x$ حلا للمعادلة $x\bar{y} = x^2 + y$

توضيح

نشتق الجذر كما مطلوب في المعادلة + الترتيب والتعويض " نبسط لجعل الطرف الايسر = الايمن " اذا كان من الممكن . . . في حال تساوي الطرفين

الجذر حلا للمعادلة

مثال — 2016تمهيدي + 2014 د3

بين ان العلاقة $y = x\,LN|x| - x$ حلا للمعادلة التفاضلية $x\frac{dy}{dx} = x + y$

$$\frac{dy}{dx} = 1 .\ LN|x| + x\frac{1}{x} - 1 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = LN|x| + 1 - 1$$

$$\frac{dy}{dx} = LN|x| \;]\; \times x \Rightarrow x\frac{dy}{dx} = x\,LN|x| \Rightarrow x\frac{dy}{dx} = x + y$$

العلاقة $y = x\,LN|x| - x$ هي حل للمعادلة $x\frac{dy}{dx} = x + y$

توضيح

نشتق الطرفين لتوفير $\frac{dy}{dx}$ " اشتقاق حاصل ضرب دالتين "اشتقاقا ضمنيا"

. . . نضرب الطرفيين ب x للتاكد من ان العلاقة تحقق المعادلة " بتساوي الطرفيين "

الاشتقاق حسب القواعد السابقة

@A_M_Z_F

مثال

2014 د2

بين ان العلاقة $\ln y^2 = x + a$ حلا للمعادلة التفاضلية $2\,\bar{y} - y = 0$

$$\frac{2\,y\,\bar{y}}{y^2} = 1 \Rightarrow \frac{2\,\bar{y}}{y} = 1 \Rightarrow 2\,\bar{y} = y \Rightarrow 2\,\bar{y} - y = 0$$

توضيح

نجد المشتقة الاولى للدالة كاشتقاق ضمني . . . نرتب المعادلة للتحقق من تساوي الطرفيين

عند تساوي الطرفيين . . . العلاقة تكون حلا للمعادلة التفاضلية

العلاقة $\ln y^2 = x + a$ حلال للمعادلة

مثال

2011د1

بين ان العلاقة $y = x^3 + x - 2$ حلا للمعادلة التفاضلية $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$

$$\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 1 \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = 6x$$

العلاقة $y = x^3 + x - 2$ هي حل للمعادلة $\frac{d^2y}{dx^2} = 6x$

توضيح

نجد المشتقة الثانية كما هو مطلوب في المعادلة

الجذر حلا للمعادلة . . . لتساوي الطرفين

إعداد الاستاذ باسم المرجي

@A_M_Z_F

2012 د1

مثال

بين ان العلاقة $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$ حلا للمعادلة التفاضلية $\bar{\bar{y}} + 4y = 0$

$$\bar{y} = -6\sin 2x + 4\cos 2x \Rightarrow \bar{\bar{y}} = -12\cos 2x - 8\sin 2x$$

$$\bar{\bar{y}} + 4y = -12\cos 2x - 8\sin 2x + 4(3\cos 2x + 2\sin 2x)$$

$$= -12\cos 2x - 8\sin 2x + 12\cos 2x + 8\sin 2x = 0$$

العلاقة $y = 3\cos 2x + 2\sin 2x$ حلا للمعادلة $\bar{\bar{y}} + 4y = 0$

توضيح

نجد المشتقة الثانية كما هو مطلوب في المعادلة

الجذر حلا للمعادلة . . . لتساوي الطرفين

2011 د2

مثال

بين ان العلاقة $y^2 = 3x^2 + x^3$ حلا للمعادلة التفاضلية $y\bar{\bar{y}} + (\bar{y})^2 - 3x = 5$

$$2y\bar{y} = 6x + 3x^2 \Rightarrow 2\bar{y}\bar{y} + 2y\bar{\bar{y}} = 6 + 6x \quad | \div 2$$

$$(\bar{y})^2 + y\bar{\bar{y}} = 3 + 3x$$

$$y\bar{\bar{y}} + (\bar{y})^2 - 3x = 3 \neq 5$$

العلاقة لاتمثل حلا للمعادلة المذكورة

توضيح

نجد المشتقة الثانية للدالة " الاشتقاق ضمني عند اشتقاق كل y تضرب ب $\bar{y}$ . . . الطرف الايسر لايساوي الايمن . . . العلاقة المذكورة لاتمثل حل للمعادلة التفاضلة المذكو ة

@A_M_Z_F

مثال

بين ان العلاقة $y = e^{2x} + e^{-3x}$ حلا للمعادلة التفاضلية $\bar{\bar{y}} + \bar{y} - 6y = 0$

$$\bar{y} = 2e^{2x} - 3e^{-3x} \Rightarrow \bar{\bar{y}} = 4e^{2x} + 9e^{-3x}$$

$$\bar{\bar{y}} + \bar{y} - 6y = 4e^{2x} + 9e^{-3x} + 2e^{2x} - 3e^{-3x} - 6(e^{2x} + e^{-3x})$$

$$= 4e^{2x} + 9e^{-3x} + 2e^{2x} - 3e^{-3x} - 6e^{2x} - 6e^{-3x}$$

$$= 0$$

العلاقة $y = e^{2x} + e^{-3x}$ حلا للمعادلة التفاضلية $\bar{\bar{y}} + \bar{y} - 6y = 0$

توضيح

نجد المشتقة الثاني " مشتقة الاكسبونشيل = الدالة × مشتقة الاس

الخطوة الاخير الترتيب والتعويض . . . لاثبات ان الطرف الايسر = الايمن " لتكون العلاقة حلا للمعادلة التفاضلية "

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

حلول تمارين S 5 -1

راجع مقدمة الفصل .. الملاحظات تكفي لفهم كل موضوع

السؤال 1

بين رتبة ودرجة كل من المعادلات التفاضلية التالية :

$$(X^2 - Y^2) + 3XY\frac{dy}{dx} = 0$$

المعادلة من الرتبة الأولى والدرجة الأولى

$$\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - 5y = 7$$

المعادلة من الدرجة الأولى والرتبة الثانية

$$(y''')^3 - 2y' + 8y = x^2 + \cos x$$

المعادلة من الدرجة الثالثة والرتبة الثالثة

إعداد الأستاذ : ياسر ... ي

@A_M_Z_F

السؤال 2

برهن أن $y = \sin x$ هو حل للمعادلة $y'' + y = 0$

الطرف الأيسر L H S

$y = \sin x \Rightarrow \bar{y} = \cos x \Rightarrow \bar{\bar{y}} = -\sin x$

الترتيب + التعويض

$\bar{\bar{y}} + y = -\sin x + \sin x = 0$

الطرف الأيمن R H S
حلا للمعادلة

العلاقة $y = \sin x$ هو حل للمعادلة $y'' + y = 0$

توضيح

وفرنا جميع الرتب + الترتيب والتعويض . . . اثبتنا الطرف الايسر = الايمن . . . العلاقة حل للمعادلة التفاضلية

السؤال 3

برهن ان العلاقة $s = 8\cos 3t + 6\sin 3t$

هي حل للمعادلة $\frac{d^2 s}{d t^2} + 9s = 0$

$\frac{ds}{dt} = \bar{S} = -24\sin 3t + 18\cos 3t$

$\frac{d^2 s}{d t^2} = \bar{\bar{S}} = -72\cos 3t - 54\sin 3t$

$\frac{d^2 s}{d t^2} + 9S = -72\cos 3t - 54\sin 3t + 9(8\cos 3t + 6\sin 3t)$

$= -72\cos 3t - 54\sin 3t + 72\cos 3t + 54\sin 3t = 0$

توضيح

وجدنا المشتقة الثانية " قواعد اشتقاق الدوال الدائرية " . . .
الطرف الايسر = الايمن . . . العلاقة حلا للمعادلة التفاضلية

باسم المياحي
ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال 4

هل أن $y = x + 2$ حلا للمعادلة:

$y'' + 3y' + y = x$

L H S
الطرف الأيسر

$\bar{y} = 1 \Rightarrow \bar{\bar{y}} = 0$

الترتيب + التعويض

$\bar{\bar{y}} + 3\bar{y} + y = 0 + 3 + (x + 2) = x + 5 \neq x$

توضيح

وجدنا المشتقة الثانية . . . الطرف الايسر $\neq$ الايمن . . . العلاقة
لاتمثل حلا للمعادلة

السؤال 5

هل أن $y = \tan x$ حلا للمعادلة:

$y'' = 2y(1 + y^2)$

م الاولى

$\bar{y} = sec^2 x$ م الثانية $\bar{\bar{y}} = 2\sec x \sec x \tan x = 2\tan x\, sec^2 x$

$\bar{\bar{y}} = 2\tan x\,(1 + \tan^2 x) = 2y\,(1 + y^2)$

الترتيب + التعويض

توضيح

ناخذ جذر المعادلة ونشتقه مرتين ثم نعوضه في المعادلة
لبرهنة ان

$y'' = 2y(1 + y^2)$

وبالاستفادة من المتطابقة $sec^2 x = 1 + \tan^2 x$

أعداد الاستاذ

@A_M_Z_F

السؤال 6

هل أن $2x^2 + y^2 = 1$ حلا للمعادلة: $y^3 y'' = -2$

$$2x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow 4x + 2y\bar{y} = 0 \quad \div 2 \Rightarrow 2x + y\bar{y} = 0$$

$$y\bar{y} = -2x \Rightarrow \bar{y} = \frac{-2x}{y} \quad \ldots \quad 1$$

توضيح

نجد المشتقة الاولى للدالة ونرتبها " نكون منها معادلة 1 + نجد المشتقة الثانية للدالة لنكون معادلة 2

علما ان الاشتقاق ضمني " اشتقاق كل y تضرب ب $\bar{y}$

$$2 + \bar{y}.\bar{y} + y\bar{\bar{y}} = 0$$

$$2 + \bar{y}\,\bar{y} + y\,\bar{\bar{y}} = 0$$

$$2 + (\bar{y})^2 + y\,\bar{\bar{y}} = 0 \quad \ldots \quad 2$$

نعوض معادلة 1 في معادلة 2 ... لاثبات ان العلاقة حل للمعادلة أم لا ؟

علما ان كل $(y^2 + 2x^2) = 1$

علاقة نحتاجها في نهاية الحل عند التبسيط

$$2 + \left(\frac{-2x}{y}\right)^2 + y\,\bar{\bar{y}} = 2 + \frac{4x^2}{y^2} + y\,\bar{\bar{y}} = 0$$

$$2 + \frac{4x^2}{y^2} + y\,\bar{\bar{y}} = 0 \quad \times y^2$$

$$2y^2 + 4x^2 + y^3\,\bar{\bar{y}} = 0$$

$$y^3\,\bar{\bar{y}} = -2y^2 - 4x^2$$

$$y^3\,\bar{\bar{y}} = -2(y^2 + 2x^2)$$

$$y^3\,\bar{\bar{y}} = -2 \times 1 = -2 \Rightarrow y^3\,\bar{\bar{y}} = -2$$

العلاقة هل أن $2x^2 + y^2 = 1$ حلا للمعادلة: $y^3 y'' = -2$

اعداد الاستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 6

هل $yx = \sin 5x$ حلا للمعادلة :

$X y'' + 2y' + 25xy = 0$

$yx = \sin 5x$

$$yx = \sin 5x$$

$$y' x + y(1) = 5\cos 5x$$

$$y'' x + y'(1) + y' = -25 \sin 5x$$

$$y'' x + 2y' + 25 \sin 5x = 0$$

$$x y'' + 2y' + 25 x y = 0$$

نجد المشتقة الثانية للدالة " مع مراعاة اشتقاق الدالة المثلثية " مشتقة الدالة × مشتقة الزاوية "

اخيرا نرتب حسب مامطلوب منا في المعادلة

لاثبات الطرف الايمن = الايسر

العلاقة $yx = \sin 5x$ حلا للمعادلة المعطاة $x y'' + 2y' + 25xy = 0$

السؤال 7

2013 د1

هل $y = a e^{-x}$ حلا للمعادلة :

$y' + y = 0$

$$y = a e^{-x} \Rightarrow y' = -a e^{-x}$$

$$y' + y = a e^{-x} + -a e^{-x} = 0$$

نجد المشتقة الاولى للدالة

مشتقة الاكسبونشيل = الدالة× مشتقة الاس

نعوض . . . الطرف الايسر = الايمن " العلاقة حل للمعادلة "

العلاقة $y = a e^{-x}$ حلا للمعادلة المعطاة $y' + y = 0$

@A_M_Z_F

السؤال 8

2015 د2

هل $\ln y = x^2 + c$ حلا للمعادلة :

$y'' = 4x^2 y + 2y$

مشتقة دالة LN= $\frac{\text{المشتقة}}{\text{الدالة}}$

الاشتقاق ضمني

عند اشتقاق y تضرب ب $\bar{y}$

$$\frac{\bar{y}}{y} = 2x \quad \Rightarrow \quad \bar{y} = 2x\,y \quad \ldots \quad (1)$$

$$\bar{\bar{y}} = 2y + 2x\,\bar{y} \quad \ldots \quad (2)$$

$$\bar{\bar{y}} = 2y + 2x\,[2x\,y] = 2y + 4x^2 y$$

$$\bar{\bar{y}} = 4x^2 y + 2y$$

توضيح

نجد المشتقة الاولى " اشتقاق ضمني " لنكون معادلة 1

نعوض معادلة 1 بداخل معادلة 2 " المشتقة الثانية "

بعد الترتيب وتطبيق خاصية عملية الجمع الابدالية

الطرف الايسر = الايمن

العلاقة $\ln y = x^2 + c$ حلا للمعادلة : $\bar{\bar{y}} = 4x^2 y + 2y$

رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

مثال

نفصل المتغيرات بخواص الاعداد النسبية +
نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x-1}{y}$$

$$\int y\ dy = (x-1)\ dx \Rightarrow \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} - x + c$$

مثال

$$\frac{dy}{dx} = \sin x \cos^2 y \qquad y \neq (2n+1)\frac{\pi}{2},$$

$$\int \frac{dy}{\cos^2 y} = \int \sin x\ dx \Rightarrow \int \frac{1}{\cos^2 y} dy = \int \sin x\ dx$$

$$\int \sec^2 y\ dy = \int \sin x\ dx \Rightarrow \tan y = -\cos x + c$$

توضيح

نفصل المتغيرات + نعوض بدل $\frac{1}{\cos^2 y} = \sec^2 x$ لعدم
توفر مشتقة الداخل+ نكامل الطرفين

د1 2016

مثال

$$\frac{dy}{dx} - x\sqrt{y} = 0 \qquad , x = 2,\ y = 9$$

$$\frac{dy}{dx} = x\sqrt{y} \Rightarrow \frac{dy}{\sqrt{y}} = x\ dx \Rightarrow \int y^{-\frac{1}{2}}\ dy = \int x\ dx$$

$$2\sqrt{y} = \frac{x^2}{2} + c$$

$$2\sqrt{9} = \frac{(2)^2}{2} + c \Rightarrow 6 = 2 + c \Rightarrow c = 4$$

$$2\sqrt{y} = \frac{x^2}{2} + 4$$ المعادلة

$$\sqrt{y} = \frac{x^2}{4} + 2 \Rightarrow y = \left(\frac{x^2}{4} + 2\right)^2$$

توضيح

نفصل المتغيرات + نرفع المتغير y وباس سالب $\sqrt{y} = \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} = y^{-\frac{1}{2}}$ +
نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته " راجع الاساسيات "

@A_M_Z_F

مثال

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x+y} \quad , \ x , y = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x} \ e^{y} \Rightarrow \int \frac{dy}{e^{y}} = \int e^{2x} \ dx$$

$$-\int e^{-y} - dy = \frac{1}{2} \int e^{2x} \ 2dx \Rightarrow - e^{-y} = \frac{1}{2} e^{2x} + c$$

توضيح

$$-e^{-(0)} = \frac{1}{2} e^{2(0)} + c \Rightarrow \frac{1}{2} + c = -1 \Rightarrow c = \frac{-3}{2}$$

$$\Rightarrow$$

$$\frac{1}{e^{y}} = \frac{-e^{2x} + 3}{2} \Rightarrow e^{y} = \frac{2}{3 - e^{2x}}$$ ناخذ LN للطرفين

$$y = LN \left| \frac{2}{3 - e^{2x}} \right|$$

توضيح

عند الضرب تجمع الاسس " العكس هنا " $e^{2x+y} = e^{2x} \ e^{y}$ لفصل المتغيرات + نفصل بخواص الاعداد النسبية + نرفع الاكسبونشيل وباس مختلف لغرض التكامل $\frac{1}{e^{y}} = e^{-y}$ + نكامل الطرفين + نعوض القيمة المعلومة ل x , y لايجاد ثابت التكامل

مثال

2015 د2

$$(x+1) \frac{dy}{dx} = 2y$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{2}{(x+1)} dx \Rightarrow LN|Y| = 2 \ LN|x+1| + c$$

$$LN|Y| = LN \ |x+1|^2 + c$$

$$LN|Y| - LN \ |x+1|^2 = c \Rightarrow \ln \left| \frac{y}{(x+1)^2} \right| = c$$

$$\frac{y}{(x+1)^2} = e^{c} \Rightarrow y = (x+1)^2 \ e^{c}$$

نرتب المعادلة بعد التكامل من ترتيب ونقل بين الاطراف + نطبق خواص اللوغارتم الطبيعي + ناخذ الاكسبونشيل للطرفين لنحصل على y = ? ? ?

نفصل المتغيرات + نكامل الطرفيين بطريقة ال LN " راجع مقدمة فصل التكامل "

عند وجود الدالة في المقام والمشتقة في البسط . . . التكامل LN (المقام)

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال 1

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل لفهم الموضوع بصورة كاملة

حل المعادلات التفاضلية الآتية بطريقة فصل المتغيرات :

$$y' \cos^3 x = \sin x$$

طريقة 1

$$\frac{dy}{dx} \cos^3 x = \sin x$$

$$dy = \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$$

$$dy = \cos^{-3} x \sin x \, dx$$

$$\int dy = -\int \cos^{-3} x \, (-\sin x \, dx)$$

$$y = \frac{-\cos x^{-2}}{-2} + c$$

$$y = \frac{1}{2 \cos x^2} + c$$

$$y = \frac{1}{2} \sec^2 x + c$$

طريقة 2

$$dy = \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx \Rightarrow dy = \frac{1}{\cos^2 x} \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\int dy = \int \tan x \sec^2 x \, dx$$

$$y = \frac{\tan^2 x}{2} + c$$

$$\frac{1}{\cos x^2} = \sec^2 x$$ معلومة سابقة

عزيزي الطالب انت مخير باختيار الطريقة الاولى او الثانية في الجواب وان اختلف الناتج " في التكامل الناتج احيانا مختلف لانه عبارة عن متطابقة اخرى او شكل اخر " . . . كيف نتاكد من صحة الحل . . . نشتق الخطوة الاخيرة ان حصلنا على ماقبلها الجواب صحيح

د2 2013 + د3 2014

$$\frac{dy}{dx} + x y = 3 x$$

$$\frac{dy}{dx} = 3x - xy$$

$$\frac{dy}{dx} = x(3 - y)$$

$$\frac{dy}{(3 - y)} = x \, dx$$

$$\int \frac{dy}{(3 - y)} = \int x \, dx$$

$$-\ln|(3 - y)| = \frac{x^2}{2} + c$$

توضيح

عملية فصل المتغيرات " التنقل بعكس العملية " لجعل y مع dy الى اليسار , x مع dx الى اليمين ثم نكامل كلا حسب قاعدته

$$\ln|(1)| = -\frac{1}{2} - c \Rightarrow c = -\frac{1}{2}$$

$$-\ln|(3 - y)| = \frac{x^2}{2} + -\frac{1}{2}$$

ملازم التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$(y^2+4y-1)\,y' = (x^2-2x+3)$$

توضيح

المتغيرات مفصولة عن بعضها التكامل
مباشر . . . نضيف الى الاس العدد 1
ونقسم على الاس الجديد

$$\int (y^2+4y-1)\,dy = \int (x^2-2x+3)\,dx$$

$$\frac{y^3}{3}+2y^2-y = \frac{x^3}{3}-x^2+3x+c$$

$$y\,y' = 4\sqrt{(1+y^2)^3}$$

توضيح

نعرف الجذر كالتالي

$$\sqrt[\text{دليل الجذر}]{(\text{الدالة})^{\text{الاس}}} = [\text{الدالة}]^{\frac{\text{الاس}}{\text{دليل}}}$$

نفصل المتغيرات ونكامل كدالة اسية بعد توفر مشتقة الداخل

$$y\frac{dy}{dx} = 4\,(1+y^2)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{dy\;y}{[1+y^2]^{\frac{3}{2}}} = 4\,dx$$

$$\int \frac{1}{2}(1+y^2)^{-\frac{3}{2}}\,2y\,dy = \int 4\,dx$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{(1+y^2)^{-\frac{1}{2}}}{\frac{-1}{2}} = 4x+c$$

$$\frac{-1}{\sqrt{1+y^2}} = 4x+c$$

2011 د2

$$e^x\,dx - y^3dy = 0$$

توضيح

نفصل المتغيرات كما فعلنا سابقا ثم نكامل حسب
القواعد المذكورة في مقدمة الفصل

$$y^3dy = e^x\,dx$$

$$\int y^3dy = \int e^x\,dx$$

$$\frac{y^4}{4} = e^x + c$$

ملازم التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$y' = 2\ e^x y^3$

$$\frac{dy}{dx} = 2\ e^x y^3$$

$$\int \frac{dy}{y^3} = \int 2\ e^x\ dx$$

$$\int y^{-3} dy = 2 \int e^x\ dx$$

$$\frac{y^{-2}}{-2} = 2\ e^x + c$$

$$\frac{-1}{2\ y^2} = 2\ e^x + c$$

$$x = 0\ ,\ y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{2\ (\frac{1}{2})^2} = 2\ e^0 + c$$

$$\frac{-1}{2\ (\frac{1}{4})} = 2 + c$$

$$-2 = 2 + c$$

$$c = -4$$

$$\frac{-1}{2\ y^2} = 2\ e^x - 4$$

توضيح

نفصل المتغيرات بخواص الاعداد النسبية

+ نكامل حسب قواعد التكامل + قيم x , y

نعوضها في نهاية التكامل لايجاد ثابت التكامل c

الاستاذ .. باسم المياحي

ملتقى التفوق في السادس

@A_M_Z_F

السؤال 2

جد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية :

$$x\,y\,\frac{dy}{dx} + y^2 = 1 - y^2$$

$$x\,y\,\frac{dy}{dx} = (1 - 2y^2)$$

$$\int \frac{y}{1-2y^2}\,dy = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{-1}{4}\int \frac{1}{1-2y^2}\,(-4y\,dy) = \int \frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{-1}{4}\ln|1 - 2y^2| = \ln|x| + c$$

توضيح

ننقل y^2 الى اليمين ثم نفصل المتغيرات بخواص الاعداد النسبية + نكامل الطرفين حسب قواعد التكامل السابقة

$$\int \frac{\text{المشتقة}}{\text{الدالة}} = LN[\text{المقام}]$$

$$\sin x\,\cos y\,\frac{dy}{dx} + \cos x\,\sin y = 0$$

$$\sin x\,\cos y\,\frac{dy}{dx} = -\cos x\,\sin y$$

$$\int \frac{\cos y}{\sin y}\,dy = -\int \frac{\cos x}{\sin x}\,dx$$

$$\ln|\sin y| = -\ln|\sin x| + c$$

$$\ln|\sin y| + \ln|\sin x| = c$$

$$\ln|\sin y \,.\, \sin x| = c$$

$$\sin y \,.\, \sin x = e^c$$

توضيح

نفصل المتغيرات بجعل دالة y الى اليسار و ال x الى اليمين . . . نكامل حسب القواعد السابقة

وجود الدالة في المقام والمشتقة في البسط التكامل

LN (المقام)

ناخذ اكسبونشيل للطرفين علما ان $e^{\ln a} = a$

$$x\,\cos^2 y\,dx + \tan y\,dy = 0$$

طريقة 1

$$\tan y\,dy = -x\,\cos^2 y\,dx$$

$$\frac{\tan y\,dy}{\cos^2 y} = -x\,dx$$

$$\int \frac{\tan y}{\cos^2 y}\,dy = \int -x\,dx$$

$$\int \tan y\,\sec^2 y\,dy = \int -x\,dx$$

طريقة 2

طرف y فقط $\int \frac{\tan y}{\cos^2 y}\,dy$

$$\int \frac{\frac{\sin y}{\cos y}}{\cos^2 y}\,dy = \int \frac{\sin y}{\cos^3 y}\,dy$$

$$= \int \cos^{-3} y\,\sin y\,dy$$

$$= \frac{\cos^{-2} y}{-2} + c$$

$$= -\frac{1}{2}\sec^2 y$$

أعداد الأستاذ . . . باسم البياتي

ملازم التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$\frac{\tan^2 y}{2} = -\frac{x^2}{2} + c$$

يكامل السؤال بطريقتين لكن افضل لكم الطريقة 1

اما الطريقة الثاني نحتاجها في حالة عدم او صعوبة توفير مشتقة الداخل

كل tan نوفر معه sec والدرجة حسب الدالة

توضيح

$$\tan^2 y \ dy = \sin^3 x \ dx$$

المتغيرات مفصولة عن بعضها

الطرف الايسر له متطابقة $\tan^2 y = (\sec^2 y - 1)$

اما الطرف الايمن نجزء الاس ثم نبسط دالة sin

$$\int \tan^2 y \ dy = \int \sin^3 x \ dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1) \ dy = \int \sin^2 x \ \sin x \ dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1) \ dy = \int (1 - \cos^2 x) \ \sin x \ dx$$

$$\int (\sec^2 y - 1) \ dy = \int (\sin x - \cos^2 x . \sin x) \ dx$$

$$\tan y - y = -\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c$$

$$\frac{dy}{dx} = \cos^2 x \ \cos^2 y \ dx$$

توضيح

نفصل المتغيرات + نكون متطابقات + دالة cos في المقام لاتبسط معناها $\frac{1}{\cos^2 y} = \sec^2 y$

اما في البسط تبسط بقانون ضعف الزاوية " لعدم وجود مشتقة الداخل $\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$

$$\int \frac{1}{\cos^2 y} \ dy = \int \cos^2 x \ dx$$

$$\int \sec^2 y \ dy = \int \cos^2 x \ dx$$

$$\int \sec^2 y \ dy = \int \frac{1}{2}(1 + \cos 2x) \ dx$$

$$\tan y = \frac{1}{2}\left(x + \frac{\sin 2x}{2}\right) + c$$

advice

راجع الاساسيات + مقدمة فصل التكامل + هذا السؤال يوضح حالات اختلاف تكامل دالة cos في البسط او المقام او هنالك حالات اخرى مذكوة سابقا في حال وجود دوال اخرى . . . معلومات الملزمة متكاملة بعون الله

لكن عليك المتابعة وتدوين الملاحظات لتبقى في ذاكرتك دائما

اعداد الاستاذ . . . باسم الباجي

@A_M_Z_F

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x}{3y^2 + e^y}$$

1د2011

توضيح

نفصل المتغيرات بخواص الاعداد النسبية + نكامل
كلا حسب القاعدة + . . . تكامل دالة الاكسبونشيل
= الدالة كما هي " بشرط توفر مشتقة الاس "

$$\int (3y^2 + e^y)\ dy = \int \cos x\ dx$$

$$\int (3y^2 + e^y)\ dy = \int \cos x\ dx$$

$$y^3 + e^y = \sin x + c$$

$$e^{x+2y} + y' = 0$$

$$e^{x+2y} + \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -e^{x+2y}$$

$$\frac{dy}{dx} = -e^{x} \cdot e^{2y}$$

$$\frac{dy}{e^{2y}} = -e^{x}\ .dx$$

$$e^{-2y}\ dy = -e^{x}\ .dx$$

$$\frac{-1}{2} \int e^{-2y}\ (-2dy) = -\int e^{x}\ .dx$$

$$\left.\frac{-1}{2} e^{-2y} = -e^{x} + c\ \right] \times -1$$

$$\frac{1}{2} e^{-2y} = e^{x} - C$$

توضيح

نفصل المتغيرات مع مراعاة هذه القاعدة في اس الاكسبونشيل $e^{x+2y} = e^{x} \cdot e^{2y}$

عند الضرب تجمع الاسس " اذا تشابه الاساس "
وكذلك الحال عندما تكون الاسس مجموعة نفصلها
ونرجعها الى حالتها الاولى الضرب " لامكانية فصل المتغيرات

أعداد باسم المياحي

@A_M_Z_F

المعادلات المتجانسة " الفرضية "

راجع الملاحظات الشاملة في مقدمة الفصل قبل كل شيئ

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل لفهم الموضوع

مثال

$$\bar{y} = \frac{3y^2 - x^2}{2\,x\,v}$$

$\div\ x^2 \neq 0$

توضيح

نقسم على x^2 لان الموجود في المعادلة اعلى اس ل y هو y^2 لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة + طريقة الفرض

$v = \frac{y}{x}\ ,\quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

نفصل المتغيرات ثم نكامل الطرفين كما فعلنا ذلك سابقا

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3\frac{y^2}{x^2} - 1}{2\frac{y}{x}} \Rightarrow v = \frac{y}{x}\ ,\quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{3v^2 - 1}{2\,v} \Rightarrow \frac{3v^2 - 1}{2\,v} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{3v^2 - 1}{2\,v} - v = x\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{v^2 - 1}{2\,v} = x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v^2 - 1}{2\,v\,dv} = \frac{x}{dx} \Rightarrow \int \frac{2\,v\,dv}{v^2 - 1} = \int \frac{dx}{x}$$

$$LN\,|v^2 - 1| = LN\,|X| + C$$

$$LN\,\left|\left(\frac{Y}{X}\right)^2 - 1\right| = LN\,|X| + C$$

مثال

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + x}{y - x}$$

$\div\ x \neq 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{y}{x} + 1}{\frac{y}{x} - 1} \Rightarrow v = \frac{y}{x}\ ,\quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$v + x\frac{dv}{dx} = \frac{v + 1}{v - 1} \Rightarrow \frac{v + 1}{v - 1} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v + 1}{v - 1} - v = x\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{-v^2 + 2v + 1}{v - 1} = x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v^2 - 2v - 1}{(v - 1)\,dv} = -\frac{x}{dx} \Rightarrow \frac{1}{2}\int \frac{2\,(v - 1)\,dv}{v^2 - 2v - 1} = -\int \frac{dx}{x}$$

@A_M_Z_F

$$\frac{1}{2}\ \text{LN}\ \left|v^2 \ - 2v - \ \ 1\right| = -\ \text{LN}\ |X| + c$$

$$\frac{1}{2}\ \text{LN}\ \left|\left(\frac{y}{x}\right)^2 \ - 2\left(\frac{y}{x}\right) - \ \ 1\right| = -\ \text{LN}\ |X| + c$$

توضيح

نقسم على x لوجود y فقط + لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة + طريقة الفرض

$v = \frac{y}{x}\quad , \quad \frac{dy}{dx} = v + x\,\frac{dv}{dx}$

نفصل المتغيرات ثم نكامل الطرفين كما فعلنا ذلك سابقا

أعداد الاستاذ .. باسم المياحي

@A_M_Z_F

مثال

2013 د2

$$(3x - y)\,\bar{y} = x + y$$

$$(3x - y)\,\bar{y} = x + y \qquad \div x \quad \neq 0$$

$$\left(3 - \frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = 1 + \frac{y}{x} \Rightarrow v = \frac{y}{x} \quad , \quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$(3 - v)\left(v + x\frac{dv}{dx}\right) = 1 + v \Rightarrow 1 + v = (3 - v)\left(v + x\frac{dv}{dx}\right)$$

$$\frac{1+v}{(3-v)} = \left(v + x\frac{dv}{dx}\right) \Rightarrow \frac{1+v}{(3-v)} - v = x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v^2 - 2v + 1}{(3-v)dv} = \frac{x}{dx} \Rightarrow \int \frac{(3-v)dv}{v^2 - 2v + 1} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{(3-v)dv}{(v-1)^2} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \frac{-(v-3)dv}{(v-1)^2} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{-(v-1-2)dv}{(v-1)^2} = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \int \left[\left(\frac{-1}{v-1}\right) + \frac{2}{(v-1)^2}\right] dv = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int \left[\left(\frac{-1}{v-1}\right) + 2\,(v-1)^{-2}\right] dv = \int \frac{dx}{x}$$

$$-LN\,|V-1| + 2\,\frac{(v-1)^{-1}}{-1} = LN\,|x| + c$$

$$-LN\,\left|\left(\frac{y}{x}\right) - 1\right| - \frac{2}{\left(\frac{y}{x}\right) - 1} = LN\,|x| + c$$

أعداد الأستاذ : باسم المياحي

توضيح

في هذا المثال مهارات كثيرة تستخدم لغرض التكامل + نقسم على طرفي المعادلة على x لوجود y من الدرجة الاولى + نفرض + نعوض + نفصل المتغيرات بخواص الاعداد النسبية مع التنقل بين الاطراف لجعل المتغير v مع مشتقته الى اليسار و x مع مشتقته الى اليمين + الاهم من جميع ذلك كيف نتعامل مع طرف v

جزئنا البسط v-3 = v-1 -2 لغرض اختصارها مع المقام " بعد استخراج السالب 1 كعامل مشترك

$$\int \frac{-(v-3)dv}{(v-1)^2} = \int \frac{-(v-1-2)dv}{(v-1)^2} = \int \left[\left(\frac{-1}{v-1}\right) + \frac{2}{(v-1)^2}\right] dv$$

راجع الأساسيات + الأسئلة الاثرائية فهي السبيل الوحيد لخلاصك من كابوس الخارجي

ملازم التفوق في السادس
@A_M_Z_F

مثال

2014 د1 + 2015 د1

$$2x^2 \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$$

$\div x^2 \neq 0$

$$2 \frac{dy}{dx} = 1 + \frac{y^2}{x^2} \Rightarrow v = \frac{y}{x} , \quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

$$2\left(v + x\frac{dv}{dx}\right) = 1 + v^2 \Rightarrow \frac{1+v^2}{2} = \left(v + x\frac{dv}{dx}\right)$$

$$\frac{1+v^2}{2} - v = x\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{v^2 - 2v + 1}{2} = x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{(v-1)^2}{2\,dv} = \frac{x}{dx} \Rightarrow \int \frac{2\,dv}{(v-1)^2} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int 2(v-1)^{-2}\,dv = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \frac{2(v-1)^{-1}}{-1} = \text{LN}\,|x| + c$$

$$\frac{-2}{\left(\frac{y}{x} - 1\right)} = \text{LN}\,|x| + c$$

توضيح

نقسم طرفي المعادلة على x^2 لوجود اعلى اس ل y هو y^2

لجعل مقام كل yوهو x وبنفس الدرجة + نفرض + نعوض + نفصل المتغيرات " مهارات واضحة جدا " + نكامل الطرفين حسب قواعد التكامل

أعداد الاستاذ ... المياحي

@A_M_Z_F

حلول تمارين 3- 5 s

راجع الملاحظات في مقدمة الفصل

السؤال 1

2016تمهيدي + 2012د2+ 2013 د1

حل كلا من المعادلات التفاضلية الآتية :

$$y' = \frac{y}{x} + e^{\frac{y}{x}}$$

Let $v = \frac{y}{x} \Rightarrow Y = vx \Rightarrow \frac{dy}{dx} = V + x \cdot \frac{dv}{dx}$

$$V + x.\frac{dv}{dx} = v + e^{v}$$

$$e^{V} = x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{e^{V}}{dv} = \frac{x}{dx}$$

$$\frac{dv}{e^{V}} = \frac{dx}{x}$$

$$\int \frac{dv}{e^{v}} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int e^{-v}\, dv = \int \frac{1}{x}\, dx$$

$$-e^{-v} = \ln x + C$$

$$-e^{-\frac{y}{x}} = \ln x + c$$

توضيح

بعد ان فرضنا ان $v = \frac{y}{x}$ وبالتبسيط نحصل على $Y = vx$

وبالاشتقاق " حاصل ضرب دالتين " نحصل على

$\frac{dy}{dx} = V + x \cdot \frac{dv}{dx}$

نعوض ما حصلنا عليه في المعادلة بعدها نكامل كلا حسب قاعدته

طريقة فصل المتغيرات بعد الفرض كلا عكس العملية لجعل v مع dv الى اليسار و x مع dx الى اليمين . . . ثم نكامل

اخيرا نعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

$$(y^2 - xy)\, dx + x^2\, dy = 0$$

$$(y^2 - xy)\, dx + x^2\, dy = 0 \quad \div x^2$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}\right) dx + dy = 0$$

$$\left(\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x}\right) dx + dy = 0 \quad \div dx$$

توضيح

نقسم على x^2 لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة + نقسم على dx لجعل مقام كل $\frac{dy}{dx}$

ثم نفرض بدل كل $v = \frac{y}{x}$, $\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة + نكامل +

ونرجع لنعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

ياسر البياتي

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$\left(\left(\frac{y}{x}\right)^2 - \frac{y}{x} \right) + \frac{dy}{dx} = 0 \quad \ldots \quad (1)$$

Let $v = \frac{y}{x}$ ➡ $Y = vx$ ➡ $\frac{dy}{dx} = V + x \cdot \frac{dv}{dx}$ (2)

نعوض م 1 في م 2

$$v^2 - \cancel{v} + \cancel{v} + x \cdot \frac{dv}{dx} = 0$$

$$v^2 = -x \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v^2}{dv} = \frac{-x}{dx}$$

$$\frac{1}{v^2} dv = -\frac{1}{x} dx$$

$$\int v^{-2} \, dv = -\int \frac{1}{x} dx$$

$$\frac{v^{-1}}{-1} = -\ln x + c \qquad \times -1$$

$$\frac{1}{v} = \ln|x| - c$$

$$\frac{1}{\frac{y}{x}} = \ln|x| - c \quad ➡ \quad \frac{x}{y} = \ln|x| - c$$

أعداد الأستاذ ياسم المباجي
رحلة التفوق في السادس

شامل

$$(x + 2y)\,dx + (2x + 3y)\,dy = 0$$

توضيح

نقسم على x لجعل مقام كل y هو x
وبنفس الدرجة + نقسم على dx لجعل مقام
كل $\frac{dy}{dx}$
ثم نفرض بدل كل $v = \frac{y}{x}$, $\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$
ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة
+ نكامل + ونرجع لنعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

$$(x + 2y)\,dx + (2x + 3y)\,dy = 0 \quad \div x$$

$$\left(1 + 2\frac{y}{x}\right) dx + \left(2 + 3\frac{y}{x}\right) dy = 0 \quad \div dx$$

$$\left(1 + 2\frac{y}{x}\right) + \left(2 + 3\frac{y}{x}\right)\frac{dy}{dx} = 0 \quad . . . \quad 1$$

Let $v = \frac{y}{x}$ ➡ $Y = v x$ ➡ $\frac{dy}{dx} = V + x \cdot \frac{dv}{dx}$ 2

نعوض م 1 في م 2

$$(1 + 2v) + (2 + 3v)\left(V + x \cdot \frac{dv}{dx}\right) = 0$$

$$(1 + 2v) = -(2 + 3v)\left(V + x \cdot \frac{dv}{dx}\right)$$

$$\frac{(1 + 2v)}{(2 + 3v)} = -\left(V + x \cdot \frac{dv}{dx}\right)$$

$$\frac{(1 + 2v)}{(2 + 3v)} + v = -x \cdot \frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{1 + 2v + 2v + 3v^2}{(2 + 3v)} = -x \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{3v^2 + 4v + 1}{3v + 2} = -x \cdot \frac{dv}{dx} \Rightarrow \int \frac{3v^2 + 4v + 1}{(3v + 2)dv} = -\int \frac{x}{dx}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2(3v+2)}{(3v^2 + 4v+1)}\,dv = -\frac{1}{x}\,dx$$

$$\int \frac{1}{2} \frac{2(3v+2)}{(3v^2 + 4v+1)}\,dv = \int -\frac{1}{x}\,dx$$

$$\frac{1}{2}\ln(3v^2 + 4v + 1) = -\ln|x| + c$$

$$\frac{1}{2}\ln\left(3\left(\frac{y}{x}\right)^2 + 4\frac{y}{x} + 1\right) = -\ln|x| + c$$

@A_M_Z_F

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2x\ y}$$

توضيح

نقسم على x^2 لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة

ثم نفرض بدل كل $v + x\frac{dv}{dx} = \frac{dy}{dx}$, $v = \frac{y}{x}$

ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة + نكامل + ونرجع لنعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

خطوة التكامل للطرف الايسر حسب القاعدة

$$\int \frac{\text{المشتقة}}{\text{الدالة}} = LN\ |\text{المقام}|$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2x\,y} \quad \div\ x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1 + \frac{y^2}{x^2}}{2\ \frac{y}{x}} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{1 + (\frac{y}{x})^2}{2\ \frac{y}{x}} \quad (1)$$

$$\text{Let } v = \frac{y}{x} \Rightarrow Y = v\,x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = V + x\,.\,\frac{dv}{dx} \quad (2)$$

نعوض م 1 في م 2

$$V + x\,.\,\frac{dv}{dx} = \frac{1 + v^2}{2\ v}$$

$$\frac{1 + v^2}{2\ v} = V + x\,.\,\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{1 + v^2}{2\ v} - V = x\,.\,\frac{dv}{dx}$$

تبادل الإطراف مهارة ثابتة

$$\frac{1 - v^2}{2\ v} = x\,.\,\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{1 - v^2}{2\ v\ dv} = \frac{x}{dx}$$

$$-\int \frac{-2\ v\ dv}{1 - v^2} = \int \frac{dx}{x}$$

قلب الطرفين مهارة ثابتة

$$-\ln|1 - v^2| = \ln|x| + c \quad \times -1$$

$$\ln|1 - v^2| = -\ln|x| - c$$

$$\ln|1 - v^2| + \ln|x| = -c$$

$$\ln|(1 - v^2)\ x| = -c$$

$$\ln\left|\left(1 - (\tfrac{y}{x})^2\right)\ x\right| = -c$$

باخذ الاكسبونشيل للطرفين

$$\left|\left(1 - (\tfrac{y}{x})^2\right)\ x\right| = e^{-c}$$

إعداد الأستاذ .. ياسر المياحي

@A_M_Z_F
ملزمة التفوق في السادس

$$(y^2 - x^2)\,dx + x\,y\,dy = 0$$

توضيح

2014 د2

نقسم على x^2 لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة

ثم نفرض بدل كل $v + x\frac{dv}{dx} = \frac{dy}{dx}$, $v = \frac{y}{x}$

ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة +

تكامل + ونرجع لنعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

خطوة التكامل للطرف الايسر حسب القاعدة

$\int \frac{\text{المشتقة الدالة}}{} = LN\,|\text{المقام}|$

$$(y^2 - x^2)\,dx + x\,y\,dy = 0 \quad \Big]\div x^2$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2} - 1\right)dx + \frac{y}{x}\,dy = 0 \quad \Big]\div dx$$

$$\left(\frac{y^2}{x^2} - 1\right) + \frac{y}{x}\,\frac{dy}{dx} = 0 \quad \ldots \; (1)$$

Let $v = \frac{y}{x}$ ➡ $Y = v\,x$ ➡ $\frac{dy}{dx} = V + x\,.\,\frac{dv}{dx}$ (2)

نعوض م 1 في م 2

$$(v^2 - 1)) = -\;v\,(V + x\,.\,\frac{dv}{dx})$$

$$\frac{(v^2 - 1))}{v} = -V - x\,.\,\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{(v^2 - 1))}{v} + V = -\;x\,.\,\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{2\,v^2 - 1}{v} = -\;x\,.\,\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{2\,v^2 - 1}{v\,dv} = -\;.\;\frac{x}{dx}$$

$$\frac{1}{4}\int \frac{4v}{2v^2 - 1}\,dv = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{1}{4}\ln|2v^2 - 1| = -\ln|x| + c$$

$$\ln\left(|2v^2 - 1|\right)^{\frac{1}{4}} + \ln|x| = c$$

$$\ln\left|\sqrt[4]{2v^2 - 1}\;.\;x\right| = c$$

$$\ln\left|\sqrt[4]{2\left(\frac{y}{x}\right)^2 - 1}\;.\;x\right| = c$$

اعداد الاستاذ .. باسم البياجي

ملوك التفوق في السادس
@A_M_Z_F

2016 د1

$$x^2 y\, dx = (x^3 + y^3)\, dy$$

توضيح

نقسم على x^3 لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة

ثم نفرض بدل كل $v = \frac{y}{x}$ ، $\frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$

ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة + نكامل + ونرجع لنعوض بدل كل $v = \frac{y}{x}$

خطوة التكامل للطرف الايسر حسب القاعدة

نرفع المقام الى البسط لعدم امكانية التخلص من المقام وعدم امكانية تكامله بطريقة LN لعدم تحقق شرطها + نرفع المقام الى البسط وباس مختلفة " عند الضرب تجمع الاسس " . . . لكن يجب ان نراعي هذه الحالة

$$\int v^{-1}\, dv = \int \frac{1}{v} dv = LN|V|$$

$$x^2 y\, dx = (x^3 + y^3)\, dy \quad \div x^3$$

$$\frac{y}{x} dx = \left(1 + \frac{y^3}{x^3}\right) dy \quad \div dx$$

$$\frac{y}{x} = \left(1 + \frac{y^3}{x^3}\right) \frac{dy}{dx} \quad . . . \boxed{1}$$

Let $v = \frac{y}{x}$ ➡ $Y = v x$ ➡ $\frac{dy}{dx} = V + x \cdot \frac{dv}{dx}$ $\boxed{3}$

$$v = (1 + v^3)\left(V + x \cdot \frac{dv}{dx}\right)$$

نعوض م 1 في م 2

$$\frac{v}{(1 + v^3)} = \left(V + x \cdot \frac{dv}{dx}\right)$$

$$\frac{v}{1 + v^3} - v = x \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{V - v - v^4}{1 + v^3} = x \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{-v^4}{1 + v^3} = x \cdot \frac{dv}{dx}$$

$$\frac{-v^4}{(1 + v^3)\, dv} = \frac{x}{dx} \quad \times -1$$

$$\frac{1 + v^3}{v^4} dv = -\frac{1}{x} dx$$

$$(v^{-4} + v^{-1})\, dv = -\frac{1}{x} dx$$

$$\int [\, v^{-4} + v^{-1} \,]\, dv = -\int \frac{dx}{x}$$

$$\frac{v^{-3}}{-3} + \ln|v| = -\ln|x| + c$$

$$-\frac{1}{3}\frac{1}{v^3} + \ln|v| = -\ln|x| + c \;\Rightarrow\; -\frac{1}{3}\frac{1}{\left(\frac{y}{x}\right)^3} + \ln\left|\frac{y}{x}\right| = -\ln|x| + c$$

الاستاذ . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

توضيح

$$x\left[\frac{dy}{dx}-\tan\frac{y}{x}\right]=y$$

نقسم على **X** لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة

ثم نفرض بدل كل $v=\frac{y}{x}$, $\frac{dy}{dx}=v+x\frac{dv}{dx}$

ثم نفصل المتغيرات حسب المهارات السابقة + نكامل + ونرجع لنعوض بدل كل $v=\frac{y}{x}$

خطوة التكامل للطرف الايسر حسب القاعدة " نبسط دالة ال tan وتكامل بطريقة LN

$$\int\frac{1}{\frac{\sin v}{\cos v}}dv=\int\frac{\cos v}{\sin v}dv=LN|\sin v|$$

$$x\left[\frac{dy}{dx}-\tan\frac{y}{x}\right]=y \quad \div X$$

$$\left[\frac{dy}{dx}-\tan\frac{y}{x}\right]=\frac{y}{x} \quad \ldots \quad 1$$

Let $v=\frac{y}{x}$ $\qquad Y=vx \qquad \frac{dy}{dx}=V+x\cdot\frac{dv}{dx}$ 2

نعوض م 1 في م 2

$$\left[V+x\cdot\frac{dv}{dx}-\tan V\right]=V$$

$$V-v+\tan v=x\cdot\frac{dv}{dx}$$

$$\tan v=x\cdot\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{\tan v}{dv}=\frac{x}{dx}$$

$$\int\frac{1}{\tan v}dv=\int\frac{1}{x}dx$$

$$\int\frac{1}{\frac{\sin v}{\cos v}}dv=\int\frac{1}{x}dx$$

$$\int\frac{\cos v}{\sin v}dv=\int\frac{1}{x}dx$$

نبسط دالة tan v في الطرف الايسر حيث ان

$$\ln|\sin v|=\ln|x|+c \;\Rightarrow\; \ln\left|\sin\frac{y}{x}\right|=\ln|x|+c$$

$$\ln\left|\sin\frac{y}{x}\right|-\ln|x|=c \;\Rightarrow\; \ln\left|\frac{\sin\frac{y}{x}}{x}\right|=c \;\Rightarrow\; l\left|\frac{\sin\frac{y}{x}}{x}\right|=e^c$$

اعداد الاستاذ .. باسم البياتي

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

رياضيات

السادس العلمي

الأحيائي والتطبيقي

الفصل السادس : الهندسه الأحداثيه



إعداد الأستاذ

باسم الهياحي

2017

يمكنكم متابعتنا على مواقع التواصل الأجتماعي

رحلة التفوق في السادس   رحلة التفوق في السادس

@A_M_Z_F   @rhit_altafawK

DES : MOSTAFA KH

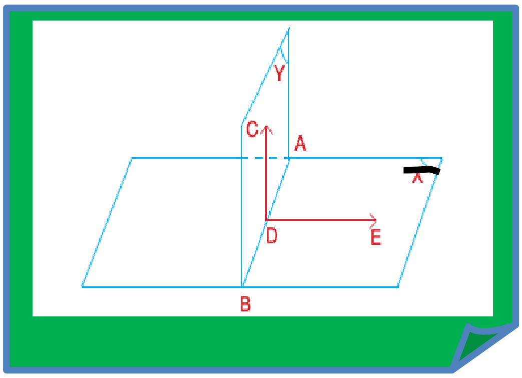
@A_M_Z_F

Important advice

وزاري 2014 الدور

الهندسة 20 درجة رغم بساطتها لكن الاغلب يتركها . . . أنصحكم بإتقان الهندسة لانها السبيل لخلاصكم من الخارجي وترك خيارات الاجابة لكم . . . درجتها تكون غالبا على الرسم ومنه ومن المنطوق نستخرج المعطيات والمطلوب وبها ضمنا مايقارب 7 درجة من الفرع . . البرهان عمل يناسب المطلوب اعتمادا على المعطى . . . لاتتركو الهندسة لاي سبب كان

مبرهنة (7):
اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم في احدهما والعمودي على مستقيم التقاطع يكون عمودياً على المستوى الآخر



المعطيات

في نقطة D $\quad (X) \cap (Y) = \overleftrightarrow{AB}$ $\quad (X) \perp (Y)$

$\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD} \subset (Y)$

المطلوب

$\overleftrightarrow{CD} \perp (X)$

البرهان

في المستوي X نرسم $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{DE}$ " في المستوي الواحد يمكن رسم مستقيم وحيد عموديا على مستقيم من نقطة معلومة D

$\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CD} \subset (Y)$ " معطى " . . .

$< CDE$ عائدة للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{AB}$ " تعريف الزاوية العائدة"

$M < CDE = 90°$ " قياس الزوجية = العائدة = °90

$\overleftrightarrow{DE} \perp \overleftrightarrow{CD}$ " اذا كان قياس الزاوية بين مستقيمين= ° 90 المستقيمين متعامدين وبالعكس

$(X) \perp \overleftrightarrow{CD}$ " المستقيم العمودي على مستقيمين متقاطعين من نقطة تقاطعهما عموديا على المستوي الذي يحويهما "

نحفظ المنطوق + الرسم . . . من خلاهما نستخرج المعطيات + المطلوب

البرهان . . . يمر بثلاث مراحل

العمل نرسم مستقيم ونوضح علاقة بمستقيم الداخل ثم الخارج

ذكر المعطيات بشكل معطى

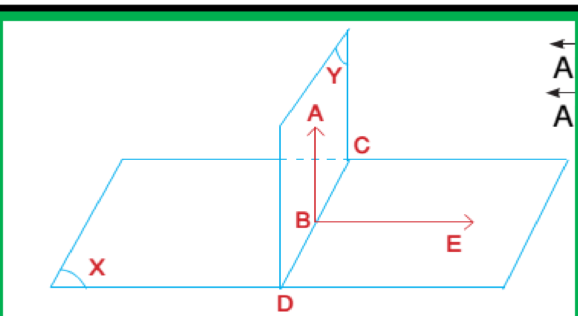
لاثبات التعامد بين المستقيم والمستوي نحصل على زاوية عائدة زوجية قياسها° 90

أعداد الاستاذ . باسم البياتي
@A_M_Z_F

مبرهنة (8):

كل مستوٍ مار بمستقيم عمودي على مستوٍ آخر يكون عمودياً على ذلك المستوي

أو يتعامد المستويان اذا احتوى احدهما على مستقيم عمودي على الآخر



المعطيات :

$\overleftrightarrow{AB} \subset (Y)$, $\overleftrightarrow{AB} \perp (X)$

المطلوب :

$(Y) \perp (X)$

البرهان

$(X) \cap (Y) = \overleftrightarrow{CD}$

العمل . . في X نرسم $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{BE}$ " في المستوي الواحد يوجد مستقيم وحيد عمودي على مستقيم محتوى فيه من نقطة معلومة B

$\overleftrightarrow{AB} \perp (X)$ " معطى " . . .

$\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$ " المستقيم العمودي على مستوي عموديا على جميع المستقيمات في المستوي "

$\overleftrightarrow{AB} \subset (Y)$ " معطى "

$< ABE$ عائد للزاوية الزوجية $\overleftrightarrow{CD}$

$M < ABE = 90°$ لان المستقيمان متعامدان $\overleftrightarrow{BE} \perp \overleftrightarrow{AB}$

قياس الزاوية الزوجية $(Y) - \overleftrightarrow{CD} - (X) = 90°$

$(Y) \perp (X)$ يتعامد المستويان او المستقيمان اذا كان قياس الزاوية 90°

نحفظ المنطوق + الرسم . . . من خلاهما نستخرج المعطيات + المطلوب

البرهان . . . يمر بثلاث مراحل

العمل نرسم مستقيم ونوضح علاقة بمستقيم الداخل ثم الخارج

ذكر المعطيات بشكل معطى + بما ان المستقيم $\overleftrightarrow{AB}$ عمودي على المستوي X فانه عمودي على المستقيمين المتقاطعين في X + من التعامد والتقاطع بين المستويين حصلنا على زاوية عائدة وزوجية قياسها 90° " التعامد يجب ان يكون زاوية بهذا القياس في المستقيمات او المستويات

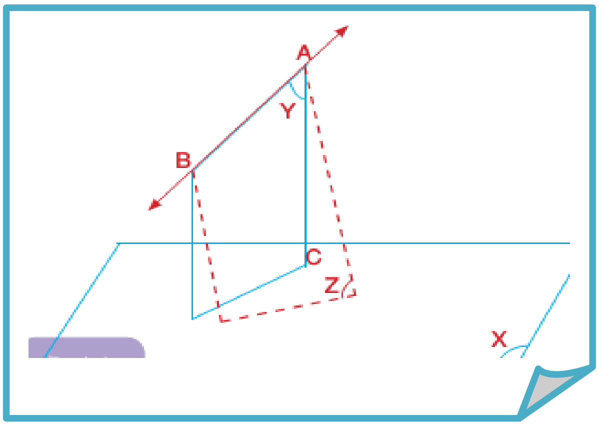
اعداد الاستاذ . . . باسم المياحي

@A_M_Z_F

وزاري 2014 دور اول

مبرهنة (9):

من مستقيم غير عمودي على مستوٍ معلوم يوجد مستوٍ وحيد عمودي على المستوي المعلوم.



المعطيات :

$\overleftrightarrow{AB}$ غير عودي على X

المطلوب : ايجاد مستوي وحيد يحوي $\overleftrightarrow{AB}$ وعموديا على X

البرهان

العمل . . من نقطة A نرسم $\overleftrightarrow{AC} \perp (X)$ " يوجد مستقيم وحيد عمودي على مستوي معلوم من نقطة لاتنتمي اليه "

. $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$ متقاطعان

يوجد مسوي وحيد مثل (Y) " لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستو وحيد يحويهما "

. $(Y) \perp (X)$ المستوي العمودي على مستقيمين متقاطعين عموديا على المستوي الذي يحويهما

لبرهنة وحدانية المستوي . . . ليكن المستوي الاخر هو (z)

. $(X) \perp \overleftrightarrow{AC}$ . . . $(Z) \subset \overleftrightarrow{AC}$ . . .

$(Y) = (Z)$ " لكل مستقيمين متقاطعين يوجد مستوي وحيد يحويهما"

البرهان

العمل . . . نرسم مستقيم $\overleftrightarrow{AC}$ يتقاطع مع المستقيم المذكور $\overleftrightarrow{AB}$

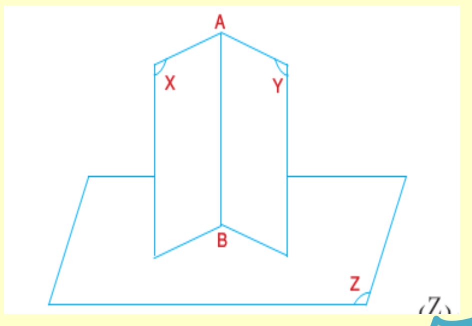
المستقيمان متقاطعان " يوجد مستوي وحيد يحويهما "

الوحدانية نفرض ان المستوي الاخر Z هو بديل ل y

أعداد الأستاذ : باسم المياحي
@A_M_Z_F

نتيجة مبرهنة (9):

اذا كان كل من مستويين متقاطعين عمودياً على مستوٍ ثالث فان مستقيم تقاطعهما يكون عمودياً على المستوى الثالث.



المعطيات

X ,Y ⊥ Z X ∩ Y = $\overleftrightarrow{AB}$

المطلوب $\overleftrightarrow{AB} \perp Z$

البرهان

اذا لم يكن $\overleftrightarrow{AB}$ عموديا على (Z)

لما وجد اكثر من مستوي Y , X عموديا على Z ⊥ متقاطعان في $\overleftrightarrow{AB}$

$\overleftrightarrow{AB} \perp Z$

نتيجة مبرهنة (7):

اذا تعامد مستويان فالمستقيم المرسوم من نقطة في احدهما عمودياً على المستوي الآخر يكون محتوى فيه.

المعطيات $\overline{CD} \perp X$, $X \perp y$

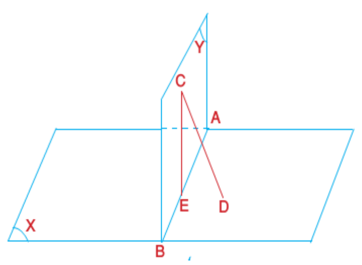
المطلوب: $\overline{CD} \subset (Y)$

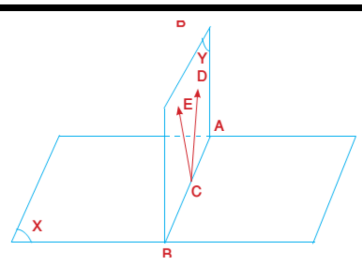
البرهان

$X \cap Y = \overline{AB}$ . . . العمل من C وفي المستوي Y نرسم مستقيم

$\overline{CE} \perp \overline{AB}$ بما ان $\overline{CE} \perp (X)$ $\overline{CE} \subset (Y)$ $\overline{CE} = \overline{CD}$

$\overline{CD} \subset (Y)$ " من خواص المساواة مايتحقق للأول يتحقق للثاني





@A_M_Z_F

السؤال 1

1د2013 مشابه

عزيزي الطالب هذه التمارين الخمسة 10 درجة أحيانا

اذا كانت المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات = $724cm^2$ ومساحة قاعدته = $132cm^2$ ومساحة احد اوجهه الجانبية = $110cm^2$ جد حجمه.

المساحة الكلية هي لستته أوجه + المعلوم القاعدة تضرب ×2 نحصل على قاعدتين +وكذلك للوجه المعلوم يضرب ×2

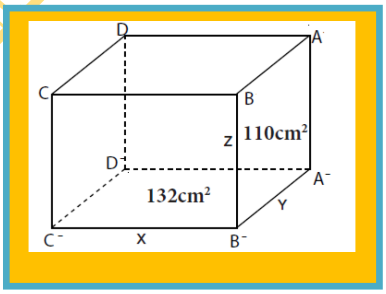
مساحة الوجهين = طرح 6أوجه من 4أوجه " القاعدتين +الوجهين المقابلين "

نحصل على الوجهين المقابلين . . . نقسم على 2 نحصل على وجه . . .

المساحة الكلية = المساحة الجانبية "لأربع أوجه"+ مساحة القاعدتين.

A لاربع اوجه − Aاوجه لستة = A الوجهين الجانبين

A لاربع اوجه − Aاوجه لستة = A الوجهين الجانبين



$$A = 724 - (2 \times 132 + 2 \times 110).$$

$$A = 724 - (264 + 220) = 724 - 484 = 240$$

Aالوجهين $= 240$ ⟹ الوجه $A = \frac{240}{2} = 120$

توضيح

المعلومات في السؤال مشتركة بين بعدين "مساحة كل وجه"

كما موضح ادناه " نحصل على كل بعد تربيع عند الضرب "

نفرض ان مربع دالة الحجم = مربع حاصل ضرب الإبعاد

$$X . Y = 132 , Y . Z = 110 , X . Z = 120$$

$$V^2 = x^2 \times y^2 \times z^2$$

$$V^2 = 132 \times 110 \times 120$$

$$= 11 \times 12 \times 11 \times 10 \times 12 \times 10$$

لدينا خياران لايجاد الحجم

اما ان نضرب الابعاد وناخذ الجذر التربيعي

او نبسط حاصل ضرب الابعاد لايجاد الجذر بشكل منفصل لسهولة الحل

$$V^2 = 11^2 \times 12^2 \times 10^2$$ ⟹ $$v = 11 \times 12 \times 10$$

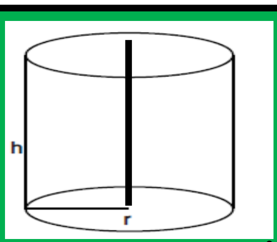
$$v = 1320 \ unit^3$$

إعداد الأستاذ .. باسم المياحي
@A_M_Z_F

السؤال 2

2014 د2 + 2015 د2

اسطوانة دائرية قائمة مساحتها الجانبية $400\pi cm^2$ وحجمها $2000\pi cm^3$ اوجد ارتفاعها ونصف قطر قاعدتها .



المساحة الجانبية = محيط القاعدة × الارتفاع ... نكون معادلة 1

$A = 2r\,h\,\pi \Rightarrow 2r\,h\,\pi = 400\,\pi \Rightarrow h = \frac{200}{r}$ . . . 1

قانون الحجم ..... نكون معادلة 2

$V = r^2\,h\,\pi \Rightarrow r^2\,h\,\pi = 2000\,\pi \Rightarrow h = \frac{2000}{r^2}$ . . . 2

نساوي المعادلتين لايجاد قيمة r

$\frac{200}{r} = \frac{2000}{r^2} \Rightarrow r = 10\ cm$

نعوض في معادلة 1 لايجاد h

$h = \frac{200}{10} = 20\ cm$

اعداد الاستاذ . باسم المياحي



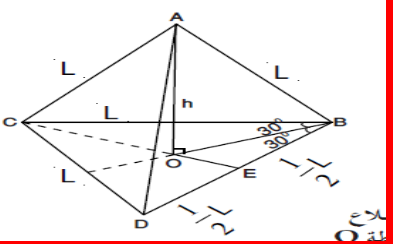
رحلة التفوق في السادس @

@A_M_Z_F

السؤال 3

2014 د1 +2012 د3

3. برهن على ان حجم ذي الوجوه الاربعة المنتظم والذي طول حرفه = ℓ هو $\frac{\sqrt{2}\,\ell^3}{12}$ وحدة مكعبة.



من دالة cos في المثلث OBE نجد علاقة بين L , h

$$COS\ 30 = \frac{\frac{1}{2}L}{OB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\frac{1}{2}L}{OB} \Rightarrow OB = \frac{L}{\sqrt{3}}$$

في المثلث الكبير AOB نظرية فيثاغورس معادلة 2 لتقليل المتغيرات

$$L^2 = h^2 + OB^2 \Rightarrow L^2 = h^2 + \left(\frac{L}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$L^2 = h^2 + \frac{L^2}{3} \Rightarrow h^2 = L^2 - \frac{L^2}{3} \Rightarrow h^2 = \frac{2L^2}{3} \quad \boxed{1}$$

مساحة المثلث متساوي الساقين

مساحة المثلث BCD القاعدة $\frac{\sqrt{3}}{4}L^2$ لان مثلث متساوي الاضلاع

$$V = \frac{1}{3}\ B\ h = \frac{1}{3}\ \frac{\sqrt{3}}{4}\ L^2\ h = \frac{1}{3}\ \frac{\sqrt{3}}{4}\ L^2\left(\frac{\sqrt{2}\ L}{\sqrt{3}}\right) \quad \boxed{2}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{12}\ L^3 \quad UNIT^3$$

توضيح

من دالة ال cos كونا علاقة بين الضلع OB و L ... من نظرية فيثاغورس علاقة بين L , h
+ من قانون الحجم أثبتنا صحة المطلوب اثباته بعد ذكر مساحة القاعدة التي هي عبارة عن مثلث متساوي الاضلاع مساحته $A = \frac{\sqrt{3}}{4}L^2$

الأستاذ : باسم المياحي

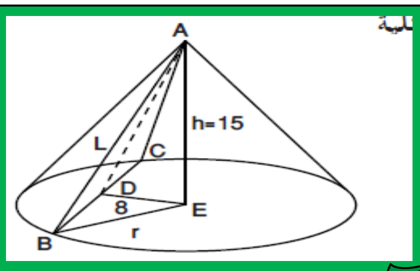
@A_M_Z_F

السؤال 4

مخروط دائري قائم مرّ برأسه مستوٍ فقطع قاعدته بقطعة مستقيم تبعد عن مركز القاعدة بمقدار 8cm

فاذا كانت مساحة المقطع = $102cm^2$ وارتفاع المخروط = 15cm احسب :

1) حجمه   2) مساحته الجانبية   3) مساحته الكلية



المثلث ADE نظرية فيثاغورس 1

$AD^2 = 8^2 + 15^2$

$= 64 + 225 = 289 \Rightarrow AD = 17$

مساحة المقطع ABC المعلومة

مساحته معلومة " نجد القاعدة لنحصل

على نصفها بعد القسمة على 2 لنجد قيمة r لاحقا

المساحة $A = \frac{1}{2} BC \cdot AD \Rightarrow 102 = \frac{1}{2} BC \cdot 17$

القاعدة $BC = \frac{204}{17} = 12 \ CM$

المثلث الاسفل BDE نظرية فيثاغورس2

DE = 8 , BE = r نصف القاعدة BD = 6 ..

$r^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow r = 10 \ cm$

المثلث الكبيرABE نظرية فيثاغورس 3

فيه AB = L = ? , AE = 15 , BE=r= 10 . . .

$L^2 = 10^2 + 15^2 = 100 + 225 = 325 = 5\sqrt{13} \ CM$

الحجم $v = \frac{\pi}{3} r^2 h = \frac{\pi}{3} (10)^2 \times 15$

المساحة الجانبية $L.A = r L \pi = 10 \times 5\sqrt{13} \pi$

$= 50\sqrt{13} \pi \ cm^2$

المساحة الكلية $TA = LA + r^2 \pi$

$= 50\sqrt{13} \pi + (10)^2 \pi$

توضيح

من الرسم ومعطيات السؤال

نظرية فيثاغورس لايجاد الارتفاع AD "المثلث الداخل"

من مساحة المقطع ABCالمعلومة 102 نجد القاعدة نقسمها على 2 لايجاد نصف القاعدة "المقطع"

من نصف القاعدة + DE=8 . . . نجد r نظرية فيثاغورس"المثلث الصغير"

اصبح بامكاننا ايجاد L في المثلث الكبير بتطبيق نظرية فيثاغورس

بعدها نجد المطاليب جميعا بعد ان وفرنا كل الابعاد

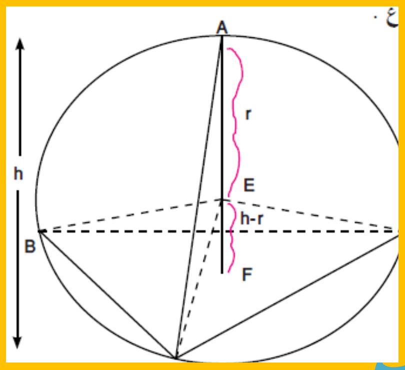
أعداد الاستاذ . باسم المياحي

@A_M_Z_F

السؤال 5

2016 تمهيدي

- اذا علمت انه يمكن رسم كرة خارج ذي الوجوه الاربعة المنتظم.
برهن ان نصف قطر الكرة = $\frac{3}{4}$ الارتفاع.



من الرسم ارتفاع الهرم الكبير h

ارتفاع الهرم الصغير h-r

V الهرم الكبير $= 4\ V$ الهرم الصغير

$$\frac{1}{3} b\ h = 4\ \frac{1}{3} b\ (h - r)$$

$$h = 4\ (h - r) \Rightarrow h = 4h - 4r$$

$$4r = 3h \Rightarrow r = \frac{3}{4} h$$

توضيح

حجم الهرم الكبير = 4 إضعاف حجم الهرم الصغير

الهرمان لهما نفس القاعدة لكن الاختلاف في الارتفاع + نذكر القانون لكل منهما مع ذكر العلاقة + باجراء بعض المهارات الرياضية لاثبات ان $r = \frac{3}{4} h$

إعداد الاستاذ باسم المياحي

@A_M_Z_F

advice

التمارين العامة فوق المنهج اهتم بها فانها
أفضل أختبار لك لمعرفة مدى إتقانك للمنهج

حلول التمارين العامة في نهاية الكتاب

2013الدور الثاني

السؤال 1

جد قيمة Y , X والتي تحقق $\frac{y}{1+i} = \frac{x^2+4}{x+2i}$

$$\frac{y}{1+i} = \frac{x^2-4i^2}{x+2i} \Rightarrow \frac{y}{1+i} = \frac{(x+2i)(x-2i)}{x+2i}$$

$$\frac{y}{1+i} = \frac{(x-2i)}{1} \Rightarrow y+0i = (1+i)(x-2i)$$

$$y+0i = x - 2i + xi - 2i^2$$

$$y+0i = x - 2i + xi + 2$$

$$x + 2 = y \quad \ldots \ 1$$

$$-2 + x = 0 \quad \ldots \ 2$$

$$x = 2 \Rightarrow y = 2+2 = 4 \ ..$$

توضيح

نضيف i^2 لنحول المقدار $x^2 + 4$ من جمع الى فرق بين مربعين لامكانية التحليل والاختصار مع المقام +
من تساوي الطرفين " الحقيقي مع الحقيقي معادلة 1
الخيالي مع الخيالي معادلة 2 ... نحل المعادلتين لايجاد قيم x , y

توجد طريقة ثانية بضرب المقامين بالعامل المرافق لكل مقام

السؤال 2

للتطبيق فقط

جد ناتج : $\left[3w^{9n} + \frac{5}{w^5} + \frac{4}{w^4}\right]^6$

$$= \left[3(w^3)^{3n} + \frac{5}{w^3 w^2} + \frac{4}{w^3 w}\right]^6 = \left[3 + \frac{5w^3}{w^2} + \frac{4w^3}{w}\right]^6$$

$$= [3 + 5w + 4w^2]^6 = [3 + w + 4w + 4w^2]^6$$

$$= [3 + w - 4]^6 = [w-1]^6 = [(w-1)^2]^3$$

$$= [w^2 - 2w + 1]^3 = [-w - 2w]^3 = (-3w)^3$$

$$= -27w^3 = -27$$

توضيح

نطبق خواص الاوميكا " لتبسيط الداخل + نتخلص من كل مقام بضرب البسط ب $w^3 = 1$ نجزء الاس $(\ )^6 = [(\ )^3]^2$

لامكانية تحليل الداخل مربع كامل ثم نكمل بقية المهارات باستخدام خواص الاوميكا بالتتابع

@A_M_Z_F

السؤال 3

اذا كان $Z = \frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i}$ عددا مركبا جد باستخدام مبرهنة ديموافر $Z^{\frac{1}{2}}$

$$\frac{1-\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} \cdot \frac{1-\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i} = \frac{1-2\sqrt{3}i+3i^2}{4} = \frac{1-3-2\sqrt{3}i}{4}$$

$$= \frac{-2-2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

نبسط العدد نضرب بالعامل المرافق للمقام + لنحصل على العدد المركب بالصيغة x , y

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$$

بعد ان بسطنا العدد نجد r , sin , cos لايجاد الزاوية + ثم نذهب الى مربع التعويض

$$\left(\frac{-1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \theta = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

مربع التعويض

$$Z^{\text{الجذر}} = (1)^{\text{الجذر}}\left[\cos\frac{\text{الزاوية} + 2k\pi}{\text{دليل الجذر}} + i\sin\frac{\text{الزاوية} + 2k\pi}{\text{دليل الجذر}}\right]$$

$$Z^{\frac{1}{2}} = (1)^{\frac{1}{2}}\left[\cos\frac{\frac{4\pi}{3} + 2k\pi}{2} + i\sin\frac{\frac{4\pi}{3} + 2k\pi}{2}\right]$$

K=0

$$Z_1 = \left[\cos\frac{4\pi}{6} + i\sin\frac{4\pi}{6}\right] = \left[\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right]$$

$$= \left[-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$$

الزوج المرتب $(-,+)$ الربع الثاني

K=1

$$Z_2 = \left[\cos\frac{10\pi}{6} + i\sin\frac{10\pi}{6}\right] = \left[\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right]$$

الزوج المرتب $(+,-)$ الربع الرابع

ملتقى التفوق في السادس
@A_M_Z_F

السؤال 4

2014 الدور الثالث

4 . قطع ناقص مركزه نقطة الاصل وقطع زائد نقطة تقاطع محورية نقطة الاصل . كل منهما يمر بؤرة الاخر فاذا كانت $9x^2 + 25y^2 = 225$ معادلة القطع الناقص فجد .

أ) مساحة منطقة القطع الناقص . ب) محيط القطع الناقص .

جـ) معادلة القطع الزائد ثم ارسمه . د) الاختلاف المركزي لكل منهما .

نرتب معادلة القطع الناقص بجعل المعامل مع الطرف الايمن = 1 + نجد البؤرتين من العلاقة الثابتة

من قانوني المساحة والمحيط نجد المطلبين 1,2

$$9x^2 + 25y^2 = 255 \quad \div 255 \Rightarrow \frac{x^2}{\frac{255}{9}} + \frac{y^2}{\frac{255}{25}} = 1$$

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a^2 = 25 \ , \ b^2 = 9 \quad c^2 = ?$$

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$\Rightarrow 25 = 9 + c^2 \Rightarrow c^2 = 16$$ للقطع الناقص

المساحة + المحيط للقطع الناقص

1 $A = ab\pi = 5 \times 3\pi = 15\pi \ unit^2$

2 $s = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 2\pi\sqrt{\frac{25+9}{2}} = 2\pi\sqrt{\frac{34}{2}} = 2\pi\sqrt{17} = 2\pi\sqrt{17} \ unit$

3 معادلة الزائد . . . يمر ببؤرة القطع الناقص . . . . يتبادلان بالبؤرة والرأس

a^2للناقص $= 25 =$ c^2للزائد , , , c^2للناقص $= 16 =$ a^2 للزائد

من العلاقة الثابتة للزائد نجد b^2

عبارة كل منهما يمر ببؤرة الاخر انهما يتبادلان a , c بينهما . . . . ركز على هذه الملاحظة الخاصة + حاول ان ترسمهما لتوضح لك اكثر

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$25 = 16 + b^2 \Rightarrow b^2 = 9$$

معادلة القطع الزائد المطلوبة . . .

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$$

الاختلاف المركزي لكل قطع

للناقص $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} < 1$

للزائد $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{4} > 1$

@A_M_Z_F

توضيح

يعتبر هذا السؤال شامل ومهم لفهم العلاقة بين القطعيين الناقص والزائد

كلمة يمر ببؤرة الاخر " انهما يتبادلان ب a , c

للقطع الناقص a,c تصبحان c,a للقطع الزائد ومن العلاقة الثابتة نجد المطلب الثالث لكل قطع

اما الاختلاف المركزي له قانون ثابت وخاصية لكل قطع ومن خلاله نحدد نوع القطع

الاختلاف اكبر من واحد القطع زائد " لان c هي الاكبر " البسط

الاختلاف اصغر من واحد القطع ناقص " لان a هي الاكبر " المقام

السؤال 5

2011 الدور الثاني

جد معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه تنتميان لمحور السينات ومركزه نقطة الاصل ومساحة منطقته 7π وحدة مربعة ومحيطه يساوي 10π وحدة .

$A = ab\pi \Rightarrow ab\pi = 7\pi \Rightarrow ab = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{b} \Rightarrow a^2 = \frac{49}{b^2} \ldots$ 1

$s = 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 10\pi \Rightarrow \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} = 5$

$\frac{a^2+b^2}{2} = 25 \Rightarrow a^2 + b^2 = 50 \Rightarrow a^2 = 50 - b^2 \ . \ . \ .$ 2

نساوى المعادلتين لايجاد $b^2 = 1$ ثم نعوضها فى معادلة 1 او 2 لايجاد a^2

$50 - b^2 = \frac{49}{b^2} \Rightarrow 50b^2 - b^4 = 49 \Rightarrow b^4 - 50b^2 + 49 = 0$

$(b^2 - 49)(b^2 - 1) = 0 \Rightarrow b^2 = 49$ يهمل or $b^2 = 1$

$b^2 = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{49}{1} = 49$

معادلة القطع المطلوبة $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{1} = 1$

توضيح

من قانون المساحة نكون معادلة 1 + من المحيط معادلة 2 + نساوي المعادلتين لايجاد a^2 , b^2 + نذكر معادلة القطع الناقص الذي بؤرتاه على محور السينات " معطى"

. $b^2 = 49$ تهمل لانه لايمكن ان تكون اكبر من a^2 في القطع الناقص . . . تعمدنا الى اخذ القيمة الثانية

@A_M_Z_F

السؤال 6

جد $\bar{y} = \frac{dy}{dx}$ للدوال التالية

$x^3 y^2 - 2y = 5x + 3$

$3x^2 y^2 + x^3\, 2y\,\bar{y} - 2\bar{y} = 5 \Rightarrow 2x^3 y\,\bar{y} - 2\bar{y} = 5 - 3x^2 y^2$

$\bar{y}\,(2x^3 y - 2) = 5 - 3x^2 y^2 \Rightarrow \bar{y} = \frac{5-3x^2 y^2}{(2x^3 y - 2)}$

$y = \sin 4x \tan 2x$.

$\bar{y} = 4\cos 4x \tan 2x + 2\sin 4x \sec^2 2x$

$y = e^{x^2}\, LN\, 2x$.

$\bar{y} = 2x\, e^{x^2}\, LN|2x| + e^{x^2}\, \frac{2}{2x} = 2x\, e^{x^2}\, LN|2x| + \frac{e^{x^2}}{x}$

$y = \tan(\cos x)$.

$\bar{y} = \sec^2(\cos x)\ .-\sin x = -\sin x\ \sec^2(\cos x)$

$y = x^2\ LN|X|$.

$\bar{y} = 2x\ LN|X| + x^2\ .\ \frac{1}{x} = 2x\ LN|X| + x$

$y = LN|\tan^2 x|$.

$\bar{y} = \frac{2\tan x\ \sec^2 x}{\tan^2 x} = \frac{2\ \sec^2 x}{\tan x}$

أعداد الاستاذ .. باسم ال...ي

@A_M_Z_F

$$y = \frac{(e^{x} + e^{-x})}{(e^{x} - e^{-x})} .$$

$$\bar{y} = \frac{[(e^{x} - e^{-x})\ (e^{x} - e^{-x}) - ((e^{x} + e^{-x}))\ ((e^{x} + e^{-x}))]}{(e^{x} - e^{-x})^{2}}$$

$$= \frac{[e^{2x} - e^{0} \ - e^{0} + e^{-2x} - e^{2x} \ - e^{0} - e^{0} \ - e^{-2x}\ ]}{(e^{x} - e^{-x})^{2}}$$

$$= \frac{[e^{2x} - 1 \ - 1 + e^{-2x} - e^{2x} \ - 1 - 1 \ - e^{-2x}\ ]}{(e^{x} - e^{-x})^{2}}$$

$$= \frac{-4}{(e^{x} - e^{-x})^{2}}$$

توضيح

نشتق دالة الاكسبونشيل كدالة كسرية مع مراعاة التعامل مع الأسس بعد الاشتقاق عند الترتيب

+ نجري عملية الجمع والطرح للحدود المختلفة لايجاد الناتج بالشكل اعلاه

$$y = \cos e^{\pi x} .$$

$$\bar{y} = -\pi \ \sin e^{\pi x} \ \ e^{\pi x} = -\pi\, e^{\pi x} \ \sin e^{\pi x}$$

مشتقة الاكسبونشيل = الدالة × مشتقة الاس

أعداد الأستاذ .. ياسر المياحي

@A_M_Z_F

استخدم مبرهنة رول ثم القيمة المتوسطة لايجاد قيمة c للدالة $f(x) = x^4 - 2x^2 \quad x \in [-2,2]$

1 الدالة مستمرة على الفترة $[-2,2]$ لانها كثيرة الحدود

2 الدالة قابلة للاشتقاق على الفترة المفتوحة $(-2\ ,2)$

3 نثبت ان $f(a) = f(b)$

$f(-2) = (-2)^4 - 2(-2)^2 = 16 - 8 = 8$

$f(2) = (2)^4 - 2(2)^2 = 16 - 8 = 8 \Rightarrow f(-2) = f(2)$

حسب مبرهنة رول نساوي المشتقة ل c بالصفر $\Leftarrow \overline{f(c)} = 0$

$4c^3 - 4c = 0 \quad \div 4 \Rightarrow c^3 - c = 0 \Rightarrow c(c^2 - 1) = 0$

$c = 0 \quad or \quad c = \pm 1 \quad \in (-2\ ,2)$

حسب مبرهنة القيمة المتوسطة . . . نساوي المشتقة ل c بال الفرق بين الصورتين / القيمتين

$\overline{f(c)} = \dfrac{f(2) - f(-2)}{2+2} \Rightarrow 4c^3 - 4c = \dfrac{8-8}{4} = 0 \Rightarrow 4c^3 - 4c = 0$

$c^3 - c = 0 \Rightarrow c(c^2 - 1) = 0$

$c = 0 \quad or \quad c = \pm 1 \quad \in (-2\ ,2)$

توضيح

سؤال شامل لرول والمتوسطة . . . نذكر
شروط مبرهنة رول + بعدها نجد قيمة c
حسب رول نساوي مشتقة c بالصفر . . .
. اما المتوسطة . . . مشتقة c "ميل
المماس" = الفرق بين الصورتين / الفرق
بين القيمتين "ميل الوتر"

اعداد الاستاذ : باسم العيساوي

@A_M_Z_F

السؤال 8

$f(x) = a x^2 - 4x + 5$ دالة تحقق شروط مبرهنة رول على الفترة $[-1, b]$ فاذا كانت $c = 2$ تنتمي للفترة $(-1, b)$ جد قيم a , b

$f(x) = ax^2 - 4x + 5 \quad , [-1 , b] \quad , \quad c = 2$

$\overline{f(x)} = 2ax - 4 \Rightarrow \overline{f(c)} = 0 \Rightarrow 2a(2) - 4 = 0$

$4a - 4 = 0 \Rightarrow a = 1$

الدالة تحقق شروط رول " الشرطان متحققان " نستفاد من الشرطين لايجاد قيم المتغيرات بتكوين معادلتين كالتالي

نساوى المشتقة ل c بالصفر لنجد قيمة a

الدالة $f(x) = x^2 - 4x + 5$

الشرط الثاني متحقق

تساوي الصورتين لنكون معادلة 2 تحل بالتجربة

انتبه " قيمة b= -1 تهمل لانها لاتكون فترة مع القيمة المعطاة في الفترة المغلقة

$f(a) = f(b) \Rightarrow (-1)^2 - 4(-1) + 5 = b^2 - 4b + 5$

$1 + 4 + 5 = b^2 - 4b + 5$

$10 = b^2 - 4b + 5 \Rightarrow b^2 - 4b - 5 = 0$

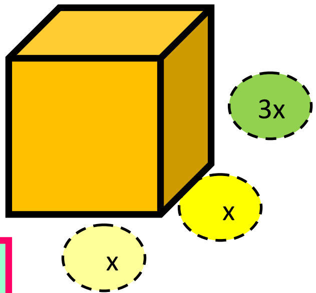
$(b - 5)(b + 1) = 0 \Rightarrow either \quad b = 5 \quad or \quad b = -1$

$b = 5$

السؤال 9

متوازي سطوح مستطيلة قاعدته مربعة وارتفاعه ثلاث امثال طول قاعدته ، جد الحجم التقريبي له عندما يكون طول قاعدته 2.97 cm

نذكر قانون الحجم + نعوض المعطيات لتكوين دالة بدلالة المتغير x + نطبق شروط القيمة المتوسطة " الدالة , المشتقة , التعويض في الدالة والمشتقة والقانون , بعد ايجاد قيمة h الفرق بين القيمتين



الطول = العرض = x "القاعدة مربعة"

الارتفاع= 3x " ثلاث امثال طول القاعدة معطى

. h= b - a = 2.97 - 3 = -0.03

$V = x^2 h = x^2 \; 3x = 3x^3$

$f(x) = 3x^3 \Rightarrow \overline{f(x)} = 9x^2$

$f(3) = 3(3)^3 = 3 \times 27 = 81 \Rightarrow \overline{f(3)} = 9(3)^2 = 9 \times 9 = 81$

$f(2.97) \cong f(a) + h . \overline{f(a)} = 81 - 0.03 \times 81$

$= 81 - 2.43 = \frac{8100-243}{100} = 78.57 \; cm^3$

@A_M_Z_F

السؤال 10

2013 الدور الثاني

مخروط دائري قائم حجمه $210\ cm^3$ جد القيمة التقريبية لنصف قطر قاعدته اذا كان ارتفاعه 10 cm

h=63 - 64 = -1

$V = \frac{1}{3} r^2 h \pi \Rightarrow 210\pi = \frac{1}{3} r^2 (10) \pi$

$210\pi = \frac{1}{3} r^2 (10)\pi \Rightarrow r^2 = \frac{630}{10} = 63 \Rightarrow r^2 = 63$

$r^2 = 63 \Rightarrow r = \sqrt{63}$

$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \overline{f(x)} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}$

$f(64) = (64)^{\frac{1}{2}} = 8$

$\overline{f(x)} = \frac{1}{2} (64)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$

نذكر قانون الحجم + نعوض المعطيات
h=10 + نكون دالة بدلالة المتغير x +
اخيرا نطبق شروط القيمة المتوسطة

الدالة + المشتقة + التعويض في كلاهما ثم القانون

$f(63) \cong 8 + (-1)\frac{1}{16} = 8 - \frac{1}{16} = \frac{128-1}{16} = \frac{127}{16} = 7.93\ cm$

السؤال 11

2013 الدور الاول

اذا كانت $f(x) = \sqrt[5]{31x+1}$ جد باستخدام نتيجة القيمة المتوسطة القيمة التقريبية الى f(1.01)

h = 1.01 - 1 = - 0.01

نحول الجذر من الصيغة الجذرية الى الاسية كما وضحنا سابقا +
نطبق شروط القيمة المتوسطة

الصيغةالجذرية $\sqrt[\text{دليل الجذر}]{\text{الدالة}^{\text{الاس}}}$ الصيغة الاسية $[\text{الدالة}]^{\frac{\text{الاس}}{\text{دليل الجذر}}}$.

.. نشتق كدالة اسية

+ عند التعويض في المشتقة طبقنا المهارة التالية

" نجد الجذر ثم الاس .. اذا كان الاس سالبا يضرب الناتج في المقام
امام اذا كان موجبا يضرب في البسط

$f(x) = [31x+1]^{\frac{1}{5}}$

$\overline{f(x)} = \frac{1}{5} [31x+1]^{\frac{-4}{5}} \times 31$

$f(1) = [31(1)+1]^{\frac{1}{5}} = [32]^{\frac{1}{5}} = 2$

$\overline{f(1)} = \frac{1}{5} [31+1]^{\frac{-4}{5}} \times 31 = \frac{1}{5} [31+1]^{\frac{-4}{5}} \times 31 = \frac{1}{5} [32]^{\frac{-4}{5}} \times 31$

$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{16} \times 31 = \frac{31}{80} = 0.39$

$f(1.01) \cong 2 + 0.01 \times 0.39 = 2 + 0.0039 = 2.0039$

@A_M_Z_F

السؤال 12

باستخدام معلوماتك في التفاضل ارسم منحني الدالة $y = f(x) = \frac{1}{x^2}$

1 **اوسع مجال للدالة** $R \setminus \{0\}$

2 نقاط التقاطع مع المحورين

السينات **عندما** $y = 0$ ⬅ $\frac{1}{x^2} = 0$ ⬅ $1 \neq 0$ **لايوجد تقاطع مع محور السينات**

الصادات **عندما x=0** ⬅ **لان** $y = \frac{1}{0} = \infty$ **لايوجد تقاطع مع محور الصادات**

3 **التناظر** **. . . نعوض x– الدالة . . حصلنا على نفس الدالة . . . التناظر صادي " الاس زوجي"**

$$f(-x) = \frac{1}{(-x)^2} = f(x)$$

التناظر حول المحور الصادي

4 المحاذيات

الشاقولي $x = 0$

الافقي $y = 0$

$$y = \frac{1}{x^2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{y} \Rightarrow y = 0$$

5 مناطق التزايد والتناقص والنقاط الحرجة

$f'(x) = 0$ ⬅

$$f'(x) = \frac{x^2 \times 0 - 2x \times 1}{x^4} = \frac{-2}{x^3}$$

$$\frac{-1}{x^3} \neq 0$$

+ + + | 0 | - - -

لاتوجد نقطة حرجة

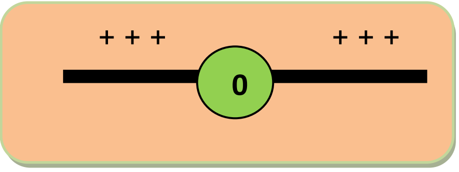
6 مناطق التقعر والتحدب ونقاط الانقلاب

$$f''(x) = \frac{x^3 \times 0 + 6x^2}{x^6}$$

اعداد الاستاذ . . باسم المياحي

ملاذ التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$f''(x) = \frac{6}{x^4}$ $\qquad\qquad$ $\frac{6}{x^4} \neq 0$



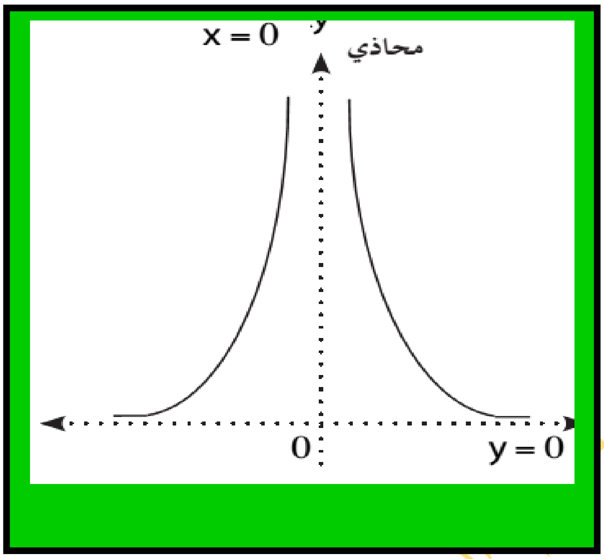
لاتوجد نقطة انقلاب

مقعرة F $\{x : x > 0\}$, f مقعرة $\{x : x < 0\}$

بما ان النقاط غير كافية لتحديد معالم الرسم نأخذ نقاط أضافية ونعوضها في الدالة لايجاد صورها كما هو موضح :

الصفر لاينتمي لمجال الدالة

X	y
-2	$\frac{1}{4}$
-1	1
1	1
2	$\frac{1}{4}$



أعداد الأستاذ

@A_M_Z_F

السؤال 13

$$\int [\cos^4 x - \sin^4 x] \, dx$$

$$= \int (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) \, dx$$

$$= \int (\cos^2 x - \sin^2 x) \, dx$$

$$= \int \cos 2x \, dx = \frac{\sin 2x}{2} + c$$

نجزء المقدار كفرق بين مربعين + احداهما = 1 المتطابقة الذهبية
$(\cos^2 x + \sin^2 x) = 1$

+ الثاني له طريقتان اما قانون ضعف الزاوية او نبسط كل منهما بقانوني ضعف الزاوي لكل دالة والناتج يكون متشابه

$$\int (\sin 2x - 1)(\cos^2 2x + 2) \, dx$$

$$\int [\cos^2 2x \sin 2x + 2 \sin 2x - \cos^2 2x - 2] \, dx$$

$$= \int \left[\cos^2 2x \sin 2x + 2 \sin 2x - \frac{1}{2}[1 + \cos 4x] - 2\right] dx$$

$$= -\frac{\cos^3 2x}{3 \times 2} + 2\frac{-\cos 2x}{2} - \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\frac{\sin 4x}{4} - 2x + c$$

$$= -\frac{\cos^3 2x}{6} - \cos 2x - \frac{\sin 4x}{8} - \frac{5}{2}x + c$$

ضرب مقدارين قبل التبسيط + نبسط دالة ال cos بقانون ضعف الزاوية + نكامل ثم نبسط بعد التكامل . . . راجع مقدمة الفصل دائما

@A_M_Z_F

$$\int \frac{LN\,X}{X}\, dx$$

مشتقة ln x هي $\frac{1}{x}$ نهملها ونكامل كدالة اسية

$$\int \frac{LN\,X}{X}\, dx = \int LN\,X \;\frac{1}{x}\; dx = \frac{1}{2}\,(LN\,X)^2 + c$$

$$\int \frac{2\,\sin\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2}}\, dx$$

نرفع المقام وباس مختلف + نوفر مشتقة الزاوية + نهملها ونكامل الدالة الدائرية

$$\int 2 \times 3\;\sin\sqrt[3]{x}\;\frac{1}{3}\,x^{-\frac{2}{3}}\,dx = -6\cos\sqrt[3]{x} + c$$

2012 د2

$$\int \cot x\,\csc^3 x\,dx$$

$$= \int \cot x\,\csc^3 x\,dx = -\int \csc^2 x\;\; -\csc x\cot x\;\; dx$$

$$= -\frac{1}{3}\csc^3 x + c$$

نجزء اس csc للحصول علة مشتقة الداخل " الدالة " . . .

$$\csc^3 x = \csc^2 x\;\;\csc x$$

أعداد الأستاذ . . . باسم المباح

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F
@rhlt_altafawk
عطاء بلا حدود

رحلة التفوق في السادس
@A_M_Z_F

$$\int \sqrt[3]{3x^3 - 5x^5}\, dx$$

$$= \int [x^3 (3 - 5x^2)]^{\frac{1}{3}} dx$$

$$= -\frac{1}{10} \int [(3 - 5x^2)]^{\frac{1}{3}} (-10x)\, dx$$

$$= -\frac{1}{10} \frac{(3 - 5x^2)^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + c$$

$$= -\frac{3}{40} \sqrt[3]{[3 - 5x^2]^4} + c$$

توضيح

نستخرج العامل المشترك وياخذ الاس " قانون الرفع" + لتوفير مشتقة الداخل والتبسيط الاس + نكامل بعد توفير مشتقة الداخل

التكامل للاس النسبي =البسط + المقام / المقام

$$\int \frac{1}{x^2 - 14x + 49} dx$$

$$= \int \frac{1}{(x-7)^2} dx = \int (x-7)^{-2} dx$$

$$= \frac{(x-7)^{-1}}{-1} + c$$

$$= \frac{-1}{(x-7)} + c$$

توضيح

المقام مشتقة غير موجودة في البسط نرفعه الى المقام مع تغيير اشارة الاس + نكاملها كدالة اسية "مشتقة الداخل غير موجودة" . . . نكون مربع كامل لتقليل درجة الاس

ثم نكامل

أعداد الاستاذ . . باسم المياحي

$$\int e^{\tan 3x} \sec^2 3x \, dx$$

$$= \int \frac{1}{3} e^{\tan 3x}\, 3 \sec^2 3x \, dx$$

$$= \frac{1}{3} e^{\tan 3x} + c$$

مشتقة الاس موجودة نهملها ونكامل " بعد الضرب والقسمة على مشتقة الزاوية

@A_M_Z_F

السؤال 14

$$\bar{y} = \frac{\cos^2 y}{x} \qquad y = \frac{\pi}{4} \ , \ x = 1 \ .$$

نفصل المتغيرات + نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته . . علما ان .

$$\frac{1}{\cos^2 y} = \sec^2 y$$

عند التكامل

$$\int \sec^2 y = \tan y$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos^2 y}{x} \Rightarrow \int \frac{dy}{\cos^2 y} = \int \frac{dx}{x}$$

$$\int \sec^2 y \ dy = \int \frac{dx}{x} \Rightarrow \tan y = LN|X| + C$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = LN|1| + C \Rightarrow 1 = 0 + C \Rightarrow c = 1$$

السؤال 15

$$\frac{dy}{dx} = -2\,x \tan y \qquad y = \frac{\pi}{2} \ , \ x = 0 \ .$$

توضيح

نفصل المتغيرات تجعل Y مع dy الى اليسار و x مع dx الى اليمين . . . ثم نكامل الطرفين + نعوض قيم y , x لايجاد ثابت التكامل c

$$\tan y = \frac{\sin y}{\cos y}$$

$$\frac{dy}{\tan y} = -2\,x\ dx \Rightarrow \int \frac{dy}{\frac{\sin y}{\cos y}} = \int -2\,x\ dx$$

$$\int \frac{\cos y}{\sin y}\, dy = \int -2\,x\ dx \Rightarrow LN\,|\sin y| = -x^2 + c$$

$$LN\left|\sin\frac{\pi}{2}\right| = -(0)^2 + c \Rightarrow c = LN\,|1| \Rightarrow c = 0$$

المعادلة التفاضلية $LN\,|\sin y| = -x^2$

2013 تكميلي

السؤال 16

$$x\,\bar{y} = y - x \ , \ y = 1 \ , \ x = 1 \ .$$

توضيح

نقسم طرفي المعادلة على x لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة . . علما ان $\bar{y} = \frac{dy}{dx}$

نفرض + نفصل المتغيرات + نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته

قاعدة تكامل مشتقة على دالة (المقام) LN

$$x \frac{dy}{dx} = y - x \quad \div x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} - 1 \quad \boxed{1}$$

$$v = \frac{y}{x} \ , \ \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \quad \boxed{2}$$

نعوض م1 في م2

$$v + x\frac{dv}{dx} = v - 1 \Rightarrow x\frac{dv}{dx} = -1$$

$$\int dv = \int -\frac{dx}{x} \Rightarrow v = -LN|x| + c$$

$$\frac{y}{x} = -LN|x| + c \Rightarrow 1 = -LN|1| + c \Rightarrow c = 1$$

المعادلة التفاضلية $\frac{y}{x} = -LN|x| + 1$

@A_M_Z_F

السؤال 17

$$(x^2 + 3y^2)\,dx - 2xy\,dy = \div\ x^2 \neq 0$$

توضيح

نقسم طرفي المعادلة على x^2 , dx لجعل مقام كل y هو x وبنفس الدرجة

نفرض + نفصل المتغيرات + نكامل الطرفين كلا حسب قاعدته

نعوض م1 في م2

قاعدة تكامل مشتقة على دالة (المقام) LN

$$\left(1 + 3\frac{y^2}{x^2}\right)dx - 2\frac{y}{x}dy = 0 \quad \div\ dx \neq 0$$

$$\left(1 + 3\frac{y^2}{x^2}\right) - 2\frac{y}{x}\frac{dy}{dx} = 0 \qquad 1$$

$$v = \frac{y}{x}\ ,\quad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx} \qquad 2$$

$$(1 + 3v^2) - 2v\left(v + x\frac{dv}{dx}\right) = 0$$

$$(1 + 3v^2) = 2v\left(v + x\frac{dv}{dx}\right) \Rightarrow \frac{(1+3v^2)}{v} = 2v + 2x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{(1+3v^2)}{v} - 2v = 2x\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{v^2+1}{v} = 2x\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{v^2+1}{v\,dv} = 2\frac{x}{dx} \Rightarrow \int\frac{2v\,dv}{v^2+1} = \int\frac{dx}{x}$$

$$\int\frac{2v\,dv}{v^2+1} = \int\frac{dx}{x} \Rightarrow LN\,|v^2+1| = LN\,|x| + c$$

تابع قناتي على التلكرام تحوي مقاطع فيديو متكاملة ومبسطة

Conclusion

هذا الجزء من الملزمة 50 درجة رغم سهولة جميع مسائله والدرجة موزعة بالشكل التالي غالبا

20 المعادلات التفاضلية . . . 10 النوع الاول 10 اخرى النوعين الاخرين الفصل والمتجانسة

20 الهندسة . . 10 مبرهنة او نتيجة . . . 10 اخرى احد التمارين او الامثلة او احيانا من المسائل ال خمسة الاخيرة " الهندسة الفضائية "

10 التمارين العامة وهي المراجعة الشاملة وهي السبيل لفهمك جميع مفردات المنهج

ملتقى التفوق في السادس

@A_M_Z_F

تمت بعونه تعالى

للمزيد من الملازم والدروس وكل ما يخص طلبة السادس الأعدادي زورونا على مواقع التواصل الأجتماعي ...

رحلة التفوق في السادس

رحلة التفوق في السادس

telegram.me/A_M_Z_F

رحلة التفوق في السادس

www.instagram.com/rhlt_altafawk

رحلة التفوق في السادس

عطاء بلا حدود

أ.د اشرف الوائلي

أ.د مينا الأحمد

@A_M_Z_F